Universität Ulm

Prof. Dr. Emil Wiedemann
Dr. Manfred Sauter

Wintersemester 2018/2019

Abgabe: Donnerstag, 25.10.18
Gesamtpunktzahl: 10

Übungen zur Analysis 1: Blatt 1

Wichtige Information zu den Kolloquien:

Geben Sie in Moodle rechtzeitig Ihre Präferenzen zu den Kolloquiumsterminen ab! Dies ist eine Voraussetzung dafür, dass Sie einem Kolloquium zugeteilt werden können. Kontrollieren Sie bitte, dass Ihre Präferenzen bei Schritt 3 korrekt gespeichert wurden. Sie können bei „Ihre Bewertung" sehen, was gespeichert wurde. Dort sollte nirgends „nicht bewertet" stehen.

Sie werden am Freitag, den 19.10. über die Zuteilung informiert. Blockieren Sie dann bitte gegebenenfalls diesen Termin und nach Möglichkeit sogar die komplette Doppelstunde bei der Kolloquiumseinteilung der Linearen Algebra 1. Wie in der Analysis gilt auch in der Linearen Algebra: geben Sie bei der Präferenzwahl möglichst oft „Wunschtermin" an, spezifizieren Sie aber keinesfalls „Wunschtermin" bei definitiv ungeeigneten Terminen. Die Kolloquien finden in beiden Veranstaltungen ab der zweiten Semesterwoche statt.

Zum Übungsbetrieb:

Die Übungsaufgaben auf der Rückseite sind schriftlich zu bearbeiten und am Anfang der Übungsveranstaltung in der nächsten Woche abzugeben. In der Übungsveranstaltung werden dazu anschließend Lösungen präsentiert. Sie erhalten die korrigierten und bewerteten Abgaben in der darauffolgenden Woche wieder zurück.

Geben Sie Ihre schriftlichen Lösungen einzeln ab. Die abgegebenen Blätter müssen ordentlich geheftet (Tacker, nicht Büroklammer!) und leserlich mit Namen versehen sein (Schreibung wie in Moodle).

Hier auf der Vorderseite gibt es weitere Übungsaufgaben, welche eine gute Vorbereitung für die schriftlich abzugebenden Übungsaufgaben auf der Rückseite sind. Für diese Aufgaben werden in der Regel keine Lösungen bereitgestellt, aber bei Bedarf gibt es Hilfe und Tipps dazu im wöchentlichen MathLab.

Vorbereitende und zusätzliche Aufgaben zur Übung

1. Seien A, B und C Aussagen.

(a) Zeige, dass $A \not\Rightarrow B$ logisch äquivalent zu $A \wedge \neg B$ ist.

(b) Ist $A \vee (\neg(A \wedge B))$ eine Tautologie? (Begründung!)

(c) Zeige, dass $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ tautologisch wahr ist.

2. (a) Negieren Sie die folgende Aussage (ohne $\neg$ oder Durchstreichen):

$$\forall M \in \mathbb{N}\ \exists n_0 \in \mathbb{N}\ \forall n \in \mathbb{N} : (n \geq n_0 \Rightarrow n^2 - 17n + 5 > M)$$

(b) Zeigen Sie, dass folgende Aussage wahr ist:

$$\forall M \in \mathbb{N}\ \forall n \in \mathbb{N}\ \exists n_0 \in \mathbb{N} : (n \geq n_0 \Rightarrow n^2 - 17n + 5 > M)$$

3. Sei p eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass p^2 genau dann gerade ist, wenn p gerade ist.

Welche logischen Schlussregeln verwendet Ihr Argument? Erklären Sie wie in den Beispielen 1.2 und 1.3 aus der Vorlesung die logische Argumentationsstruktur.

Bemerkung: Verwenden Sie hier nicht die Existenz einer eindeutigen Primfaktorzerlegung!

Schriftlich abzugebende Übungsaufgaben

Bei den Aufgaben wird immer auch eine Begründung durch ein schlüssiges und vollständiges Argument erwartet, sofern darauf nicht explizit verzichtet wird. In Ihrer Argumentation dürfen Sie Resultate aus der Vorlesung und vorigen Übungsaufgaben verwenden, sollten aber immer einen genauen Verweis geben und eventuell auch begründen, weshalb das Resultat anwendbar ist.
Die geklammerte Zahl auf dem Seitenrand gibt an, wieviele Übungspunkte auf die jeweilige Aufgabe oder den jeweiligen Aufgabenteil vergeben werden.

4. Seien A, B und C Aussagen.

(a) Verifizieren Sie, dass die logische Schlussregel der reductio ad absurdum (also des Widerspruchsbeweises) (1)

$$(A \Rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$$

tatsächlich eine Tautologie ist.

(b) Ist (1)

$$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C)) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$$

eine Tautologie?

5. Der Syllogismus Ferison besagt: „Vorausgesetzt kein M ist ein P, aber manche M sind ein S; dann sind manche S kein P.“ (2)

Finde zunächst ein möglichst kreatives Beispiel für Ferison in Alltagssprache. Schreibe nun Ferison wie in den Beispielen 1.3 und 1.4 in Prädikatenlogik.

Bemerkung: Wenn ein Korrektor zweimal exakt dasselbe Beispiel sieht, gibt es keine Punkte dafür!

6. Negieren Sie die folgende quantifizierte prädikatenlogische Aussage (ohne $\neg$ oder Durchstreichen): (2)

$$\forall x \in \mathbb{R}\ \exists n \in \mathbb{N} : (n^2 + 5 \geq x \Rightarrow 17n > x)$$

Untersuchen Sie sowohl die Aussage als auch deren Negation auf ihren Wahrheitsgehalt.

7. Die Aussage P sei, dass jede dritte Potenz einer natürlichen Zahl bei Division durch 9 den Rest 0, 1 oder 8 lässt.

(a) Schreiben Sie P in Prädikatenlogik. (1)

(b) Zeigen Sie, dass die Aussage P wahr ist. (3)

Welche logischen Schlussregeln verwendet Ihr Argument? Erklären Sie wie in den Beispielen 1.2 und 1.3 aus der Vorlesung die logische Argumentationsstruktur.