Universität Ulm
Gerhard Baur
Bianca Jaud

Übungen zum Seminar
Grundlagen der Mathematik
Blatt 8
Abgabe: Dienstag 08.12.2015

Aufgabe 1 (4 + 2 = 6 Punkte)

(a) Berechnen Sie wenn möglich die folgenden Matrixprodukte $A \cdot B$, $A \cdot B^T$, $A^T \cdot B$, $A^T \cdot B^T$, $B \cdot A$, $B^T \cdot A$, $B \cdot A^T$, $B^T \cdot A^T$ mit

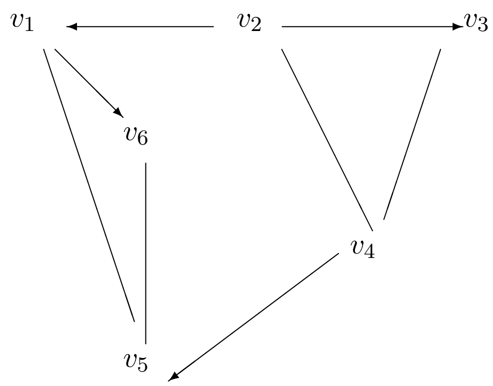
$$A := \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(b) Berechnen Sie das Matrixprodukt $A \cdot B \cdot C$ möglichst effizient.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 0 & -5 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 1 & -9 \\ 2 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (1 + 3 + 2 = 6 Punkte)

Der Stadtplan einer kleinen Stadt X sieht in abstrahierter Form wie folgt aus:



Pfeile deuten an, dass es sich um Einbahnstraßen handelt, Linien sind Straßen, die in beiden Richtungen befahren werden können.

(a) Diese Situation kann mit Hilfe einer Matrix $A = (a_{ij})$ dargestellt werden mit

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{falls es die Straße von } v_i \text{ nach } v_j \text{ gibt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Geben Sie die Matrix A an.

(b) Berechnen Sie $B := A^2$. Zeigen bzw. begründen Sie, dass der Eintrag b_{ij} in B die Anzahl der Wege von v_i nach v_j angibt, bei denen genau 2 Straßen genutzt werden.

(c) Berechnen sie in $C := A^3$ den Eintrag $c_{4,5}$. Was bedeutet dieser Wert?

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es seien A, B zwei $n \times n$ - Matrizen. Zeige Sie:

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \;\Leftrightarrow\; AB = BA$$