Dr. Gerhard Baur
Marco Laumanns

Universität Ulm
Gewöhnliche Differenzialgleichungen
Sommersemester 2012

Gewöhnliche Differenzialgleichungen - Übungsblatt 4

(Abgabe: Mittwoch, 16. Mai 2012 vor der Vorlesung.)

Aufgabe 12 *(Wiederholung)* (3+3=6 Punkte)

Löse die folgenden Differenzialgleichungen:

(i) $\dot{x} = \frac{t\tan(x)}{1+t^2} \qquad x(0) = \frac{\pi}{4}$

(ii) $x^3 - \frac{1}{\sqrt{t+1}} + e^t + 3x^2 t\dot{x} = 0 \qquad x(0) = 0$

Aufgabe 13 *(System von Differenzialgleichungen)* (3 Punkte)

Löse das System von Differenzialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= x_1 & x_1(0) &= 1 \\ \dot{x_2} &= x_1 + x_2 & x_2(0) &= 0 \\ \dot{x_3} &= x_1 + x_2 + x_3 & x_3(0) &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 14 (4+5=9 Punkte)

Seien $A, B : I \to \mathbb{R}^{n\times n}$ differenzierbar auf $I \subset \mathbb{R}$.

(i) Zeige, dass das Matrixprodukt $C = AB$: $I \to \mathbb{R}^{n\times n}$ auf I differenzierbar ist mit

$$\dot{C}(t) = \dot{A}(t)B(t) + A(t)\dot{B}(t) \quad , \quad t \in I.$$

(ii) Zeige im Fall $\det A(t) \neq 0$, $t \in I$, dass die inverse Matrix A^{-1}: $I \to \mathbb{R}^{n\times n}$ ebenfalls auf I differenzierbar ist mit

$$\frac{d}{dt}A^{-1}(t) = -A^{-1}(t)\dot{A}(t)A^{-1}(t), \quad t \in I.$$