Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Wintersemester 14/15
29. Oktober 2014
Blatt 3

Übungen zu Analysis 3

(https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/ana3.html)

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 04.11.14 um 16:00 Uhr im H12)

5. Zeigen Sie, dass sich der Fejér-Kern folgendermaßen darstellen lässt:

$$F_n(u) = \frac{1}{2(n+1)} \left(\frac{\sin[(n+1)u/2)]}{\sin[(u/2)]} \right)^2$$

(7 Punkte)

6. Wir wollen im Folgenden den Weierstraßschen Approximationssatz mithilfe des Satzes von Fejér beweisen.

   Satz 1 (Approximationssatz von Weierstraß)
   Zu jeder Funktion $f \in C[a,b]$ existiert eine Folge von Polynomen $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$, die gleichmäßig auf $[a,b]$ gegen f konvergiert.

   a) Benutzen Sie im Spezialfall $[a,b] = [-\pi,\pi]$ und $f(\pi) = f(-\pi)$ die Folge $\sigma_n(f;x)$, um Polynome zu finden, die gleichmäßig gegen f konvergieren.
   Tipp: Unter Umständen könnte es hilfreich sein, einen Blick auf die Taylorreihen von $\sin$ und $\cos$ zu werfen.
   b) Lösen Sie den Fall $[a,b]$ beliebig und $f(a) = f(b)$.
   c) Beweisen Sie den Approximationssatz von Weierstraß.

(3+3+3=9 Punkte)