Frank Bosserhoff Wintersemester 2016/2017

MathLab zur Vorlesung Lineare Algebra 1

Übungsblatt

24.10.2016

Aufgabe 1

Sei $S := \{a, b, c\}$. Geben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(S)$ an. Was ist die Kardinalität von $\mathcal{P}(S)$?

Aufgabe 2 Gegeben seien die Mengen $A := \{1, 2, 3, 6, 7\}$ und $B := \{2, 6, 7, 9\}$. Bestimmen Sie jeweils:

(a) $A \cap B$.

(b) $A \cup B$.

(c) $A \setminus B$.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass für Mengen A, B, C gilt:

(a) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

(b) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

Aufgabe 4 Negieren Sie folgende Aussagen logisch:

(a) Es existiert eine gerade Zahl, die nicht die Summe zweier Primzahlen ist.

(b) Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$ hat die Gleichung $x^n + y^n = z^n$ in den natürlichen Zahlen x, y, z nur die triviale Lösung $x = y = z = 0$.

Aufgabe 5 Schreiben Sie die folgenden Aussagen mit Hilfe von Quantoren:

(a) Für jede natürliche Zahl gibt es eine natürliche Zahl, die doppelt so gross ist.

(b) Es gibt keine grösste natürliche Zahl.

Aufgabe 6 Betrachten Sie die Menge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$. Prüfen Sie, welche der im Folgenden definierten Operationen *assoziativ* bzw. *kommutativ* sind:

(a) $x * y := x^2 + y^2$.

(b) $x * y := x - y$.

(c) $x * y := x$.

Aufgabe 7 Gegeben sei die Relation

$$\mathcal{R} := \{(a,b) |\ a, b \in \mathbb{N}_0,\ a - b \textit{ ist durch 4 teilbar}\}.$$

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{R}$ eine Äquivalenzrelation definiert.

(b) Beschreiben Sie alle Äquivalenzklassen von $\mathcal{R}$.