

## Übungen zur Linearen Optimierung und Differentialgleichungen

(<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/linopt.html>)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 03.12.14 um 14:00 im H12)

11. Prüfe, ob die folgenden Mengen konvex sind.

- (a) Ein beliebiges Intervall.
- (b) Die Vereinigung von zwei Intervallen.
- (c) Die Einheitskreisscheibe  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$
- (d) Der Einheitskreis  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \right\}$
- (e) Die punktierte Einheitskreisscheibe  $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < x^2 + y^2 \leq 1 \right\}$
- (f) Der Schnitt  $A \cap B$ , falls  $A$  und  $B$  konvex sind.
- (g) Die Vereinigung  $A \cup B$ , falls  $A$  und  $B$  konvex sind.

(7 Punkte)

12. Löse das folgende Transportproblem mit dem Stepping-Stone-Algorithmus (Zyklusmethode):  
Es gebe 2 Produzenten, die jeweils 10 Einheiten eines Produkts herstellen, und 4 Konsumenten, die 5, 7, 3 bzw. 5 Einheiten benötigen. Die Transportkosten pro Einheit von Produzent  $i$  zu Konsument  $j$  sind in der folgenden Matrix gegeben.

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Berechne einen kostenminimalen Transportplan, sodass alle produzierten Einheiten ausgeliefert werden und alle Konsumentenbedürfnisse gedeckt sind.

(5 Punkte)

13. Gegeben sei folgende (hoffentlich seltene) Situation: Ein Vater habe vier Töchter, die er heiraten will. Es stehen vier heiratswillige Männer zur Auswahl. Am Ende soll jede Tochter genau einen Mann gefunden haben. Dabei hat jeder Mann mithilfe von sogenannten Antipathieziffern angegeben, wie sehr er die einzelnen Töchter mag: eine Antipathieziffer von 9 bedeutet, dass der Mann die betreffende Tochter nur sehr ungern heiraten will, eine Ziffer von 0 bedeutet, dass er sie sehr gern heiraten möchte. Die Antipathieziffern sind in der folgenden Tabelle eingetragen:

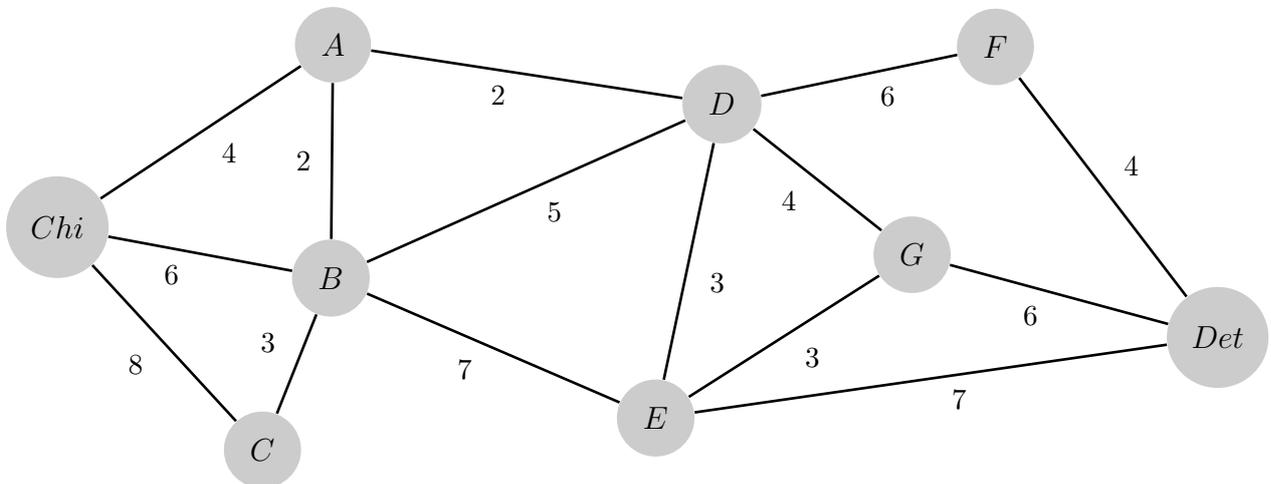
	Tanja	Ingrid	Elke	Monika
Werner	9	4	2	4
Uli	7	5	0	3
Wolfgang	6	4	5	7
Dietmar	9	6	5	7

Die Männer haben mit dem Vater die folgende Vereinbarung geschlossen: Wenn Mann  $i$  Tochter  $j$  heiratet, muss der Vater  $C_{ij}$  Millionen Mitgift an diesen Mann zahlen, je lieber der Mann die Tochter will, desto weniger.

Wie sollte der Vater die Töchter verheiraten, dass er möglichst wenig Geld ausgibt? Führe das Problem auf eine dir bekannte Problemklasse zurück und löse es mit dem entsprechenden Algorithmus aus der Vorlesung.

(6 Punkte)

14. Viele Gangster reisen von Chicago nach Detroit zu einem Treffen. Die möglichen Fahrrouten sind in dem folgenden Graphen dargestellt. Die Polizei möchte Straßenkontrollen einrichten, sodass auf jeder Route mindestens einmal kontrolliert wird (und man somit alle Gangster fassen kann). Die Anzahl der benötigten Polizisten für eine Sperre hängt von den Straßen ab und ist im Graphen eingetragen. Wie sollte die Polizei die Straßensperre einrichten, damit der Personalbedarf möglichst gering ist?



(6 Punkte)

15. Als Programmieraufgabe steht noch einmal die Programmierung des Simplexverfahrens von Blatt 3 zur Auswahl.