Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Sommersemester 2015
8. Juli 2015
Blatt 13

Übungen zu Analysis 1

(http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/ana1.html)

Keine Abgabe! Das Blatt wird nicht mehr gewertet.
Sein Inhalt ist nicht für die erste, jedoch für die zweite Klausur relevant!

62. Betrachte für $\alpha \geq 0$ die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} x^\alpha \cdot \sin(\frac{1}{x}) & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases} .$$

(a) Zeige: f ist in jedem $x \neq 0$ differenzierbar. Berechne $f'(x)$.

(b) Zeige: Bei $x = 0$ ist

(i) f unstetig, falls $\alpha = 0$.

(ii) f stetig, aber nicht differenzierbar, falls $0 < \alpha \leq 1$.

(iii) f differenzierbar, aber die Ableitung f' nicht stetig, falls $1 < \alpha \leq 2$

(iv) f differenzierbar und f' stetig, falls $\alpha > 2$.

63. Berechne, falls existent, folgende Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin x}{x - \pi}$

(b) $\lim\limits_{x \to 0^+} \sqrt{x} \cdot \log x$

(c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 1 - 2x}{1 - \cos x}$

(d) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{1 - \mathrm{Artanh} x}$

64. Zeigen Sie, dass der $\cosh : [0, \infty) \mapsto [1, \infty)$ umkehrbar ist und zeigen Sie, dass die Umkehrfunktion stetig auf $[1, \infty)$ und differenzierbar auf $(1, \infty)$ ist. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion.
Man nennt die Umkehrfunktion **Areacosinushyperbolicus** $\mathrm{Arcosh}\, x : [1, \infty) \mapsto [0, \infty)$.

65. Bestimme und klassifiziere alle lokalen Extremstellen der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) := 4 \sin^3 x + 3 \cos^2 x$$

für $x \in \mathbb{R}$.