Dr. Gerhard Baur
Matthias Zimmermann
Sommersemester 2012

Analysis I für Informatiker und Ingenieure
Übungsblatt Nr. 10

(Abgabe zu **zweit** am 29.06.2012 bis 8.10 Uhr im Briefkasten vor dem H3 (unterstes Fach!))

Aufgabe 46 (8 · 2 = 16 Punkte)

Überprüfen Sie die folgenden unendlichen Reihen auf Konvergenz und berechnen Sie den Wert von einer dieser unendlichen Reihen.

a) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[k]{k}}$ b) $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{3k+1}{k(k^2-1)}$ c) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$ d) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+i}{2}\right)^k$

e) $\sum\limits_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$ f) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$ g) $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{k^2+1}{k^3+1}$ h) $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \left(\sqrt[k]{k} - 1\right)^k$

Aufgabe 47 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k \ln k}$ divergiert, aber $\sum\limits_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(\ln k)^{1+\epsilon}}$ für jedes $\epsilon > 0$ konvergiert.

Aufgabe 48 (2 Punkte)

Für eine unendliche Reihe $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n$ seien die Glieder rekursiv definiert als $a_0 := 1$ und

$$a_{n+1} := \frac{1}{\sum\limits_{\nu=0}^{n} a_\nu} \text{ für } n = 0, 1, ...$$

Ist diese Reihe konvergent?

Aufgabe 49 (1+1+1+2=5 Punkte)

Führen Sie die folgenden Umrechnungen in unterschiedliche Zahlensysteme durch. Hierbei gelten für das Hexadezimalsystem die Bezeichnungen $A := 10$, $B := 11$, $C := 12$, $D := 13$, $E := 14$, $F := 15$.

a) Stellen Sie $\frac{1}{7}$ im Dezimalsystem dar.

b) Stellen Sie $(B2)_{16}$ im Dualsystem dar.

c) Stellen Sie $(1011100101)_2$ im Hexadezimalsystem dar.

d) Zeigen Sie $\frac{1}{11} = (0,\overline{0001011101})_2$.

Aufgabe 50 (1+1+1=3 Punkte)

Führen Sie die folgenden Rechenoperationen vollständig im Zweiersystem durch, indem Sie die Methoden der Schulmathematik in diesem Zahlensystem anwenden.

a) $(1100)_2 - (101)_2$

b) $(1101)_2 \cdot (10010)_2$

c) $(10)_2 : (11)_2$