

Übungen zu Analysis 2

(<https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws1516/analysis-2.html>)

74. Sei $M = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$ und $f : M \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y, z) = 3x^2yz$. Berechne $\int_M f \, d(x, y, z)$.

75. Entscheide, ob folgende Vektorfelder $f : G \rightarrow \mathbb{R}^n$ Gradientenfelder sind und bestimme ggf. eine Stammfunktion von f auf G . Berechne außerdem $\int_\gamma f$ für die jeweils angegebene(n) Kurve(n) γ .

(a) Es sei $n = 3, G = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : y > 0\}$, $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow G$ gegeben durch $\gamma(t) := (\cos t, 2 + \sin t, t)^T$ sowie

$$f(x, y, z) := \left(z^2, \frac{e^z}{y} + y, 2xz + e^z \log y \right).$$

(b) Es sei $n = 2, G = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)^T\}$ und $f(x, y) := \left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$. Dazu seien die Kurven

$$\gamma : \left[0, \frac{3\pi}{2} \right] \rightarrow G, \gamma(t) := (\sin t, \cos t)^T$$

und

$$\gamma : [0, 1] \rightarrow G, \gamma(t) := (-t, 1 - t)^T$$

gegeben.

Dieses Blatt zählt nicht zur Vorleistung! Der Inhalt der zweiten Aufgabe wird erst bei der zweiten Klausur, sowie der mündlichen Prüfung erwartet.