



Analysis II für Informatiker und Ingenieure

1. Berechnen Sie den Wert des Integrals $\iiint_M f \, d(x, y, z)$ in den folgenden Fällen.

(a) $M := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y, z \geq 0 \right\}$ und $f(x, y, z) := y \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

(b) $M := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x, y, z \geq 0, 0 \leq x + y + z \leq 1 \right\}$ und $f(x, y, z) := xyz$.

2. Entscheiden Sie, ob folgende Funktionen Gradientenfelder auf \mathbb{R}^2 sind und bestimmen Sie ggf. eine Stammfunktion. Berechnen Sie außerdem den Wert des Kurvenintegrals $\int_\gamma f$ für die jeweils angegebene Kurve $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$.

(a) $f(x, y) := (y^2 \cos(xy^2) + e^x, 2xy \cos(xy^2) + 1/(1+y^2))$ und $\gamma(t) := (\pi t e^{1-t^2}, \sin(t\pi/2))^T$.

(b) $f(x, y) := (y, xy)$ und $\gamma(t) := (\sin(t\pi/2), t)^T$.

3. Berechnen Sie die Oberfläche der durch

$$\mathcal{F} := \left\{ \begin{pmatrix} r^2 \\ \frac{1-r^2}{2} \sin \varphi \\ \frac{1-r^2}{2} \cos \varphi \end{pmatrix} : -1 \leq r \leq 1, 0 \leq \varphi \leq 2\pi \right\}$$

beschriebenen Fläche im \mathbb{R}^3 .

4. Lösen Sie das folgende System gewöhnlicher Differentialgleichungen zum Anfangswert $x(0) = y(0) = 0$.

$$\dot{x}(t) = y(t)$$

$$\dot{y}(t) = x(t) + 2$$