Übungen zur Variationsrechnung

Übungsblatt 2

Dr. Gerhard Baur
Daniel Hauer

WS 2012/2013

Die erste Übung findet am Donnerstag, den 15. November 2012 in N24/131 statt.

Aufgabe 1. Betrachte das Variationsproblem:

$$\int_0^\pi x^2(1-\dot{x}^2)\,dt = \min, \qquad x(0) = x(\pi) = 0.$$

Zeige, dass $x(t) \equiv 0$ ein schwaches aber kein starkes lokales Minimum für das Variationsproblem ist.

Aufgabe 2. Formuliere folgende Aufgabe als Variationsproblem:

Gesucht sei diejenige (genügend glatte) Kurve $x(t)$ oberhalb der t-Achse und fixiert an zwei Endpunkten, die bei Rotation um die t-Achse einen Körper mit minimaler Oberfläche erzeugt.

Hinweis: Zur Erinnerung, ist $\mathcal{F} = \left\{ F(u,v) \;\middle|\; \binom{u}{v} \in B \right\}$, *für eine kompakte Menge* $B \subseteq \mathbb{R}^2$ *und einer Abbildung* $F : B \to \mathbb{R}^3$, *eine differenzierbare parametrisierte Fläche im* $\mathbb{R}^3$, *so ist die Oberfläche von* $\mathcal{F}$ *gegeben durch:*

$$O(\mathcal{F}) = \int\int_B \|F_u \times F_v\|_2 \, d(u,v).$$