Übungen zur Variationsrechnung

Übungsblatt 3

Dr. Gerhard Baur
Daniel Hauer

WS 2012/2013

Die Übung dazu findet am Donnerstag, den 22. November 2012 in N24/131 um 14 Uhr statt.

Aufgabe 1. (*Eulersche Differentialgleichung für Funktionale mit 2en Ableitungen*)

Formuliere und beweise nach Anleitung der Vorlesung den Satz der Eulerschen Differentialgleichungen (Satz 4) für ein schwaches lokales Minimum von Funktionalen der Form

$$I(x) = \int_a^b f(t, x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t))\, dt.$$

Dabei sei G ein Gebiet im $\mathbb{R}^4$, $f = f(t, x, \dot{x}, \ddot{x})$ eine Funktion der Klasse $C^3(G, \mathbb{R})$, eine Funktion $x : [a, b] \to \mathbb{R}$ sei eine *zulässige* Funktion, falls $x \in C_2^s[a, b]$ (wobei $C_2^s[a, b] := \{x \in C_1[a, b] \mid \dot{x} \in C_1^s[a, b]\}$) und $(t, x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)) \in G$ für alle $t \in [a, b]$ (bzw. $(t, x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t+)) \in G$ und $(t, x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t-)) \in G$ an den Unstetigkeitsstellen von $\ddot{x}$), und für eine Funktion $x \in C_2^s[a, b]$ schreiben wir $x \in \mathcal{R}$, falls $x(a) = x_1$, $x(b) = x_2$ $\dot{x}(a) = x_3$ und $\dot{x}(b) = x_4$.