Dr. G. Baur
René Pröpper

SoSe 2010
11. Mai 2010

Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen

Blatt 4

Abgabe: 19. Mai 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

1. (4 + 2 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_6 = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 8 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die Dimension und eine Basis von $\mathcal{LH}(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5, \vec{v}_6)$.

b) Sei $\vec{v}_7 \in \mathbb{R}^4$ ein weiterer Vektor. Wann bildet die Menge $\vec{v}_7 + \mathcal{LH}(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5, \vec{v}_6)$, d.h. die Menge aller Vektoren, die sich als Summe von $\vec{v}_7$ und einem Element aus $\mathcal{LH}(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5, \vec{v}_6)$ schreiben läßt, ein Unterraum des $\mathbb{R}^4$, und welchen Unterraum erhält man gegebenenfalls?

2. (4 + 2 + 2 + 2 Punkte)

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 &= 3 \\ x_1 + x_3 &= -1 \\ x_2 - x_3 &= 2. \end{aligned}$$

a) Geben Sie die Dimension des homogenen Lösungsraum sowie eine Basis für diesen an.

b) Bestimmen Sie eine inhomogene Lösung des LGS.

c) Bestimmen Sie die gesamte Lösungsmenge des LGS.

d) Warum bildet die Lösungsmenge aus c) keinen Unterraum?

3. (2 + 3 + 4 + 5 Punkte)

Bestimmen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 3 & -5 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -5 & 3 \\ 1 & 0 & -4 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & -5 \\ -2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. (4 Punkte)

Gegeben sei das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \alpha x_1 - 3x_2 &= -2 \\ x_1 + \alpha x_2 &= 4 \end{aligned}$$

Wie hängt die Lösung vom Parameter α ab? Wenden Sie die Cramersche Regel an.

5. (2 Punkte)

Bildet die Menge aller Vektoren $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, die die Gleichung $x_2 = x_1^2$ lösen, eine Unterraum des $\mathbb{R}^2$? Begründen Sie!