

## Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Montag, 21.06.2010, 16.10 Uhr, H22)

27. Berechne mit Hilfe der Definition die Ableitung folgender Funktionen  $f$ .

(a)  $f(x) = x^3$                       (b)  $g(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$

(6 Punkte)

28. Bestimme die Ableitung folgender Funktionen.

(a)  $(2x-3)^4$                       (b)  $\sqrt{1+x^4}$                       (c)  $x^3 \cdot \sin(3x+2)$   
(d)  $e^{-3x} \cdot (x^3 - 2x)^2$                       (e)  $\frac{x^3}{2x + \sqrt{x}}$                       (f)  $\cos x \cdot x^2 \cdot e^{-2x}$   
(g)  $(\cos x)^{\sin x}$                       (h)  $\ln(x^{3x})$                       (i)  $\log_3(e^{2x+1})$   
(j)  $4^{x^2+2}$                       (k)  $\arccos x$                       (l)  $x \cdot \ln x - x$   
(m)  $\ln(\log_{x^2}(2^x))$                       (n)  $a^x \cdot x^a$

(14 Punkte)

29. Es sei für  $n \in \{1, 2\}$  die Funktion  $f_n(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} .$$

Untersuche  $f_n$  (in Abhängigkeit von  $n$ ) auf Differenzierbarkeit in  $\mathbb{R}$ .

(5 Punkte)

30. Die Funktionen *Kosinus Hyperbolicus*  $\cosh : \mathbb{R} \rightarrow [1, \infty)$  und *Sinus Hyperbolicus*  $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sind definiert durch

$$\cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2} .$$

Zeige für  $x, y \in \mathbb{R}$ :

- (a)  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
- (b)  $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$
- (c)  $(\sinh x)' = \cosh x$  und  $(\cosh x)' = \sinh x$

(5 Punkte)