Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Sommersemester 2015
30. April 2015
Blatt 3

Übungen zu Analysis 1

(http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/ana1.html)

(Abgabe am Freitag, den 08.05.15, bis 8.15 Uhr im H14)

11. Sei K ein Körper , und seien $a, b, c, d \in K$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

    (i) Ist zusätzlich $a \neq 0$, so besitzt die Gleichung $a \cdot x = b$ genau die Lösung $x = b \cdot a^{-1}$.

    (ii) $(-a)^{-1} = -(a^{-1})$, wobei $a \neq 0$

    (iii) $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$

    (iv) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$, wobei $b \cdot c \cdot d \neq 0$

    (3+2+2+2 = 9 Punkte)

12. Wir betrachten einen Körper mit drei Elementen: Einem Nullelement 0 , einem Einselement 1 und einem weiteren Element Δ . Wie müssen in diesem Fall die Verknüpfungen $+$ und $\cdot$ notwendigerweise definiert sein? Begründe alle Schritte.
    Auf den Nachweis, dass es sich bei dem gefundenen Objekt um einen Körper handelt darf verzichtet werden.

    (7 Punkte)

13. Es seien a, b, c, d Elemente eines angeordneten Körpers. Zeige:

    (i) $a < b \ , \ c \leq d \Rightarrow a + c < b + d$

    (ii) $0 < a < b \ , \ 0 < c \leq d \Rightarrow ac < bd$

    (iii) $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ und } b < 0) \text{ oder } (a < 0 \text{ und } b > 0)$

    (2+2+3 = 7 Punkte)

14. Sei $f : A \to B$. Zeige, dass gilt:

$$\forall A_1, A_2 \subset A : f(A_1 \cap A_2) = f(A_1) \cap f(A_2) \Leftrightarrow f \text{ ist injektiv.}$$

    (7 Punkte)