

## Übungen zur Linearen Optimierung und Differentialgleichungen

(<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/linopt.html>)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 22.10.14 um 14:00 im H12)

0. Melde dich im SLC zu dieser Vorlesung an und trage dich in der Mailingliste ein (beide Links sind auf der Vorlesungshomepage zu finden). (0 Punkte)

1. Löse das folgende Diätproblem aus der Vorlesung zeichnerisch:

Ein Schwein soll mit Kartoffeln und Rüben gemästet werden. Eine Einheit Kartoffeln koste 30 Euro, eine Einheit Rüben nur 20 Euro. 1 kg Rüben enthält 200 g Eiweiß, 100 g Fett und 200 g Kohlenhydrate. 1 kg Kartoffeln enthält 100 g Eiweiß, 300 g Fett und 600 g Kohlenhydrate. Der tägliche Bedarf des Schweines betrage 1600 g Eiweiß, 700 g Fett und 3 000 g Kohlenhydrate. Man entwerfe einen Fütterungsplan, der einerseits den Mindestbedarf an Eiweiß, Fett und Kohlenhydraten deckt, andererseits aber auch die Gesamtkosten möglichst gering hält.

(8 Punkte)

2. Man **formuliere** die beiden folgende Probleme in Form eines linearen Optimierungsproblems. Es muss keine optimale Lösung berechnet werden.

(a) Herstellung von Kaugummi: Eine Süßigkeitenfirma entwickelt eine neue Kaugummiorte, die aus drei verschiedenen Zutaten besteht. Die erste Zutat kostet 5 Euro pro kg, die zweite 2 Euro und die dritte 0,25 Euro. Zutat 1 enthält pro kg genau 30g Zucker und 40g eines Aromastoffes, die zweite Zutat 70g Zucker und 80g Aroma und die dritte 200g Zucker und keinen Aromastoff. Die Firma hat herausgefunden, dass der fertige Kaugummi den folgenden Kriterien genügen muss, damit sich eine homogene Mischung ergibt und das Produkt von den Kunden gekauft wird: Er soll mindestens 30g/kg und höchstens 60g/kg Zucker enthalten. Pro Kilogramm müssen sich mindestens 30 g des Aromastoffes im Kaugummi befinden. Zusätzlich soll die Süßigkeit zu mindestens 40% aus Zutat 1 bestehen, während Zutat 2 höchstens 50% und Zutat 3 höchstens 30 % des neuen Kaugummi ausmachen darf.

Es soll ein zulässiger Kaugummi mit minimalen Materialkosten produziert werden.

(b) Transportproblem: Die Raffinerien  $R_1, \dots, R_m$  einer Ölgesellschaft beliefern die Tanklager  $T_1, \dots, T_n$  unter folgenden Bedingungen:

- Raffinerie  $R_i$  kann höchstens  $a_i$  Einheiten des Produkts liefern ( $1 \leq i \leq m$ ).
- Das Tanklager  $T_j$  benötigt mindestens  $b_j$  Einheiten ( $1 \leq j \leq n$ ).
- Der Transport von  $R_i$  nach  $T_j$  koste  $c_{ij}$  Euro pro Einheit.

Dabei sollen die Transportkosten möglichst gering gehalten werden.

(8+8=16 Punkte)

**Freiwillige Programmieraufgabe auf der Rückseite.**

3\*. Programmieraufgabe (freiwillig, keine Abgabe):

Schreibe ein kleines Computerprogramm, um Aufgabe 1 (zumindest näherungsweise) zu lösen (das ersetzt nicht die zeichnerische Lösung bei Aufgabe 1). Dazu folgende Tipps/Ideen/Fragen:

- Benutze eine Programmiersprache deiner Wahl, z.B. Java.
- Die Grundidee ist, den zulässigen Bereich durch ein Gitter zu überdecken und die Zielfunktion  $f(x, y)$  an diesen Gitterpunkten  $(x, y)$  auszurechnen und das beste Ergebnis zu wählen.
- Dazu kannst du zwei verschachtelten for-Schleifen benutzen, um alle Gitterpunkte in einem Rechteck abzulaufen. Überlege dir, in welchem Intervall sich die  $x$ -Koordinate und in welchem sich die  $y$ -Koordinate bewegen muss. Für jeden Punkt im Rechteck kannst du prüfen, ob er alle Bedingungen erfüllt, also im zulässigen Bereich liegt. Spiele auch mit verschiedenen Abständen zwischen den Gitterpunkten herum.
- Vergleiche das Ergebnis mit dem von Aufgabe 1.
- Warum ist ein solches Computerprogramm trotzdem nicht immer sinnvoll?

Das Programm brauchst du nicht abzugeben. Bei Problemen kannst du dich an Matthias Heinlein wenden.