

Die Welt des Zufalls – Themen aus der Stochastik

Das Wort *Stochastik* (aus dem Griechischen *στοχαστική* von *στοχάζω* - “Vermutung, Ahnung, Ziel”) bedeutet “die Kunst des Vermutens”. Dieser Begriff wurde von Jacob Bernoulli in seinem Buch “*Ars conjectandi*” geprägt (1713), in dem das erste Gesetz der großen Zahlen bewiesen wurde. Die heutige mathematische Disziplin Stochastik, die u.a.

Wahrscheinlichkeitstheorie, stochastische Prozesse sowie Statistik umfasst, ist ein modernes Teilgebiet der angewandten Mathematik, in dem zufällige Ereignisse, zeitliche Entwicklungen bzw. räumliche Strukturen auf ihre Gesetzmäßigkeiten untersucht werden. Da die meisten Phänomene der Natur neben einer deterministischen Komponente auch eine Zufallskomponente aufweisen, ist es heutzutage kaum möglich, ein Wissensgebiet zu nennen, in dem die Stochastik keine Anwendung fände. Verstärkt durch die enorme Leistungsfähigkeit der modernen Rechner, ist die Stochastik zu einem wichtigen Tool der Natur-, Ingenieur- und Wirtschaftswissenschaften geworden, das immer mehr an Bedeutung gewinnt.

- **Das Buffon'sche Nadelproblem**

Ein Parkett besteht aus parallel zueinander liegenden Holzbrettern der Breite a . Eine Nadel der Länge L wird zufällig auf das Parkett geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit schneidet sie das Parkettmuster? Wie lässt sich mit diesem Experiment eine Näherung für die Zahl π herleiten?

Literatur: D. Klain and G.-C. Rota. *Introduction to Geometric Probability*. Cambridge University Press, 1997.

- **Zufälliges Brechen eines Stabes**

Bei dieser Arbeit geht es um Fragen des folgenden Typs: Ein Stab der Länge 1 wird zufällig in drei Teile gebrochen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit lässt sich aus diesen drei Teilen ein Dreieck formen?

Literatur: A. M. Yaglom, I. M. Yaglom. *Challenging mathematical problems with elementary solutions. Vol. 1. Combinatorial analysis and probability theory*. Dover, New York, 1964.

- **Simulation von zufälligen Fraktalen**

Viele Elemente der Natur wie z. B. Farne oder Romanesco enthalten selbstähnliche Strukturen. Mit Hilfe des Computers lassen sich derartige Strukturen nachbilden.

Literatur: B. Mandelbrot. *Die fraktale Geometrie der Natur*. Birkhäuser, Basel, 1991.

- **Glücksspiele (Poker, Blackjack etc.)**

Bei vielen Glücksspielen kann man sich durch bessere Kenntnis von Wahrscheinlichkeiten gewisser Ereignisse Vorteile gegenüber seinen Gegnern verschaffen. In diesem Projekt wird eine an einem Kran hängende Last von einem Ort zu einem anderen Ort versetzt. Eine geeignete Regeltechnik soll das auftretende Pendeln der Last unterdrücken.

Literatur: P. Gordon. *Phil Gordon's little green book: Lessons and teachings in no limit texas hold'em*. Gallery Books, 2005.

- **Eigenschaften von Binomialkoeffizienten**

Untersucht man Summen von Binomialkoeffizienten, welche das Pascal'sche Dreieck bilden, so stößt man auf verblüffende Formeln, welche sich mit Hilfe von mathematischer Induktion zeigen lassen.

Literatur: A. N. Sirjaev. *Wahrscheinlichkeit*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1988.

- **Die Software R**
Bei der statistischen Datenanalyse ist die Software R ein äußerst beliebtes (und zudem kostenloses) Werkzeug.

Literatur: A. de Vries, J. Meys. R für Dummies. Wiley, 2013.
- **Strategien beim Roulettespiel**
Mit Hilfe gewisser Strategien beim Roulettespiel lassen sich die selbst gesteckten Ziele mit maximaler Wahrscheinlichkeit erreichen.

Literatur: E. Dubins, L. Savage. How to gamble if you must. Inequalities for stochastic processes. Dover, New York, 1976.
- **Pseudozufällige Zahlen**
Wie bringt man dem Computer, welcher stets deterministisch rechnet, bei, Zahlen zu generieren, die „zufällig“ sind. Woran erkennt man, dass Zahlenfolgen tatsächlich zufällig generiert worden sind?

Literatur: D. Knuth. The art of computer programming. Vol. 2. Seminumerical algorithms. Addison-Wesley, Reading, 2nd edition, 1981.
- **Zufällige Irrfahrten**
Beim Münzwurfspiel treten Spieler A mit dem Einsatz a und Spieler B mit dem Einsatz b gegeneinander an. Jeder setzt jeweils einen Euro. Gewinnt er den Münzwurf, so erhält er seinen eigenen Einsatz zurück sowie den des Gegners. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Spieler A? Wie lange dauert ein solches Spiel?

Literatur: A. N. Sirjaev. Wahrscheinlichkeit. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1988.
- **Das Gesetz von Benford**
Hier wird untersucht, warum es in unserer Welt mehr Zahlen gibt, die mit der Ziffer 1 beginnen als mit anderen Ziffern. Dieses Erkenntnis kann genutzt werden um z.B. Bilanzfälschungen oder auch Fälschungen wissenschaftlicher Daten aufzuspüren.

Literatur: 1) Ian Stewart: Das Gesetz der ersten Ziffer. In: Spektrum der Wissenschaft. Heidelberg 1994,4 (Apr.), S. 16 ff.; 2) S. Newcomb. Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. Amer. J. Math., 4:39-40, 1881.