



---

## Übungen Geometrische Analysis: Blatt 2

---

1. Sei  $\gamma: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^d$ ,  $\gamma(t) = (x_1(t), \dots, x_d(t))$  eine Kurve. Zeige, dass  $\gamma$  rektifizierbar ist genau dann wenn  $x_1, \dots, x_d$  BV auf  $[a, b]$  sind.
2. Sei  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  monoton wachsend. Zeige,  $D^+f$  ist messbar und  $D^+f < \infty$  f.ü. (Schwierige Aufgabe!)
3. Sei  $(\Omega, \Sigma, \mu)$  ein Maßraum und  $g \in L^1(\Omega, \mu)$ . Zeige, dass für alle  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta > 0$  existiert mit

$$\int_A |g| d\mu < \varepsilon \quad \text{für alle } A \in \Sigma \text{ mit } \mu(A) < \delta.$$

- 4.\* Sei  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  die Cantor Funktion. Nehmen alle Dini-Ableitungen von  $f$  nur die Werte 0 und  $\infty$  an?