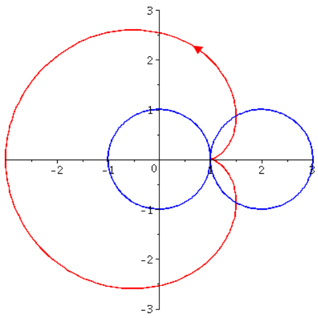
Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Wintersemester 14/15
9. Dezember 14
Blatt 9

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 16.12.14 um 16:00 Uhr im H12)

16. a) Wenn wir einen Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt $(2,0)$ auf einem Kreis mit Radius 1 und Mittelpunkt $(0,0)$ abrollen, und dabei den Weg des festen Randpunktes des ersten Kreises, der am Anfang die Koordinaten $(1,0)$ hat, verfolgen, so erhalten wir die folgende Kardioide (Herzkurve):



Zeige, dass eine Parametrisierung der Herzkurve durch

$$\gamma(\varphi) = (2\cos\varphi - \cos(2\varphi), 2\sin\varphi - \sin(2\varphi)) \text{ mit } 0 \le \varphi \le 2\pi$$

gegeben ist.

b) Berechne den Flächeninhalt der Herzkurve.

(2+4 = 6 Punkte)

17. Finde eine einfach geschlossene positiv orientierte Kurve γ, welche folgendes Integral maximiert:

$$\int_\gamma \left(\frac{1}{3}y^3, x - \frac{1}{3}x^3\right).$$

(5 Punkte)

18. Sei γ eine positiv orientierte Kurve, die den Einheitskreis beschreibt. Seien die Funktionen f, g definiert durch: $f(x,y) = \frac{-y}{x^2+y^2}$ und $g(x,y) = \frac{x}{x^2+y^2}$.

a) Berechne $\int_\gamma (f,g)$.

b) Sei E die Einheitskreisscheibe. Berechne $\iint_E (g_x - f_y) d(x,y)$.

c) Ist das ein Widerspruch zum Satz von Green. Warum (nicht)?

(2+2+1 = 5 Punkte)

Mehr Informationen zur Veranstaltung gibt es unter:
`http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/ana3.html`