Gerhard Baur
Matthias Heinlein

Sommersemester 2015
3. Juni 2015
Blatt 8

Übungen zu Elemente der Topologie

(http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss15/topologie.html)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 10.06.15 um 12:00 in HeHo18/220)

Abgeben: 27, Vorrechnen: 28 und 29

27. Überprüfe, in welchen der Sätze 17, 18, 19 und 20 aus der Vorlesung der Begriff "zusammenhängend" durch "wegzusammenhängend" ersetzt werden kann. Prüfe also: Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

    (a) Es sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum, und es seien $Y_\alpha \subset X$, $\alpha \in I$ alle wegzusammenhängend. Ist dann $\bigcap\limits_{\alpha \in I} Y_\alpha \neq \emptyset$, so ist auch $Y := \bigcup\limits_{\alpha \in I} Y_\alpha$ wegzusammenhängend.

    (b) Ist $(X, \mathcal{T})$ eine topologischer Raum, und ist $A \subset X$ wegzusammenhängend. Dann ist jede Menge B mit $A \subset B \subset \bar{A}$ ebenfalls wegzusammenhängend.

    (c) Das stetige Bild wegzusammenhängender Mengen ist ebenfalls wegzusammenhängend.

    (d) Es seien $(X; \mathcal{T}_1), (Y, \mathcal{T}_2)$ zwei zusammenhängende topologische Räume. Dann ist auch das kartesische Produkt $X \times Y$ zusammenhängend (in der Produkttopologie).

    (2+2+2+2=8 Punkte)

28. Sei X eine Menge und $\mathcal{T}$ die Topologie, die aus der leeren Menge und den Komplementen der endlichen Mengen besteht. Welche Mengen $A \subset X$ sind kompakt?

    (4 Punkte)

29. Seien $(X, \mathcal{T}_1$ und $(X, \mathcal{T}_2)$ zwei topologische Räume über derselben Grundmenge und es gelte $\mathcal{T}_1 \subset \mathcal{T}_2$. Sei nun $A \subset X$ in einem der beiden Räume kompakt. Was lässt sich dann über die Kompaktheit von A im anderen Raum aussagen?

    (4 Punkte)