Blatt 6

Abgabe: Fr, 03.11.2010 vor der Übung.

Aufgabe 6.1: Inhomogenes DGLS erster Ordnung (5)

Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ t^2 \end{pmatrix}.$$

Bestimme die allgemeine Lösung des inhomogenen DGLS $\dot{x} = Ax + b(t)$.
(Tipp: Die Matrix A ist nicht invertierbar)

Aufgabe 6.2: Stabilität (1)

Finde heraus, ob die Nulllösungen des homogenen Systems $\dot{x} = Ax$, mit A wie in Aufgabe 6.1, stabil bzw. asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 6.3: DGL höherer Ordnung (3+3)

Bestimme die Lösungsmenge folgender DGLen:

(a) $\ddot{x} - \dot{x}\sin t = 0$,

(b) $\ddot{x} - 2\dot{x} + x = e^t \log(t)$.

Aufgabe 6.4: Reduktionsverfahren (2+3+2+1)

Betrachte das inhomogene DGLS gegeben durch $\dot{x} = Ax + b(t)$ mit

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b := \begin{pmatrix} 2t+1 \\ t+1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie Lösungen des homogenen DGLS $\dot{x} = Ax$, welche zu den Eigenwerten 1 und 2 von A gehören.

(b) Berechnen Sie ein Fundamentalsystem für die Lösungen des homogenen DGLS.

(c) Berechnen Sie die Lösungsmenge der inhomogenen DGLS $\dot{x} = Ax + b(t)$.

(d) Lösen Sie das AWP $\dot{x} = Ax + b(t)$ mit $y(0) = (1, 0, -1)^t$.