Universität Ulm

Abgabe:
Bis 17.05.13, 8:15 Uhr
Briefkasten vor H3

Dr. G. Baur
M. Gerlach
Sommersemester 13

26 Punkte

Übungen zur Analysis 1

Blatt 4

14. Bestimme, sofern existent, Maximum, Minimum, Supremum und Infimum der Menge (4)

$$M := \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0,\ x^2 \geq 2 \text{ und } x < 3\} \subset \mathbb{R}.$$

15. Es sei K ein angeordneter Körper und $a, b, c, d \in K$. Beweise die folgenden Aussagen (4)

(a) $a < b$ und $c < d \Rightarrow a + c < b + d$

(b) $0 < a < b$ und $0 < c < d \Rightarrow ac < bd$

16. Es sei K ein angeordneter Körper. Zeige, dass (2)

$$\min\{a, b\} = \frac{a + b - |a - b|}{2}$$

für alle $a, b \in K$.

17. Es sei K ein angeordneter Körper und $A, B \subset K$. Beweise die folgenden Aussagen. (10)

(a) Ist $A \subset B$ und existieren $\min A$ und $\min B$, so ist $\min A \geq \min B$.

(b) Ist $A \subset B$ und existieren $\inf A$ und $\inf B$, so ist $\inf A \geq \inf B$.

(c) Wenn $\max A$ und $\max B$ existieren, so existiert auch $\max A \cup B$ und es gilt

$$\max A \cup B = \max\{\max A, \max B\}.$$

(d) Wenn $\sup A$ und $\sup B$ existieren, so existiert auch $\sup A \cup B$ und es gilt

$$\sup A \cup B = \max\{\sup A, \sup B\}.$$

(e) Entscheide, ob eine zu (d) analoge Aussage auch für $A \cap B$ gilt und beweise sie gegebenenfalls.

18. (a) Bestimme alle $x \in \mathbb{R}$ mit der Eigenschaft, dass $|x - 1| + |x + 1| = 4$. (3)

(b) Für gegebene $x_0 \in \mathbb{R}$ und $r > 0$ definieren wir die Menge (3)

$$A := \{x \in \mathbb{R} : |x - x_0| < r\}.$$

Zeige, dass

$$\{z \in \mathbb{R} : |z - y| < r - |y - x_0|\} \subset A$$

für alle $y \in A$.