Gerhard Baur
Matthias Heinlein
Marcus Heitel

Wintersemester 2015/2016
27. Januar 2016
Blatt 14

Übungen zu Analysis 2

(https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws1516/analysis-2.html)

Abgabe bis zum 02.02.16 12:15 Uhr im H14

64. Sei $M = \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2+y^2 \le 1\right\}$ und $f : M \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x,y) = 6x^2 + 4xy + 3y^2$. Bestimme, falls existent, $\min\limits_M f(x,y)$ und $\max\limits_M f(x,y)$.

(8 Punkte)

65. Bestimme den (minimalen) Abstand der Parabel $y = x^2$ zur Geraden $y = x - 1$.

(6 Punkte)

66. Sei $n \in \mathbb{N}$.
    (a) Bestimme $\max \prod\limits_{i=1}^n x_i$ unter der Nebenbedingung $\sum\limits_{i=1}^n x_i = 1$.
    Hinweis: Lösung ist $x_i = \dfrac{1}{n}$ *für alle* $i = 1, \ldots, n$.
    (b) Zeige mit Teil (a): $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^n x_i \;\ge\; \sqrt[n]{\prod\limits_{i=1}^n x_i}$, falls $x_i \ge 0$ für $i = 1, \ldots, n$.

(4+3=7 Punkte)

67. Seien $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und

$$N_f = \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : f(x,y) = 0\right\}, \quad N_g = \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : g(x,y) = 0\right\}$$

zwei Nullniveaulinien, die sich jeweils durch eine glatte parametrisierte Kurve beschreiben lassen. Weiter existiere der minimale Abstand zwischen den beiden Kurven und werde angenommen in den Punkten $(x_f, y_f)^T \in N_f$ und $(x_g, y_g)^T \in N_g$. Zeige, dass der Verbindungsvektor $v := (x_f, y_f)^T - (x_g, y_g)^T$ orthogonal zu den parametrisierte Kurven ist, d.h. das Skalarprodukt von v mit den Tangentialvektoren der Kurven im Optimum ist 0.

(5 Punkte)

68. Berechene den Wert folgender Integrale
    (a) $\displaystyle\iint\limits_M y\sin(xy)\,\mathrm{d}(x,y)$ mit $M := \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \pi,\ 0 \le y \le 1\right\}$.
    (b) $\displaystyle\iint\limits_M \frac{20x^3}{1+y^5}\,\mathrm{d}(x,y)$ mit $M := \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1,\ x \le y \le 1\right\}$.

(2+2 = 4 Punkte)

Vergess nicht, euch im Hochschulportal zur Vorleistung anzumelden. Es wird insgesamt 15 bewertete Übungsblätter geben, d.h. 225 Punkte werden zur Vorleistung benötigt!