



Maßtheorie - Übungsblatt 5
(Abgabe: Mittwoch, 21. November 2012 vor der Übung.)

Aufgabe 10 (*Äußere Maße*)

((4+4)+4=12 Punkte)

Sei $\Omega = \mathbb{R}$.

a) Entscheiden Sie, ob es sich bei folgenden Mengenfunktionen um äußere Maße handelt

$$(i) \mu^* : \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0, \infty], \mu^*(E) = \begin{cases} 0 & , |E| < \infty \\ 1 & , |E| = \infty. \end{cases}$$

$$(ii) \mu^* : \mathcal{P}(\Omega) \rightarrow [0, \infty], \mu^*(E) = \begin{cases} 0 & , E \text{ abzählbar} \\ 1 & , E \text{ überabzählbar.} \end{cases}$$

b) Geben Sie jeweils im Falle eines äußeren Maßes die Familie \mathcal{A}_{μ^*} aller μ^* -messbaren Teilmengen von Ω an.

Aufgabe 11 (*Lebesgue-Stieltjes äußere Maß*)

(8 Punkte)

Sei $\Omega = \mathbb{R}$, $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige, monoton wachsende Funktion und $I = [a, b]$ ein beschränktes Intervall.
Zeigen Sie:

$$\lambda_f^*(I) = f(b) - f(a),$$

wobei λ_f^* das Lebesgue-Stieltjes äußere Maß mit Belegungsfunktion f ist.