Dr. Gerhard Baur
B.Sc. Pascal Heiter

Universität Ulm
Analysis II
Wintersemester 2011/12

Analysis II - Übungsblatt 0

(Abgabe: Mittwoch, 19. Oktober 2011 vor der Übung.)

"Aller Anfang ist leicht, und die letzten Stufen werden am schwersten und seltensten erstiegen."
- Johann Wolfgang von Goethe, 1749-1832, deutscher Dichter.

Aufgabe 0.1 *(Ungleichung)* (2* Punkte)

Beweisen Sie für $0 < x < y$ folgende Ungleichungskette

$$\frac{y-x}{y} < \log\left(\frac{y}{x}\right) < \frac{y-x}{x}$$

Aufgabe 0.2 *(Arcuscosinus und Cotangens)* (5* Punkte)

(a) Zeigen Sie, dass $\cos : [0, \pi] \to [-1, 1]$ bijektiv ist. Untersuchen Sie die Umkehrfunktion auf Monotonie, Stetigkeit und Differenzierbarkeit und geben Sie explizit die Ableitung diese Umkehrfunktion an.

(b) Zeigen Sie, dass $\cot : I \to \mathbb{R}$ ebenfalls bijektiv ist, für ein zu wählendes $I \subset \mathbb{R}$. Untersuchen Sie die Umkehrfunktion auf Monotonie, Stetigkeit und Differenzierbarkeit und geben Sie explizit die Ableitung diese Umkehrfunktion an.

Aufgabe 0.3 *(Areasinushyperbolicus)* (5* Punkte)

Zeigen Sie, dass $\sinh : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bijektiv ist. Untersuchen Sie die Umkehrfunktion auf Monotonie, Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Diese Umkehrfunktion heiße *Areasinushyperbolicus*, welche abgekürzt wird mit $\operatorname{Arsinh}()$. Zeigen Sie weiter die folgende Identität

$$\operatorname{Arsinh}(x) = \log(x + \sqrt{x^2+1}).$$

Aufgabe 0.4 *(Maximum und Minimum)* (4* Punkte)

Sei $f : [0, 2\pi] \to [-2, 2]$ mit

$$f(x) = \sin x(1 - \cos x).$$

Bestimmen Sie das Maximum und Minimum der Funktion f.

Hinweis: Alle Punkte zählen als Zusatzpunkte.