Gerhard Baur
Matthias Heinlein

Sommersemester 2015
22. April 2015
Blatt 2

Übungen zu Elemente der Topologie

(http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/topologie.html)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 29.04.15 um 12:00 in HeHo18/220)

Bitte tragt euch in der Mailingliste ein! Link steht auf der Homepage.

Aufgaben 5 und 6 bitte schriftlich abgeben. Aufgaben 7 und 8 bitte zum Vorrechnen vorbereiten. Wer nicht in die Übung kommen kann, muss diese dann ebenfalls schriftlich abgeben.

5. Sei (X, d) ein metrischer Raum. Zeige, dass für $r > 0$ und $x \in X$ $U_r(x)$ offen ist.

   (4 Punkte)

6. Sei X eine Menge und für $G \subset X$ bezeichne $G^C = X \setminus G$ das Komplement von G. Handelt es bei den folgenden Mengensystemen um Topologien? Falls ja, beweise es, falls nein, gib ein Gegenbeispiel an.

   (a)
   $$\mathcal{T} = \{G \subset X \mid G^C \text{ ist endlich oder } G = \emptyset\}$$

   (b)
   $$\mathcal{T} = \{G \subset X \mid G^C \text{ ist abzählbar oder } G = \emptyset\}$$

   (4+4=8 Punkte)

7. Sei $\mathcal{E} \subset \mathcal{P}(X)$. Zeige, dass es eine eindeutig bestimmte gröbste Topologie $\mathcal{T}$ auf X gibt, in der alle Mengen aus $\mathcal{E}$ offen sind. Wie ist diese zu wählen?

   (4 Punkte)

8. Sei X eine Menge. Zeige, dass die diskrete Topologie $\mathcal{P}(X)$ von der diskreten Metrik induziert wird.

   (4 Punkte)

Die Vorleistung erhält man, wenn man 50 % der Übungspunkte erreicht hat. Man bekommt die Punkte, indem man die entsprechenden Aufgaben abgibt oder bereit ist, diese in der Übung vorzurechnen (Votiersystem).