Universität Ulm

Abgabe:

Bis 24.05.13, 8:15 Uhr

Briefkasten vor H3

Dr. G. Baur
M. Gerlach

Sommersemester 13

27 Punkte

Übungen zur Analysis 1

Blatt 5

19. Es sei $\varepsilon \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$. (2+2)

(a) Zeige, dass es für alle $x \in \mathbb{R}$ ein $q \in \mathbb{Q}$ gibt, sodass

$$|x - q| < \varepsilon.$$

(b) Zeige, dass es für alle $z \in \mathbb{C}$ ein $w \in \mathbb{Q} \times \mathbb{Q} \subset \mathbb{C}$ gibt, sodass

$$|z - w| < \varepsilon.$$

20. Zeige, dass es genau ein $x \in \mathbb{R}$ mit $x^3 = 2$ gibt. Zeige weiter, dass x irrational ist. (8)

21. (a) Berechne Realteil, Imaginärteil und Betrag der komplexen Zahlen (4×2)

$$z_1 := (1 + 2i) + (2 + 2i), \quad z_2 := (1 + i)(3 - 2i), \quad z_3 := \frac{2 + i}{2 - i}, \quad z_4 := i^{2013}$$

und zeichne sie.

(b) Bestimme alle $z \in \mathbb{C}$ mit der Eigenschaft, dass (3)

$$|z - 1| + |z + 1| = 4$$

und zeichne diese Menge.

22. Es seien $n \in \mathbb{Z}$ und $m \in \mathbb{N}$ gegeben. Zeige, dass es eindeutig bestimmte Zahlen $q \in \mathbb{Z}$ und $r \in \mathbb{N}_0$ mit $0 \leq r < m$ gibt, sodass $n = qm + r$. (4)

Es ist also n geteilt durch m gleich q mit Rest r.