



Gewöhnliche Differenzialgleichungen - Übungsblatt 1

(Abgabe: Donnerstag, 26. April 2012 vor der Übung.)

Aufgabe 0* (*Anmeldung zur Vorlesung*) (0 Punkte)

Melden Sie sich **bis spätestens 26.04.2012** im SLC für die Vorlesung an.

Aufgabe 1 (*Differenzialgleichung mit AWP*) (4 Punkte)

Löse für festes $\alpha \in \mathbb{R}$ das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = t^\alpha x \quad , \quad x(1) = 1.$$

Aufgabe 2 (*Aufladung eines Kondensators*) (4+6=10 Punkte)

Wird ein Kondensator der Kapazität $C > 0$ mit einem Widerstand $R > 0$ hintereinander geschaltet und dabei eine (zeitabhängige) Spannung $U(t)$ angelegt, so gilt für den fließenden Strom $I(t)$ die Differenzialgleichung

$$RI + \frac{1}{C}I = \dot{U}.$$

Löse dieses Problem mit Anfangswert $I(0) = I_0 > 0$

(i) für den Gleichspannungsfall $\dot{U}(t) \equiv 0$.

(ii) für eine angelegte Wechselspannung $U(t) = U_0 \sin \omega t$ mit $U_0 > 0, \omega > 0$.

Beschreiben Sie jeweils das Verhalten für $t \rightarrow \infty$.

Aufgabe 3 (*Wachstumsprozesse*) (10 Punkte)

Die Differenzialgleichung

$$\dot{x} = \alpha x - \beta x^\gamma$$

mit $\alpha, \gamma > 0$ und $\beta \geq 0$ beschreibt einen Wachstumsprozess ($\beta = 0$: exponentielles Wachstum; $\beta > 0, \gamma = 2$: logistisches Wachstum). Löse die Differenzialgleichung für den Anfangswert $x(0) = 1$.

Diskutiere anschließend das Verhalten $t \rightarrow \infty$ für die Fälle $\gamma = 2$ und $\gamma = 3$ ($\alpha, \beta > 0$).

Aufgabe 4* (Bonusaufgabe) (*Integrale*) (1*+1*+1*+1*=4* Punkte)

Beim expliziten Lösen von Differenzialgleichungen kommt es auf gewisse Fertigkeiten beim Auffinden von Stammfunktionen an. Berechne die Stammfunktionen zu:

(i) $f(x) = \frac{5}{x^4 + x^3 - x^2 - x}$

(ii) $g(x) = x^2 \cos(x)$

(iii) $h(x) = \arctan(x)$

(iv) $i(x) = x \sqrt[3]{x^2 + 1}$