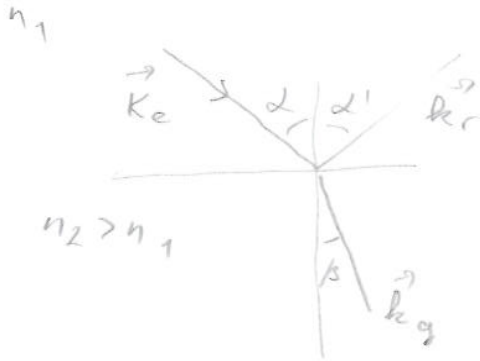


# 2.4 Wellen an Grenzflächen zwischen zwei Medien

Beispiel



Eine ebene Welle  

$$\vec{E}_e = A_e e^{i(\omega_e t - \vec{k}_e \cdot \vec{r})}$$

eine gebrochene Welle  

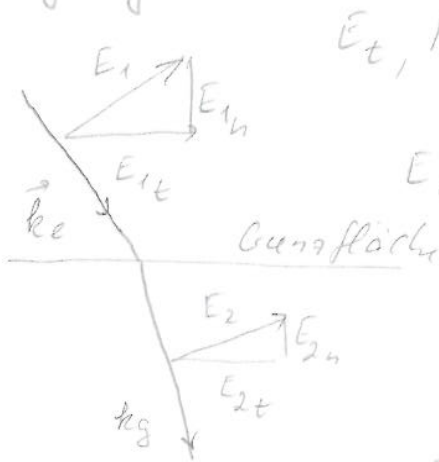
$$\vec{E}_g = A_g e^{i(\omega_g t - \vec{k}_g \cdot \vec{r})}$$

eine reflektierte Welle  

$$\vec{E}_r = A_r e^{i(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})}$$

Randbedingungen für  $\vec{E}, \vec{B}$

Zerlegung  $\vec{E}, \vec{B}$



$E_t, B_t$  parallel zur Grenzfläche (Tangentialkomponente)

$E_n, B_n$   $\perp$  Grenzfläche (Normalkomponente)

Leitodynamik:  
 Übergang 1  $\rightarrow$  2

$B_n = \text{const}, E_t = \text{const}$

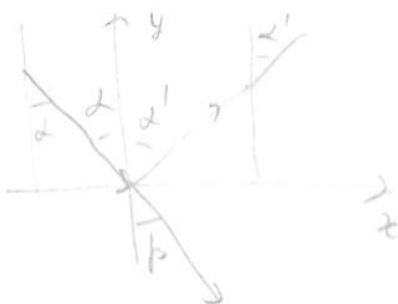
$E, B \sim \mu, 1/\epsilon$

Dann 
$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = [n \approx \sqrt{\epsilon}] = \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$
 für nicht ferromagnetischen Materialien  $\mu \approx 1$

und  $B_{1t} = B_{2t}$

## Reflexions- und Brechungsgesetz



$E_t = \text{const} \rightarrow E_{et} + E_{rt} = E_{gt}$

Für Koordinatensprung  $\vec{r} = 0$

$A_e e^{i\omega_e t} + A_r e^{i\omega_r t} = A_g e^{i\omega_g t}$

Für beliebige Zeit  $t \rightarrow$

$\omega_e \equiv \omega_r = \omega_g$  Alle drei Wellen haben die gleiche Frequenz  $\omega$  2

Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = c' = \frac{c}{n} = v \lambda = \omega \frac{\lambda}{2\pi}$   
 $\lambda \neq \text{const}$

$E_{et} + E_{rt} \neq E_{gt}$  für alle  $\vec{r}$  der Grenzfläche.

$\vec{k}_e \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{k}_g \cdot \vec{r} \quad (*)$  (Phasen der drei Wellen gleich sein müssen).

Grenzfläche  $\rightarrow x-z$  Ebene

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + z \vec{e}_z$$

$$\vec{k}_e = k_{ex} \vec{e}_x + k_{ey} \vec{e}_y \quad (**)$$

Richtungen  $\vec{k}_g$ ,  $\vec{k}_r$  noch nicht bekannt

$$\vec{k}_r = k_{rx} \vec{e}_x + k_{ry} \vec{e}_y + k_{rz} \vec{e}_z$$

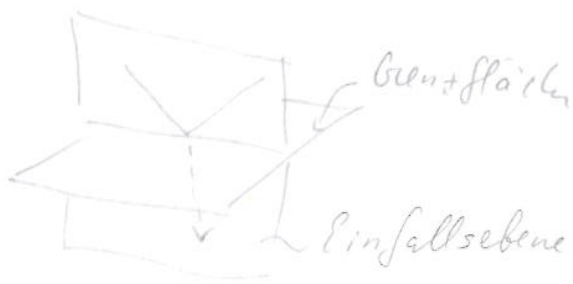
$$\vec{k}_g = k_{gx} \vec{e}_x + k_{gy} \vec{e}_y + k_{gz} \vec{e}_z$$

mit  $(*) \rightarrow$   $k_{ex} \cdot x = k_{rx} \cdot x + k_{rz} \cdot z = k_{gx} \cdot x + k_{gz} \cdot z$

muss für beliebige Werte von  $x$  und  $z$  gelten

$$\rightarrow k_{ex} = k_{rx} = k_{gx} \quad \Rightarrow \text{Wellenvektoren } \in \text{ Einfallsebene}$$

$$k_{rz} = k_{gz} = 0$$



$\vec{k}_e, \vec{k}_r, \vec{k}_g \in \text{Einfallsebene}$

$$\rightarrow k_{ex} = k_e \sin \alpha$$

$$k_{rx} = k_r \sin \alpha' \quad (***)$$

$$k_{gx} = k_g \sin \beta$$

Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = c' = \frac{c}{n}$

$$k = \frac{\omega}{c'} = n \frac{\omega}{c} \quad (****)$$

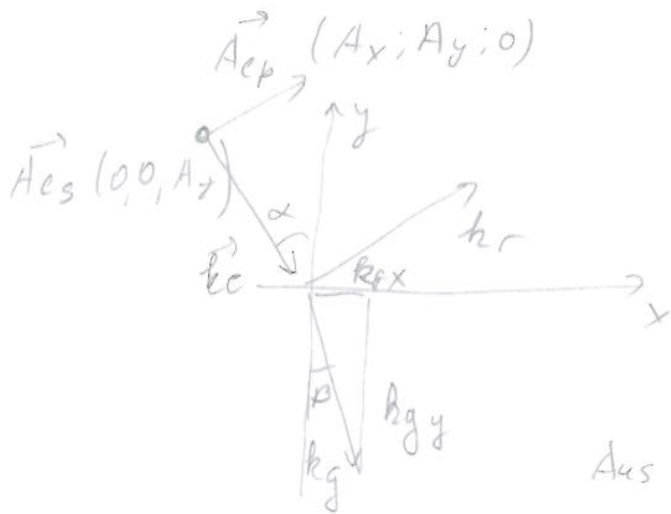
$$\omega = \text{const} \rightarrow \frac{\sin \alpha}{c_1'} = \frac{\sin \alpha'}{c_1'} = \frac{\sin \beta}{c_2'}$$

Sinelliusches Brechungsgesetz.

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \alpha'}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1'}{c_2'} = \frac{n_2}{n_1}$$

# 2.4.1 Amplitude und Polarisation von reflektierten und gebrochenen Wellen.



Amplitudenvektoren  
 $\vec{A}_p, \vec{A}_s$  -  $\parallel$  und  $\perp$  zur Einfallsebene  
 Einfallsebene  
 Stätigkeit  $\vec{E}_t$   
 $\vec{A}_{es} + \vec{A}_{rs} = \vec{A}_{gs}$  (a)

Aus EM  $\vec{B} = \frac{1}{\omega} (\vec{k} \times \vec{E})$   
 mit  $\vec{k} = n \vec{k}_0$   $\vec{B} = \frac{n}{c} (\vec{k}_0 \times \vec{E})$

$B = \frac{n}{\omega} (\vec{k}_0 \times \vec{E}) = \frac{1}{\omega} (\vec{k} \times \vec{E})$

Tang. Komp  $B_x (\vec{k}_e \times \vec{E}_e)_x + (\vec{k}_r \times \vec{E}_r)_x = (\vec{k}_g \times \vec{E}_g)_x$   
( $n_1, n_2 \approx 1$ )

was für die Komponente  $E_s \perp$  Einfallsebene ergibt

$k_{ey} A_{es} + k_{ry} A_{rs} = k_{gy} A_{gs}$

mit  $k_{ry} = -k_{ey}$  es folgt

$A_{es} - A_{rs} = \frac{k_{gy}}{k_{ey}} A_{gs}$  (b)

Aus Stätigkeit von  $E_t$  an Grenzfläche (a) und (b)

$A_{gs} = \frac{2}{1+a} A_{es}$  mit  $a = k_{gy}/k_{ey}$

$A_{rs} = \frac{1-a}{1+a} A_{es}$

mit  $\frac{k_{ey}}{k_e} = \cos \alpha$   $\frac{k_{gy}}{k_g} = \cos \beta$   
 und  $k_g = \frac{n_2}{n_1} k_e$

$a = \frac{n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha}$  Damit erhalten wir die

Amplitudenverhältnisse für reflektierte und gebrochene Welle

Reflexionskoeffizient  $\rho_s$  und Transmissionskoeffizient  $\tau_s$  <sup>49</sup>

$$\rho_s = \frac{A_{rs}}{A_{es}} = \frac{1-a}{1+a} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

$$\tau_s = \frac{A_{gs}}{A_{es}} = \frac{2}{1+a} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Analog für parallele Komponenten  $E_p$

$$\rho_p = \frac{A_{rp}}{A_{ep}} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

$$\tau_p = \frac{A_{gp}}{A_{ep}} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}$$

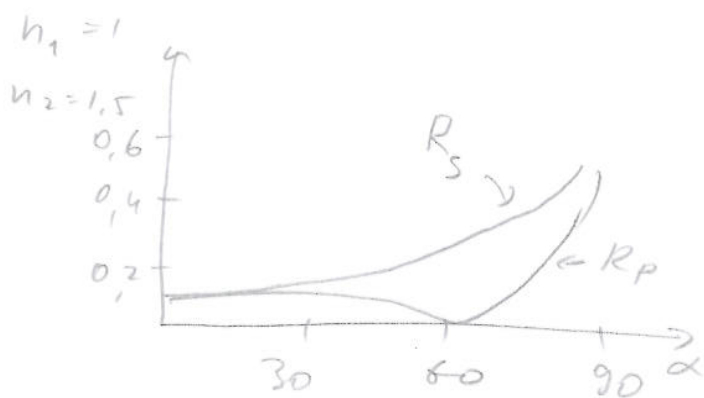
Fresnel-Formeln.

2.4.3. Reflexionsvermögen  $R = \frac{\bar{I}_r}{\bar{I}_e} = \frac{A_r^2}{A_e^2}$

Für  $R_s$ :  $R_s = \frac{A_{rs}^2}{A_{es}^2} = \left( \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$

Für parallele Komponenten

$$R_p = \frac{A_{rp}^2}{A_{ep}^2} = \left( \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \right)^2$$



Für  $\alpha = 0$   $R_s = R_p$   $R(\alpha=0) = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$

Beispiel: Luft - Glas Grenzfläche

$n_1 = 1$ ;  $n_2 = 1.5$   $\alpha = 0$

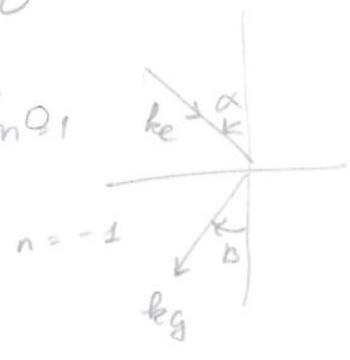
$$R = \left( \frac{0.5}{2.5} \right)^2 = 0.04$$

$T + R = 1$

Bemerkung: Materialien mit  $n < 0$

$$\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha = \frac{1}{n_2} \sin \alpha < 0$$

$$\Rightarrow \beta < 0$$

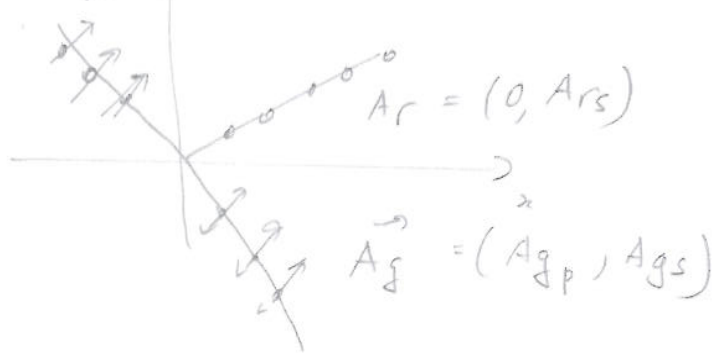


Brewsterwinkel.

$A_{rp}$  für  $\alpha + \beta = 90^\circ$  (Reflektierte Welle für // Komponente)

$$A_e = (A_{ep}, A_{es})^T$$

$\alpha_B$  - Brewsterwinkel (aus  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$  und  $\alpha + \beta = 90^\circ$  (BWS  $\alpha = \sin^{-1}(90^\circ)$ )



$$\tan \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}$$

Luft - Glas

$$n_1 = 1, n_2 = 1.5 \Rightarrow \lambda_0 = 56,3$$

2.4.4 Totalreflexion

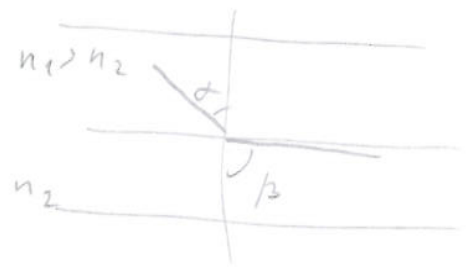
$$n_1 > n_2$$

$$\sin \alpha = \frac{n_2}{n_1} \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha \leq \frac{n_2}{n_1}$$

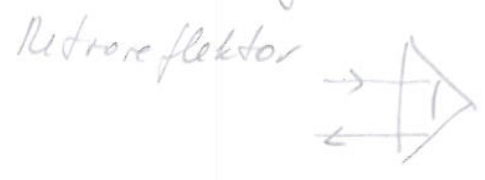
damit die Welle ins Medium 2 eintreten kann.

Für  $\sin \alpha > \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow$  Totalreflexion.

$$\alpha_g \text{ (Grenzwinkel der Totalreflexion) } \sin \alpha_g = \frac{n_2}{n_1}$$

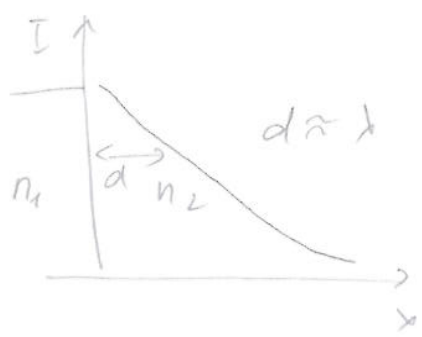


Beispiel  $n_1 = 1.5$   
 $n_2 = 1$   
 $\alpha_g = 41,8^\circ$



Bemerkung

- a) TIR  $\rightarrow$  nur für  $n_1 > n_2$
- b) "evaneszente Welle"



Phasenänderung bei der Reflexion.

Fresnel - Formeln

$$R_s = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta} = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

für  $n_2 > n_1 \Rightarrow \cos \beta > \cos \alpha$   
 Reflexion  $\rightarrow$   $A_s$  negativ

Reflexion am optisch dichteren Medium

Phasensprung  $\pi$  für  $A_s$

Reflexion an Metalloberflächen.

$n_1 = 1$  und  $n_2 = n' - ik$

$$R = \frac{(n' - 1)^2 + k^2}{(n' + 1)^2 + k^2} \quad \alpha = 0, \text{ Fresnel}$$

für  $k \gg n'$   $R \approx 1$

Beispiel : Aluminium  $\lambda = 600 \text{ nm}$   
 $n' = 0,95, k = 6,4$   
 $\Rightarrow R = 0,91$

Transmissionsvermögen, Schicht der Dicke  $\Delta z$

$$T = \frac{I_t}{I_e} = e^{-2\Delta z} = e^{-4\pi \Delta z k / \lambda_0}$$

Medien mit negativem Brechungsindex

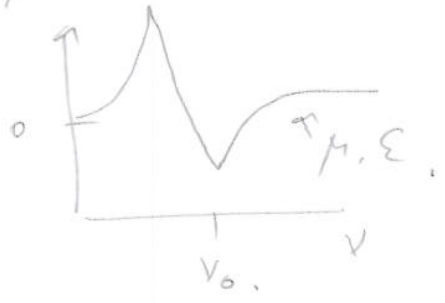
Phasengeschwindigkeit  $v_{ph} = (\epsilon \epsilon_0 / \mu \mu_0)^{1/2} = \frac{c}{n}$



$n_r$  - Realanteil des Brechungsindex

Metamaterialien  $\epsilon$  und  $\mu < 0$

$$n_r = \pm \sqrt{\epsilon \cdot \mu}$$



2.5 Ausbreitung von Lichtwellen in anisotropen Medien



Dielektrizitätskonstante  $\rightarrow$  Tensor

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Zusammenhang zw. dielekt. Verschiebungsdichte  $\vec{D}$  und el. Feldstärke  $\vec{E}$

$$\vec{D} = \bar{\epsilon} \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0} D_x = \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} D_y = \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} D_z = \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z$$

Allg.  $\vec{D}$  und  $\vec{E}$  sind nicht parallel

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$\vec{D} \times \vec{E}$  P - Schwingungsrichtung der ind. Dipole.

Folgen: Poynting - Vektor  $\vec{S} \perp \vec{k}$  ( $\vec{D} \cdot \vec{k} = 0$   
 $\vec{S} \sim \vec{E} \times \vec{B}$ )

Brechungsindex - Ellipsoid

nicht absorbierenden Medien  $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$

nicht-optisch-aktiven Medien  $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$

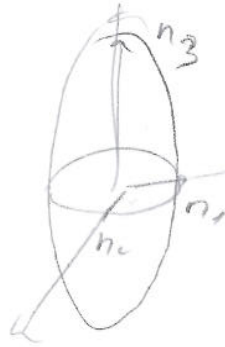
Hauptachsen-Transformation  $\rightarrow \bar{\epsilon}$  - Diagonal

$$\bar{\epsilon}_{44} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

- 3 Werte von Brechungsindex

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1} \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2} \quad n_3 = \sqrt{\epsilon_3}$$

Index ellipsoid



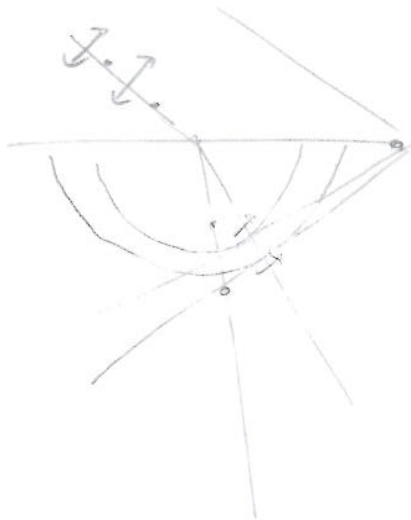
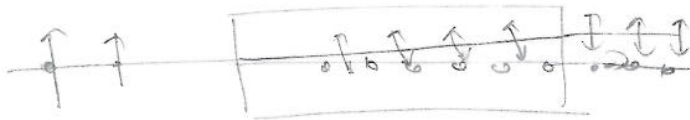
$$1 = \frac{n_x^2}{n_1^2} + \frac{n_y^2}{n_2^2} + \frac{n_z^2}{n_3^2}$$

Länge der Hauptachsen - Hauptwerte  $n_i$  des Brechungsindex.

Für viele Kristalle

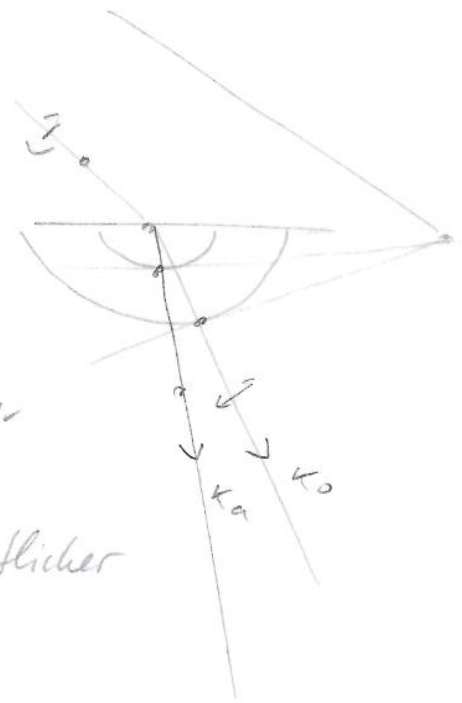
$$n_1 = n_2 \neq n_3$$

### Doppelbrechung



$k_o$  ordentlicher Strahl

$k_a$  außerordentlicher Strahl





# 2.6. Erzeugung und Anwendung von polarisiertem Licht

Definition EM  $\vec{E} = (\vec{A}_x + \vec{A}_y) e^{i(\omega t - kz)}$

Amplituden  $\vec{A}_x = E_{0x} e^{i\varphi_1}$  und  $\vec{A}_y = E_{0y} e^{i\varphi_2}$

Allg - komplexe Vektoren

Spezialfall:  $\varphi_1 = \varphi_2$  linear polarisierte Welle

$|\vec{A}_x| = |\vec{A}_y|, |\varphi_2 - \varphi_1| = \pi/2$  - zirkular polarisiert

Dipol,  $r \gg d_0$  - linear polarisiert

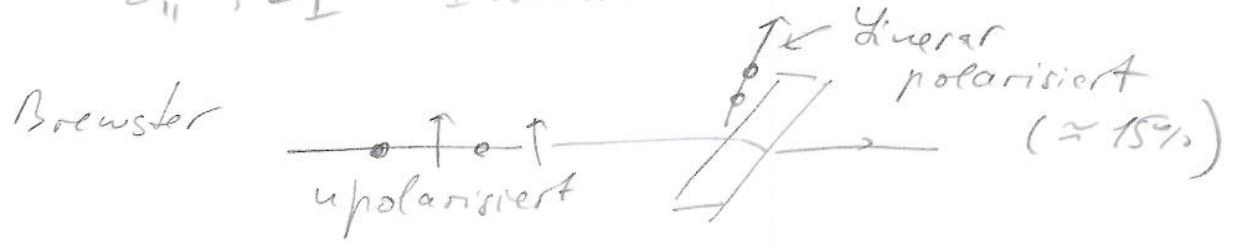
Mehrere Dipole  $\rightarrow$  unpolarisiert.

## 2.6.1. Erzeugung von linear polarisiertem Licht durch Reflexion

Definition. Polarisationsgrad

$$PG = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$$

$I_{\parallel}, I_{\perp}$  - Intensitäten



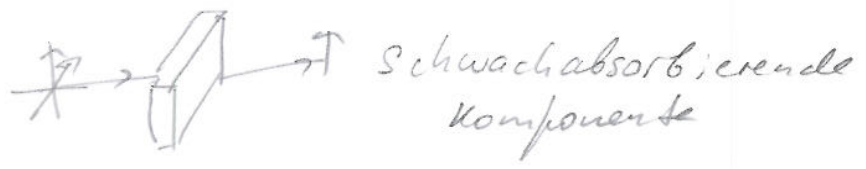
Polarisation  $PG = \frac{0,5 - 0,5 \cdot 0,85}{0,5 + 0,5 \cdot 0,85} \approx 0,08$

Lösung  $\rightarrow$  mehrere Platten

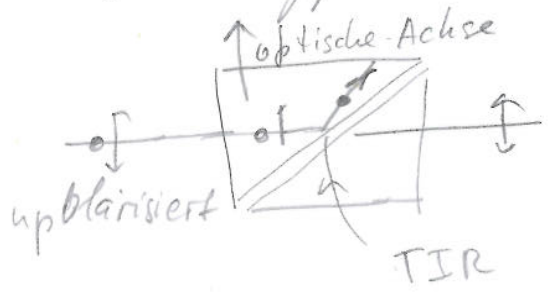


# Nachteil - Intensitätsverluste

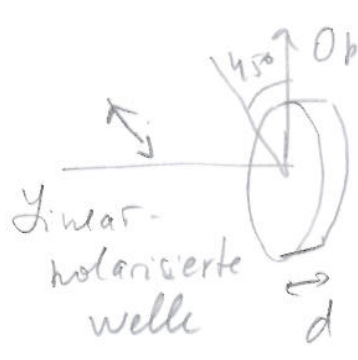
## b) E-Richtungsabhängige Absorption



## c) Doppelbrechende Polarisatoren



## 2.6.2 Zirkular-Polarisatoren (λ/4 - Plättchen)



$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \quad \text{mit } \vec{E}_0 = (E_{0x}; E_{0y}; 0)$$

Material  $n_3 < n_1 = n_2$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d (n_3 - n_1)$$

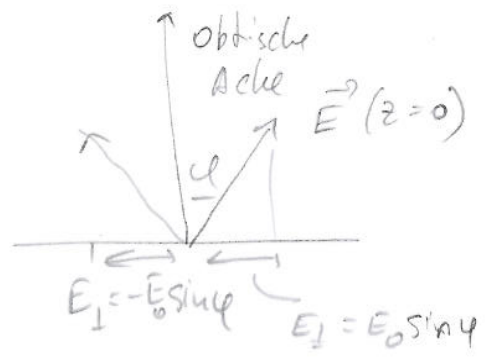
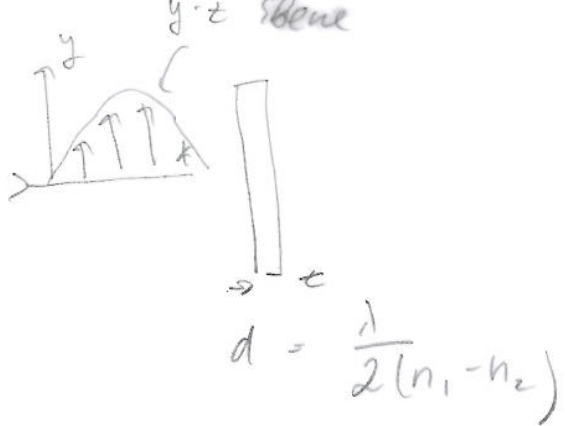
$$d (n_3 - n_1) = \lambda_0 / 4 \Rightarrow \varphi = \pi/2$$

Beispiel  $n_1 = 1.55 \quad n_3 = 1.58$

$$d = \frac{\lambda}{4 \cdot 0,03} = 8,3 \lambda$$

höhere Ordnung  $\Delta \varphi = \frac{2m+1}{2} \pi ; m \gg 1$

## 2.6.3 Polarisationsdreher (λ/2 Platte)



$\varphi$  - Winkel zw.  $E$  und opt. Achse

$E_{0\parallel} = E_0 \cos \varphi$

$E_{0\perp} = E_0 \sin \varphi$

Für  $d = \frac{\lambda}{2(n_1 - n_3)}$ ;  $\Delta \varphi = \pi$

und für  $z=d$   
 $(k_{\perp} - k_{\parallel}) \cdot d = \pi$

$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi e^{i k_{\parallel} d} e^{i \omega t}$

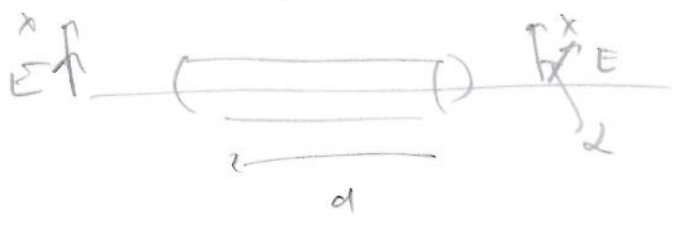
$E_{\perp} = E_0 \sin \varphi e^{i k_{\perp} d} e^{i \omega t} =$   
 $= E_0 \sin \varphi e^{i k_{\parallel} d} e^{i \omega t}$

Drehung  $E$

$\Delta \alpha = 2\varphi$

2. ~~6.4~~ 6.4 Optische Aktivität

Optisch aktive Stoffe



$\alpha = \alpha_s \cdot d$

Proportionalitätsfaktor  $\alpha_s$   
 "optisches Drehvermögen"

linksdrehende — (-)  
 rechte drehende Substanzen +

Physikalische Grund - Symmetrieeigenschaften des Mediums

Spiralformige Anordnung der Atome

Beispiele: Zucker, Milchsäure, Proteine, DNA

## 2.7. Nichtlineare Optik

129

diel. Polarisation

$$P_i = \epsilon_0 \sum_j \chi_{ij} E_j$$

$\chi_{ij}$  - El. Suszeptibilität

gilt nur für  $E \ll E_{\text{atom}}$

Beispiel: Sonnenlicht

$$\Delta \lambda = 1 \text{ nm} \quad 3 \text{ V/m}$$

$$\text{Atomfeld} \approx \frac{40 \text{ V} \cdot e}{4\pi \epsilon_0 \cdot r_{\text{atom}}^2} = 5 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$$

Laser

$$I (\text{W/m}^2) = \frac{1}{2} \left( \frac{M_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \cdot E^2 (\text{V/m})$$

$$I_{\text{ne}} = 10^{17} \text{ W/m}^2!$$

Laser

$$10 \text{ nJ}, 100 \text{ fs}, 1 \text{ mm}^2 \rightarrow$$

$$\frac{10^{-8}}{10^{-14} \cdot 10^{-12}} = 10^{18} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$P_i = \epsilon_0 \left( \sum_j \chi_{ij}^{(1)} E_j + \sum_j \sum_R \chi_{ijR}^{(2)} E_j E_R + \dots \right)$$

Optische Frequenzverdopplung (isotropes Medium)

$$P_x = \epsilon_0 \left( \chi^{(1)} E_0 \cos \omega t + \chi^{(2)} E_0^2 \cos^2 \omega t \right)$$

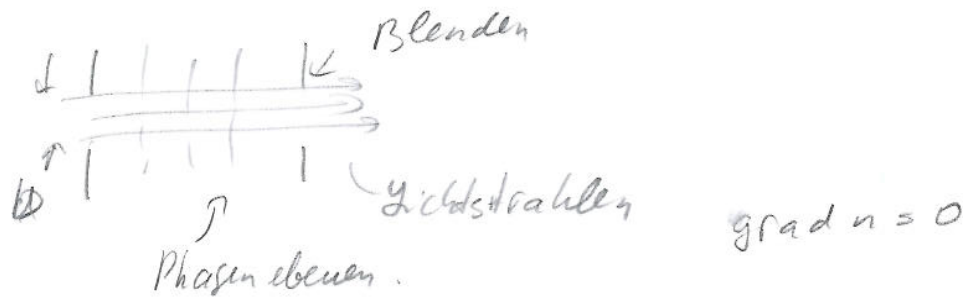
$$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos 2x)$$

$$P_x = \epsilon_0 \left( \chi^{(1)} E_{0x} \cos \omega t + \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_{0x}^2 + \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_{0x}^2 \cos 2\omega t \right)$$

Oberwelle auf  $2\omega$   $\rightarrow$

### 3. Geometrische Optik

EM Wellen  $\leftrightarrow$  durch die Normale auf der Phasenfläche bestimmt  $\rightarrow$  Lichtstrahlen



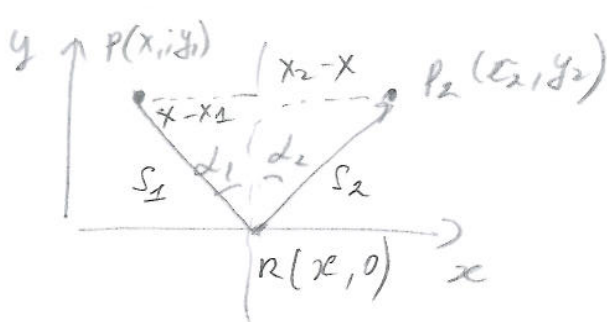
Geometrische Optik: Querschnitt  $D \gg \lambda$   
(keine Beugung)

Grundaxiome der geometrischen Optik

- $\rightarrow$  Optisch hom. Medium  $\leftrightarrow$  Lichtstrahlen sind Geraden
- $\rightarrow$  Grenzfläche zw. 2 Medien: Reflexion und Brechung
- $\rightarrow$  Mehrere Strahlenbündel beeinflussen sich nicht (Lineare Optik).

a, b)  $\leftrightarrow$  Fermat Prinzip: Lichtlaufzeit ist minimal

Beispiel: Reflexion.



Lichtweg  
 $S = S_1 + S_2 =$   
 $\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2} + \sqrt{(x_2-x)^2 + y_2^2}$

Fermat Prinzip  $\frac{dt}{dx} = 0$   $t = S/c \Rightarrow$

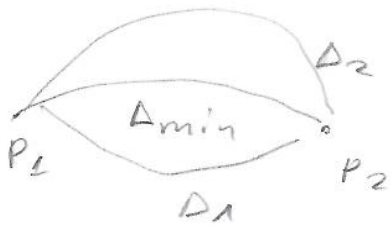
$$\frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + y_1^2}} = \frac{x_2-x}{\sqrt{(x_2-x)^2 + y_2^2}}$$

$$\sin \alpha_1 = \sin \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$



inh. Median ;  $n \neq \text{const}$

Min. Gaußzeit  $\Leftrightarrow$  min. opt. Weg.



$$\delta \int_{P_1}^{P_2} n ds = 0$$

Variation des opt. Weges

gegenüber dem Kurzesten Weg

### Die optische Abbildung

Abbildung : Licht das von einem Punkte  $P_1$  ausgeht wieder in einem Punkte  $P_2$  vereinigt wird.

Beispiele

ellipt. Spiegel  $\Leftrightarrow$  Bildet die beiden Brennpunkte  $P_1, P_2$  ineinander ab.

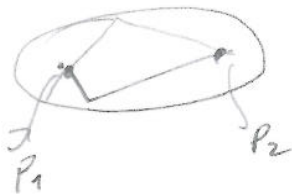


Abbildung beliebiger Punkte -  
Lochkamera  
Lochblende

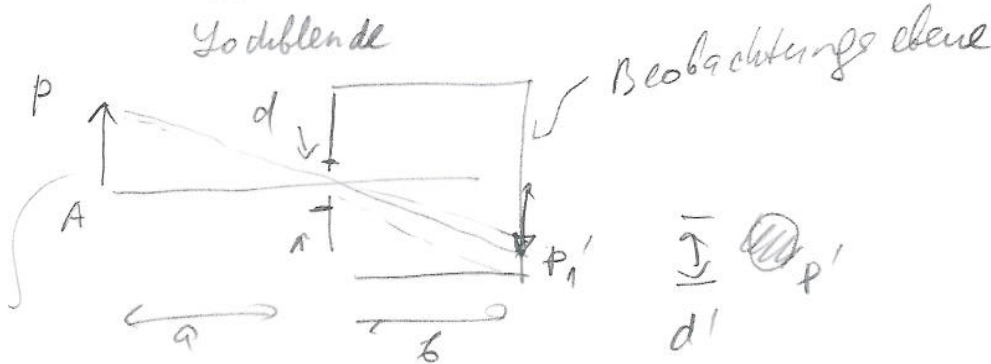


Abbildung  $d' = \frac{a+b}{a} d$

Optimal  $\Leftrightarrow$  d Beugung =  $d'$

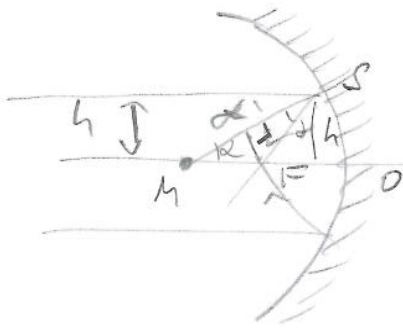
$$d_B = \frac{2b \cdot \lambda}{d} \Rightarrow d_{opt} = \sqrt{\frac{a \cdot b}{a+b}} \cdot 2\lambda$$

Beispiel  $\lambda = 500 \text{ nm}, a = 20 \text{ cm}, b = 5 \text{ cm} \Rightarrow d_{opt} = 0,2 \text{ mm}$



### 3.2 Sphärischer Hohlspiegel

verkleinerte oder vergrößerte Bilder



$$FS = FM = \frac{R/2}{\cos \alpha}$$

$$\text{Damit } OF = R - R/2 \cos \alpha = R \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha}\right)$$

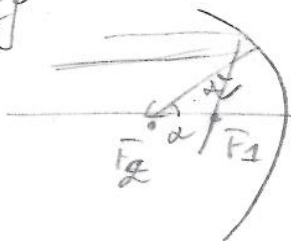
Für genügend kleine Abstände  $h$  des Strahles (paraxiale Strahlen)

$$\cos \alpha \approx 1 \Rightarrow OF = f = R/2$$

$f$  - Brennweite des sphärischen Spiegels

Für paraxiale Strahlen ist die Brennweite eines Kugelspiegels gleich dem halben Kugelradius.

Allg



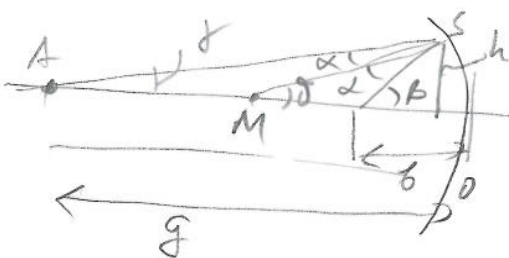
$f \neq \text{const}$ , hängt vom Achsenabstand  $h$ .

$$\text{mit } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \text{ und } \sin \alpha = h/R$$

$$f = R \left(1 - \frac{1}{2 \cos \alpha}\right) = R \left(1 - \frac{R}{2 \sqrt{R^2 - h^2}}\right)$$

$$\text{für } \alpha = 60^\circ (h = 0,87R) ; OF = 0$$

Beispiel: Abbildung eines Achsenpunktes A in der beliebigen Entfernung



Entfernung  $g = OA > f$   
 $\delta = \alpha + \beta$  (Außenwinkel  $\triangle MSA$ )

$\beta = \delta + \alpha$  (Außenwinkel  $\triangle BSM$ )

Dann  $\gamma + \beta = 2\delta$

Für kleine Winkel

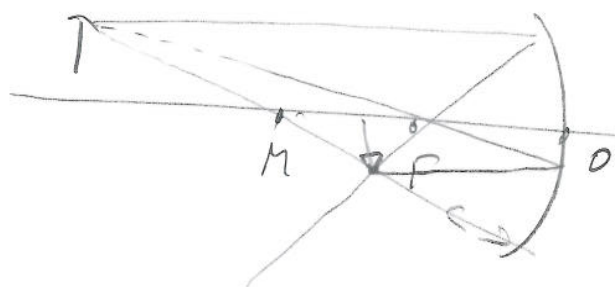
$\gamma, \beta$

$$\gamma \approx \tan \gamma = \frac{h}{g} ; \beta = \tan \beta = \frac{h}{b} ; \delta \approx \sin \delta = \frac{h}{R}$$

$$\text{damit } \boxed{\frac{1}{g} + \frac{1}{b} \approx \frac{2}{R} \approx \frac{1}{f}}$$

### 3.3. geom. Konstruktion des Bildes

Konkaver Hohlspiegel

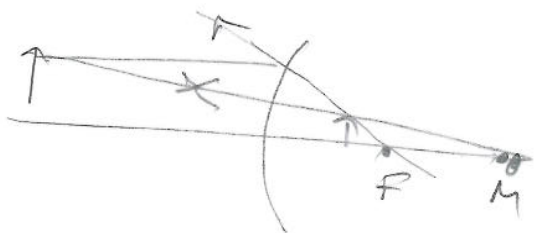


1) Strahl  $S_1 \parallel MO$   
 $\rightarrow$  geht durch Brennpunkt

2) Strahl durch F  $\rightarrow$

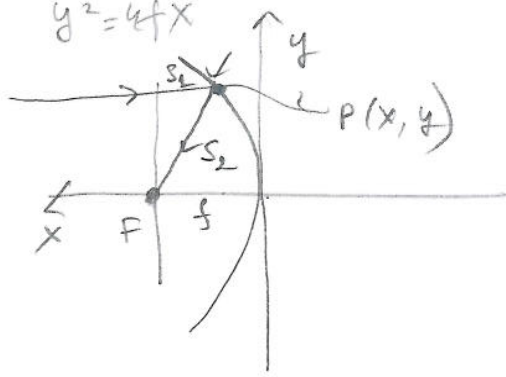
3) Strahl durch Mittelpunkt der Kugel  $\rightarrow$  nach Reflexion  $\parallel MO$   
der in sich reflektiert wird

Konvexer Hohlspiegel  $\Rightarrow$  virtuelles Bild



### 3.4. Parabolspiegel (Anwendung - Radioastronomie)

fokussiert eine ebene einfallende Welle  
nach Reflexion in einem Punkt F - Brennpunkt



$s = s_1 + s_2 = \text{const}$  (nicht Funktion) ⑤

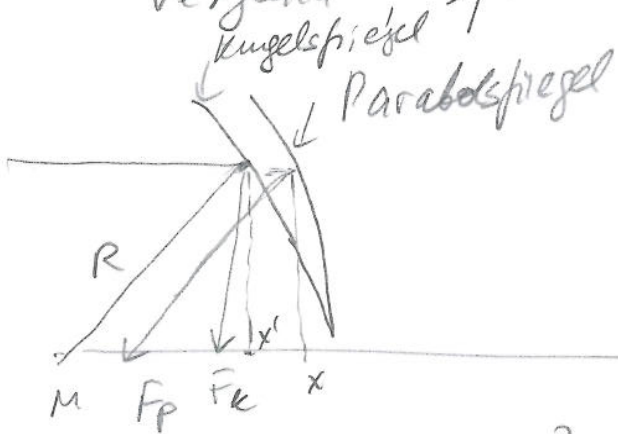
$$s = f - x + \sqrt{(f-x)^2 + y^2}$$

für  $y^2 = 4fx$   $s = 2f$

und damit unabhängig von  $y$

Gleichung des Parabolspiegels  $x = \frac{1}{4f} y^2$

Vergleich sphär. vs. Parabolspiegel



Für Kugelfläche gilt

$$y^2 + (R-x)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow x' = R - \sqrt{R^2 - y^2}$$

Für  $y^2 < R^2$   $x = \frac{y^2}{2R} + \frac{y^4}{8R^3} + \dots$

für  $f = R/2$  erhält man  $x = \frac{1}{4f} y^2$  (Parabel)

Fazit: Paraxiale Näherung  $\Rightarrow$  Sph. Spiegel

z. u. Prismen

$\Rightarrow$  Parabolspiegel

Ablenkungswinkel

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \beta_1 - \beta_2$$

$\Delta ABC$  Einfallswinkel

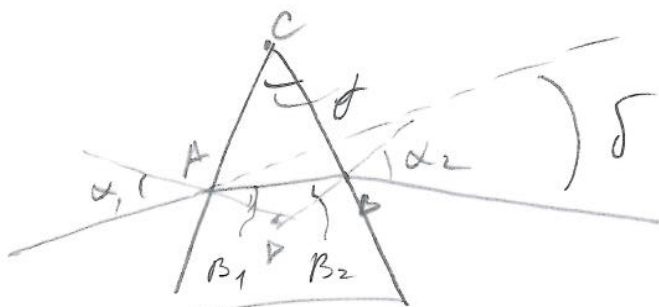
$$\gamma + (90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \delta = \beta_1 + \beta_2$$

$$\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$$

Ablenkungswinkel

Prismenwinkel



gleichschenkeliges Dreieck

Minimalle Ablenkung bei festem Prismenwinkel  $\varphi$  ①

$$\frac{d\delta}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \Rightarrow d\alpha_2 = -d\alpha_1$$

Brechungsgesetz  $\sin \alpha = n \sin \beta$ ; Ableitungen

$$\cos \alpha_1 d\alpha_1 = n \cos \beta_1 d\beta_1$$

$$\cos \alpha_2 d\alpha_2 = n \cos \beta_2 d\beta_2$$

wegen  $\beta_1 + \beta_2 = \varphi \rightarrow d\beta_1 = -d\beta_2$

$$\frac{\cos \alpha_1 d\alpha_1}{\cos \alpha_2 d\alpha_2} = - \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2}$$

Für Strahlengang mit minimaler Ablenkung

$$d\alpha_1 = -d\alpha_2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta_2} \quad (*)$$

(\*) + Brechungsgesetz  $\Rightarrow$

$$\frac{1 - \sin^2 \alpha_1}{1 - \sin^2 \alpha_2} = \frac{n^2 - \sin^2 \alpha_1}{n^2 - \sin^2 \alpha_2}$$

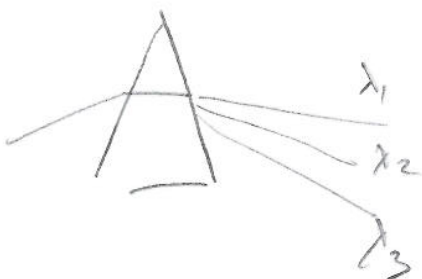
Für  $n \neq 1$  gilt nur für  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$

Damit

$$\delta_{\min} = 2\alpha - \varphi$$

$$\sin \frac{\delta_{\min} + \varphi}{2} = \sin \alpha = n \sin \beta = n \sin \varphi/2$$

Dispersion



$n \neq \text{const}$

$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2 \sin(\varphi/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\varphi/2)}} \frac{dn}{d\lambda}$$

Für die meisten durchsichtigen Materialien

$$dn/d\lambda < 0 \Rightarrow \lambda_1 - \text{rot}, \lambda_2 - \text{blau}$$



Beispiel: gleichseitiges Prisma  $\gamma = 60^\circ$

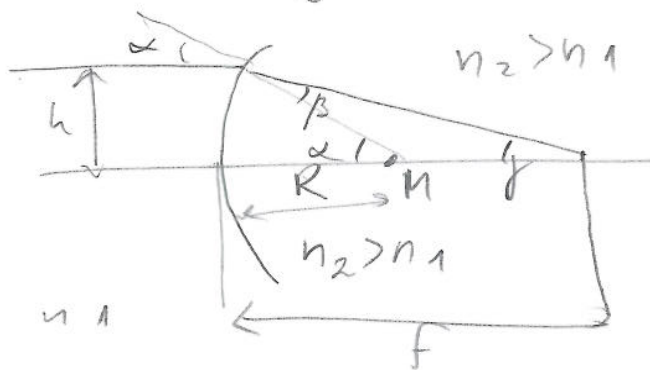
$$\frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{dn/d\lambda}{\sqrt{1 - n^2/4}}$$

Mit  $dn/d\lambda = 4 \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$  für  $\lambda = 400 \text{ nm}$  und  $n = 1,8$   
(Flintglas) wird  $\frac{d\delta}{d\lambda} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ rad/nm}$

## 2.5 Linsen

Anwendungen: opt. Geräte z.B. Brille, Lupe, Mikroskop, Projektoren

Berechnung an einer gekrümmten Fläche



$n_2 > n_1$  Sphärische Grenzfläche  
Brechzahlen  $n_1, n_2$

$$h = R \cdot \sin \alpha = f \sin \gamma$$

$$\alpha = \gamma + \beta \Rightarrow \gamma = \alpha - \beta$$

Brennweite  $f = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \beta)} R$

Sneliusschen Brechungsgesetz  $n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

und kleine Winkel  $\cos \alpha \approx \cos \beta \approx 1$

$$f = \left( \frac{n_2}{n_2 - n_1} \right) R$$

Beispiel: Grenzfläche zw. Luft ( $n_1 = 1$ )

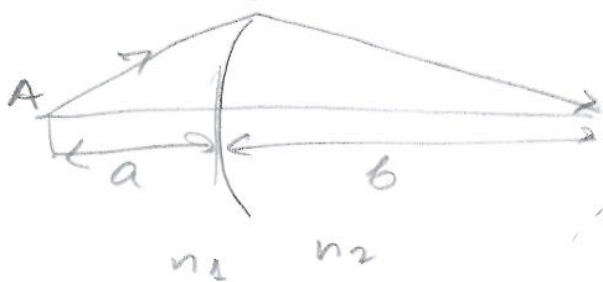
und Glass ( $n_2 = 1,5$ )  $\Rightarrow f = 3R$

wichtig: Gleichung gilt nur näherungsweise für

# achsennahe Strahlen

Für Lichtstrahlen die vom Medium 2 nach 1 gehen  $f_1 = \left( \frac{n_1}{n_1 - n_2} \right) R$

Abbildung, Bildweite



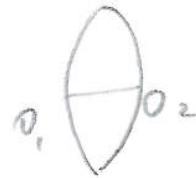
$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2}{f_2} = -\frac{n_1}{f_1}$$

## Dünne Linsen

idealisierung realer Linsen

$$d, d_2 \ll R_1, R_2$$

Zuft - Glas (n)

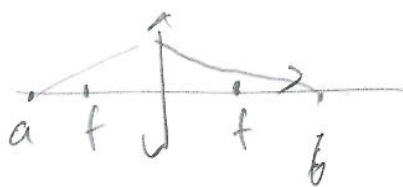


Brennweite  $f = \frac{1}{n-1} \left( \frac{R_1 - R_2}{R_2 - R_1} \right)$

Spezialfall, bikonvexe Linse mit gleichen Krümmungsradien  $R_1 = R, R_2 = -R$

$$f = \frac{R/2}{n-1} \quad (\text{Vergleich } f = R/2 \text{ für sphärischer Spiegel})$$

## Abbildungsgleichung



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Setzt man  $a = f + x_a$

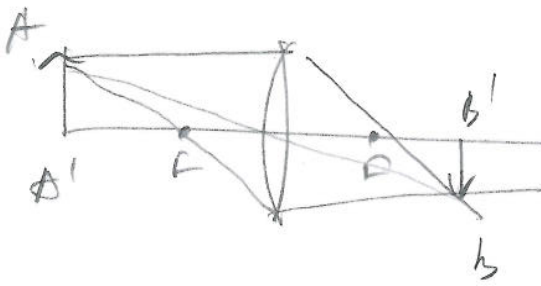
$b = f + x_b$

$\rightarrow x_a x_b = f^2$  (Newtonische Abbildungsgleichung)



# Vergrößerung

## Lateralvergrößerung (Def)



$$M = \frac{B'B'}{AA'}$$

$$M = \frac{b}{a} = \left[ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \right] = \frac{f}{f-a}$$

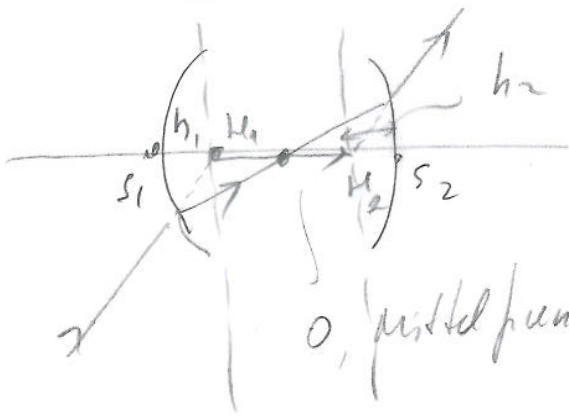
Spezialfälle

$$a = 2f \Rightarrow M = -1$$

(Bild und Gegenstand sind gleich groß)

$a = f \Rightarrow b = \infty$  (Bild wandert ins Unendliche,  $M = \infty$ )

## 3.6 Dicke Linsen



$h_2$   $S_1 S_2$  vergleichbar  $f, R$

$H_1, H_2$  - Hauptebenen

O, Mittelpunkt

Dicke Linse = zwei dünne Linsen in den Hauptebenen  $H_1, H_2$

Brennweite

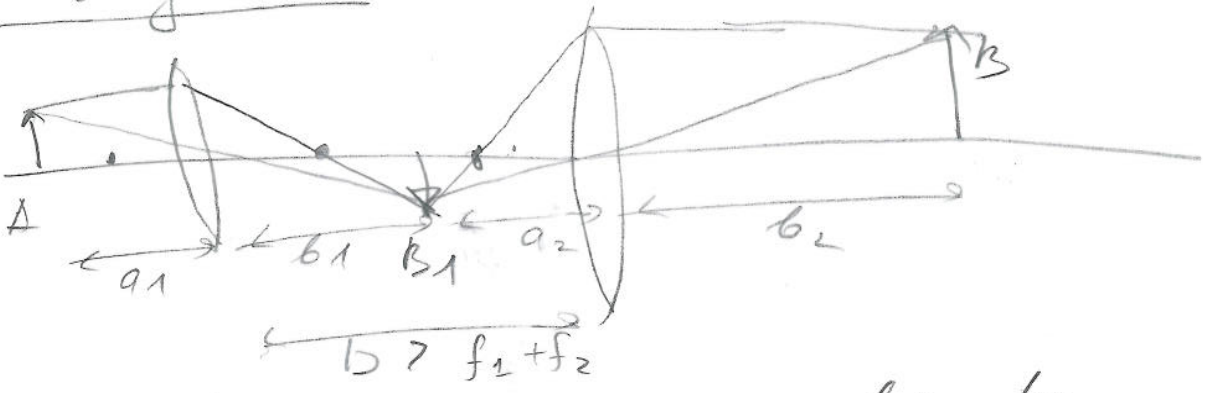
$$\frac{1}{f} = (n-1) \left[ \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{nR_1R_2} \right]$$

Entfernung  $h_i = S_i H_i$  der Hauptebenen

$$h_1 = - \frac{(n-1) f \cdot d}{n \cdot R_2}$$

$$h_2 = - \frac{(n-1) f \cdot d}{n \cdot R_1}$$

# Linienysteme



Vergrößerung  $M = M_1 \cdot M_2 = \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} =$

$= \left[ a_2 = D - b_1 \right] = \frac{b_1 \cdot b_2}{a_1 (D - b_1)} =$

$\left( M = \frac{f}{f-a} \right)$

$= \frac{f_1 f_2}{(f_1 - a_1) (f_2 + b_1 - D)} =$   
 $= \frac{1}{1 - \frac{a_1}{f_1} - \frac{a_1 + D}{f_2} + \frac{a_1 D}{f_1 f_2}}$

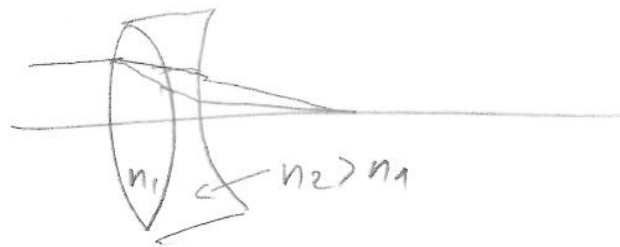
Hinengleichung  
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

## 3.7. Linsenfehler

a) Chromatische Aberration  
 $n(\lambda) \Rightarrow$  Brennweite  $f(\lambda)$

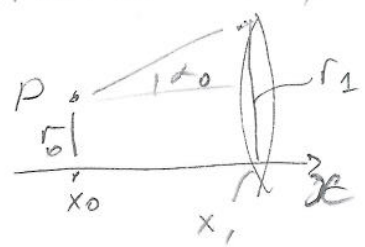


Achromat: besteht aus  
 bikonv. Sammellinse L1  
 + Zerstreuungslinse



### 3.8 Matrixmethoden der geometrischen Optik

Lichtstrahl, Punkt  $P(x_0, r_0)$



def. durch  $r_0 = (y_0^2 + z_0^2)^{1/2}$   
 Winkel  $\alpha_0$  (Neigungswinkel)

Translationsmatrix: paraxiale Näherung

$$r_1 = (x_1 - x_0) \alpha_0 + r_0$$

$$n \alpha_1 = n \alpha_0$$

Strahlparameter  $r(\Gamma, \alpha)$

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ n \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_1 - x_0}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Gamma_0 \\ n \alpha_0 \end{pmatrix}$$

→ Translationsmatrix  $\hat{T} = \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

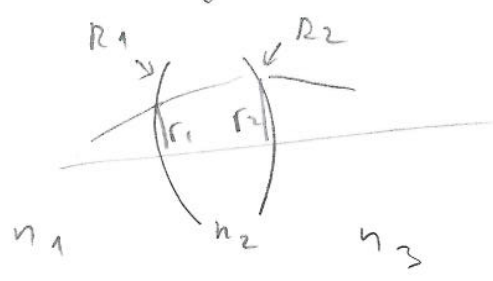
Analog, Brechungsmatrix (Brechfläche, Radius R)

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

Reflexionsmatrix (Kugelfläche R)

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & -1 \end{pmatrix}$$

Transformationmatrix, Linse



$$\begin{pmatrix} \Gamma_2 \\ n_3 \alpha_3 \end{pmatrix} = \hat{B}_2 \cdot \hat{T}_2 \cdot \hat{B}_1 \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{pmatrix}$$

mit  $\hat{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{R_1} & 1 \end{pmatrix}$   $\hat{T}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{x_2 - x_1}{n_2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  (13)

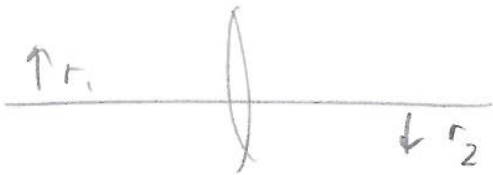
$$\hat{B}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_3}{R_2} & 1 \end{pmatrix}$$

für dünne Linse  $(x_2 - x_1) \rightarrow 0$   
 $n_2 = n$ ,  $n_1 = n_3 = 1$

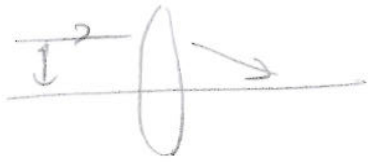
$$M_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n-1)\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$$

Abbildungsmatrix

$$M_{A3} = \hat{T}_2 \hat{M}_L \hat{T}_1$$



# Sphärische Aberration



Vergleich  $\rightarrow$  Kugelspiegel.

$$f(h)$$

$$f = R \left( \frac{n}{n-1} - \frac{h^2}{2n(n-1)R^2} \right) =$$

$$= f_0 - \Delta f(h).$$

Lösung: Blende

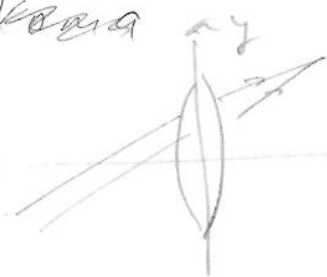
Fehler

- die näheren fernen Strahlen unterdrückt.

- speziell optimierte, nicht-sphärische Linsen (DVD)

- Linsenkombination (Mikroskop)

Koma

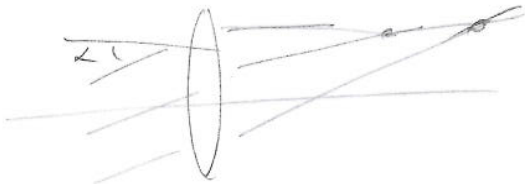


Astigmatismus



•  $\rightarrow$  +  
Objekt      Abbildung

Koma



$\alpha > 10^\circ$

# 4. Interferenz, Beugung und Streuung

Wellengleichung

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Für Lösungen  $\vec{E}_1, \vec{E}_2 \rightarrow$  auch jeder Linearkomb  
 $\vec{E} = a\vec{E}_1 + b\vec{E}_2$  ist eine Lösung

Superpositionsprinzip  $\vec{E} = \sum A_m(\vec{r}, t) e^{i\phi_m}$   
 Interferenz!

## 4.1. Zeitliche und räumliche Kohärenz. Phasen.

$$\Delta \phi = \phi_s - \phi_k = \text{const} \quad (\angle 2\pi \text{ ändern})$$

Teilwellen - zeitlich kohärent

$\Delta V \neq 0$  Überlagerung vieler Wellen,  $\nu_1, \nu_2, \dots$

Phasendifferenz.

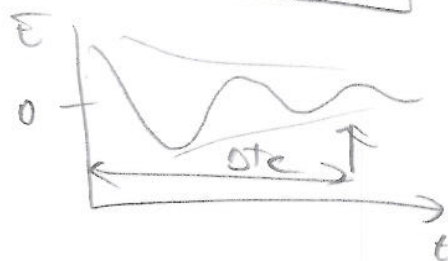
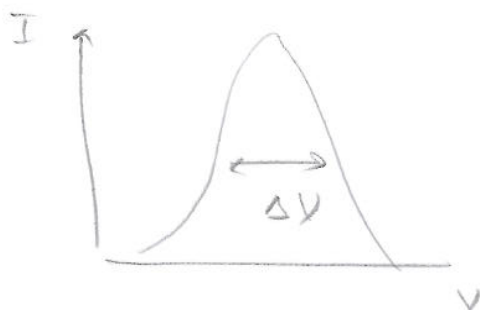
$$\nu_1 = \nu_0 - \Delta \nu / 2$$

$$\nu_2 = \nu_0 + \Delta \nu / 2$$

$$\Delta \phi = 2\pi(\nu_2 - \nu_1)(t - t_0)$$

$$\Delta t_c = 1/\Delta \nu \Rightarrow \Delta \phi(\Delta t_c) = 2\pi$$

Kohärenzzeit  $\Delta t_c = \frac{1}{\Delta \nu}$





### Beispiel

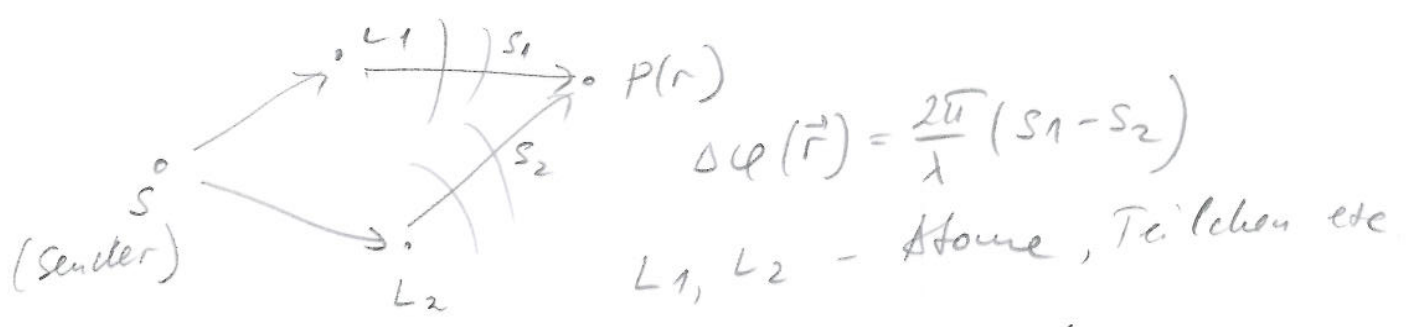
Licht mit Spaltbreite  $\Delta V = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}$

$$\Delta t_c = 1/\Delta V = 5 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

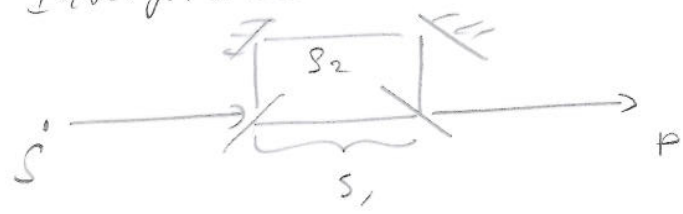
$$\Delta S_c = c \cdot \Delta t_c = 0,15 \text{ m}$$

### 4.1. Erzeugung und Überlagerung kohärenter Wellen.

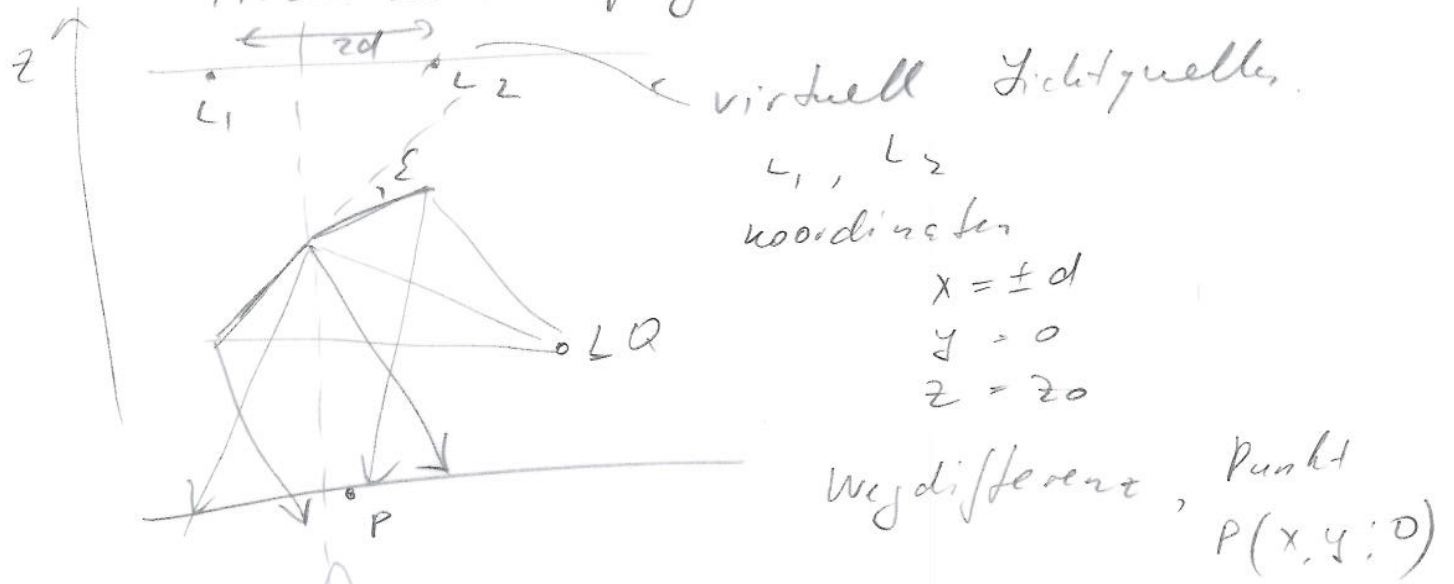
kohärente Teilwellen.



Interferometer (Zweistrahl-Interferenz)



### 4.2 Experimentelle Realisierung Fresnelscher Spiegelversuch



$$\Delta S = \sqrt{(x+d)^2 + y^2 + z_0^2} - \sqrt{(x-d)^2 + y^2 + z_0^2}$$

für  $\Delta S = m \lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )

$\Delta \varphi = 2\pi \rightarrow$  beide Teilwellen in Phase

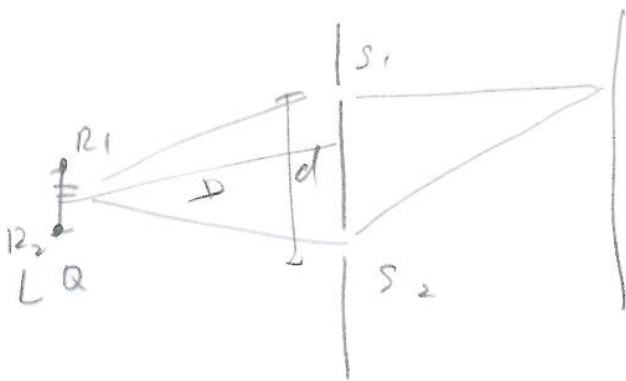
max. Intensität  $I_{max} = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2$

$\Delta \varphi = \pi$  ( $\Delta S = \frac{(2m+1)\lambda}{2}$ )

$I_{min} = \epsilon \epsilon_0 (\vec{E}_1 - \vec{E}_2)^2$

4.3. Youngscher Doppelspaltversuch

Quell - spalt



$\Delta S_{max} = R_1 S_2 - R_1 S_1 =$   
 $= R_2 S_1 - R_1 S_1 \approx b \cdot \frac{d}{2D}$   
 ( $D \gg d$ )

$\Delta S_{muss} < \lambda/2$  siew.  
 $\Delta \varphi < \pi \Rightarrow$   
 $\frac{b \cdot d}{2D} < \lambda/2$

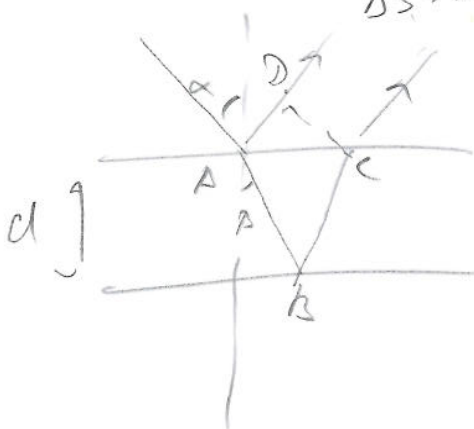
Beispiel: nächste Stern, Proxima Centauri

$D = 4,3 \text{ LY} = 4 \cdot 10^{16} \text{ m}$ ,  $b = 10^{10} \text{ m}$

für  $\lambda = 500 \text{ nm}$   $d = 2 \text{ cm}$ .

4.3. Interferenz an einer planparallelen Platte

$\Delta S = S_2 - S_1$



Dicke d

Brechungsindex n

$\Delta S = n(AB + BC) - AD$   
 $= \frac{2nd}{\cos \beta} - 2d \tan \beta \sin \alpha$

wegen  $\sin \alpha = n \cdot \sin \beta$

$$\Delta S = \frac{2nd}{\cos \alpha} - \frac{2nd \sin^2 \beta}{\cos \beta} = 2nd \cos \beta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

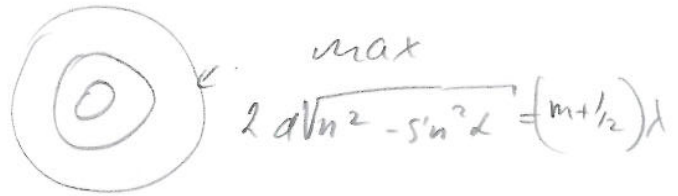
→ Reflexion, obere Grenzfläche, Phasensprung  $\pi$

$$\rightarrow \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta S - \pi$$

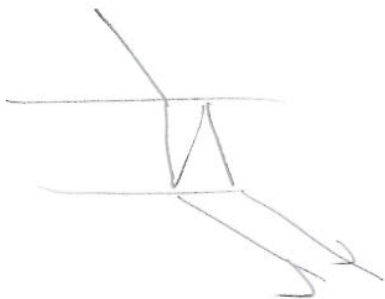
konstruktive Interferenz  $\Delta \varphi = m \cdot 2\pi$

destruktive Interferenz  $\Delta \varphi = (2m + 1)\pi$

→ konzentrische Ringe

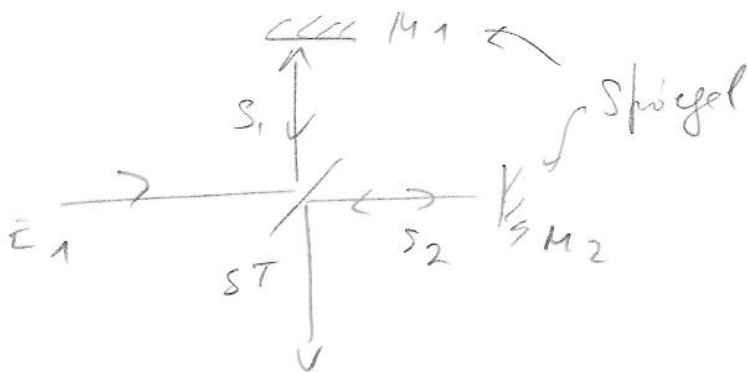


Transmittierte Licht  
kein Phasensprung



Max. Transmission  $\Delta S = m \cdot \lambda$

### 4.4. Michelson - Interferometer



Gesamtintensität  $I_B$

$I_T$ , Funktion  $\Delta S = S_1 - S_2$

Einfallende Welle  $\vec{E}_e = \vec{A}_e \cos(\omega t - kx)$

$R, T$  - Reflexions-, Transmissionsvermögen ST (18)

Erste Teilwelle, Ebene B

$$E_1 = \sqrt{RT} A_e \cos(\omega t + \varphi_1)$$

Phase  $\leftrightarrow$  opt. Weg ST - M<sub>1</sub> - ST - B

Zweite Teilwelle

$$E_2 = \sqrt{RT} A_e \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Amplituden  $E_1 = E_2$ , unabhängig vom R

Die gesamte Intensität, Punkt P

$$I_t = c \epsilon_0 (E_1 + E_2)^2 = c \epsilon_0 RT A_e^2 \times \\ \times [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]^2$$

Detektor  $\rightarrow$  mittelt die kurzen Lichtperioden

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad ; \quad (\cos^2 \omega t)_t = \frac{1}{2}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\rightarrow I_T = RT I_0 (1 + \cos \Delta\varphi)$$

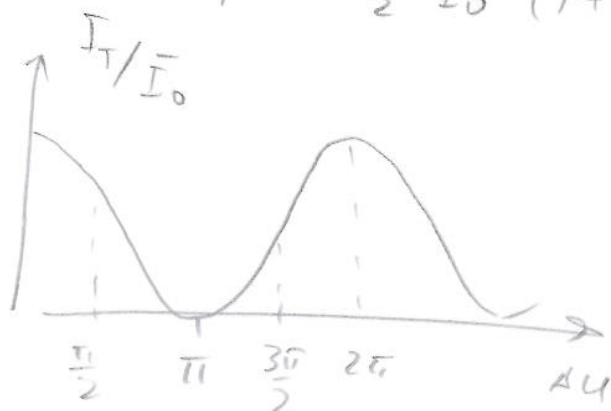
wobei  $I_0 = c \epsilon_0 E_e^2$  - einfallende Intensität

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s$$

Phasendifferenz zw. zwei Wellen.

$$\text{Für } R=T=0.5 \quad m \langle \bar{I}_0 \rangle_t = \frac{1}{2} I_0$$

$$\bar{I}_T = \frac{1}{2} \bar{I}_0 (1 + \cos \Delta\varphi)$$

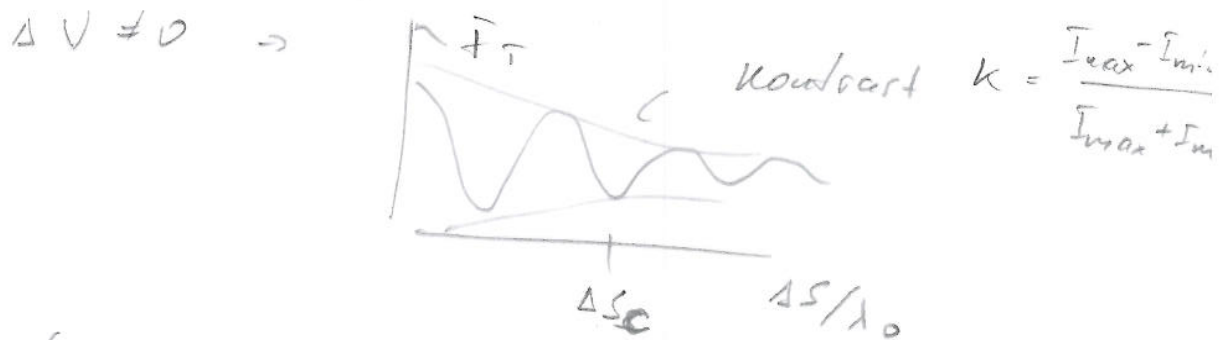


$$I_T = 0 \text{ für } \Delta\varphi = (2m+1)\pi$$

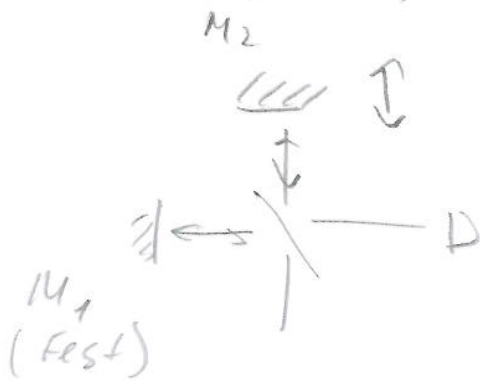
$$\Delta\varphi = f(\lambda)$$

# Michelson Int $\leftrightarrow$ wellenlängenabhängige Spiegel (19)

Anwendung  $\rightarrow$  Filter  
 wellenlängenmessgerät  
 Spektrometer



Beispiel: Welle



Spektrale Bandbreite

$$\Delta \nu = 3 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$$

Kohärenzlänge  $\Delta S_c = \frac{c}{\Delta \nu} = 10 \text{ cm}$

Verschiebung, Spiegel  $M_2$

$$\downarrow -5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \rightarrow N = 4 \cdot 10^5$$

Messgenauigkeit,  $\lambda$

Interferenzmaxima

$$\Delta N = \pm 1$$

$$\Delta \lambda = \lambda \cdot \frac{1}{4 \cdot 10^5} =$$

$$= \pm 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ nm} =$$

$$= 1,25 \text{ pm}$$



# 4.8. Das Michelson-Morley-Experiment

(20)

Ätherhypothese



$$t_{\parallel} = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2cL}{c^2-v^2} = \gamma^2 \frac{2L}{c}$$

mit  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$

$$t_{\perp} = \frac{2L}{\sqrt{c^2-v^2}} = \gamma \frac{2L}{c}$$

$$\Delta t = t_{\parallel} - t_{\perp} = \frac{2L}{c} (\gamma^2 - \gamma)$$

$v_{\text{Erde}} \quad v = 3 \cdot 10^4 \text{ m/s} \quad , \quad v^2/c^2 \approx 10^{-8}$

Näherung  $v/c \ll 1$

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\gamma^2 = 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

$$\Delta t = L \frac{v^2}{c^2}$$

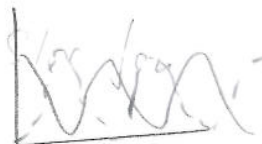
Entspricht Phasendifferenz:

$$\Delta \varphi = 2\pi \nu \Delta t =$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L v^2}{c^2}$$

$$\Delta \varphi = \pi \rightarrow$$

$$\Delta m = 1$$



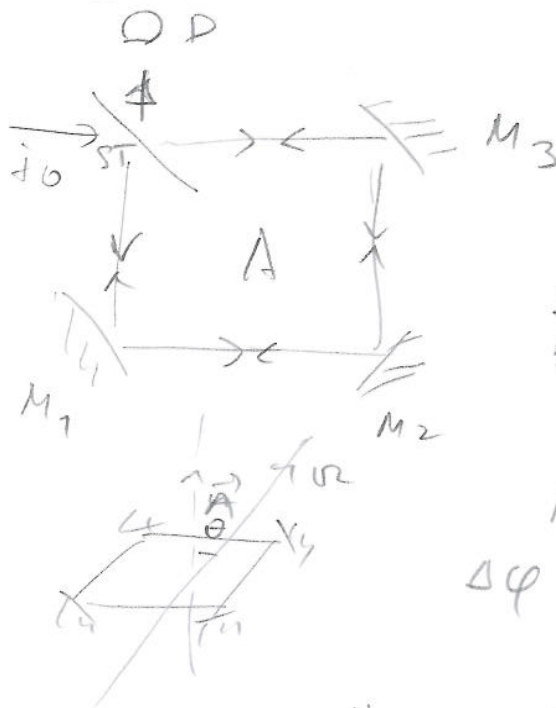
Michelson und Morley,  $11 \text{ m} = L$

Erwartet  $\Delta m = 0,4$

Fehler  $\Delta m = 0,1$

Experiment - keine Verschiebung!

# 4.7. Sagnac - Interferometer



Opt. Weg

$$S_1 = ST - M_3 - M_2 - M_1 - ST$$

$$S_2 = ST - M_1 - M_2 - M_3 - ST$$

Drehung  $\rightarrow$

Phasendifferenz

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi A}{c \cdot \lambda} \Omega \cos\theta$$

A - umlaufende Fläche

$\theta$  -  $\angle \vec{A}$  und Drehachse

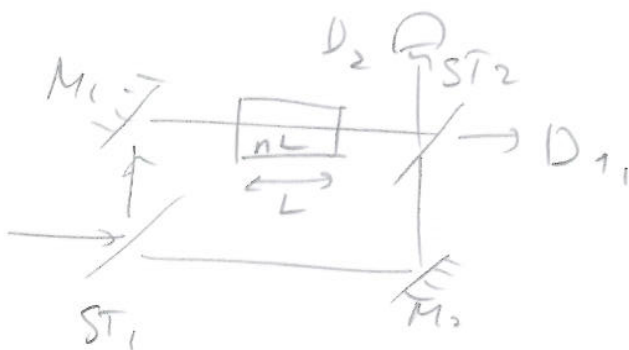
$\Omega$  - Kreisfrequenz.

Michelson und Gale, 1925

$$A = 207840 \text{ m}^2$$

Erddrotation messung

# 4.7 Mach - Zehnder Interferometer

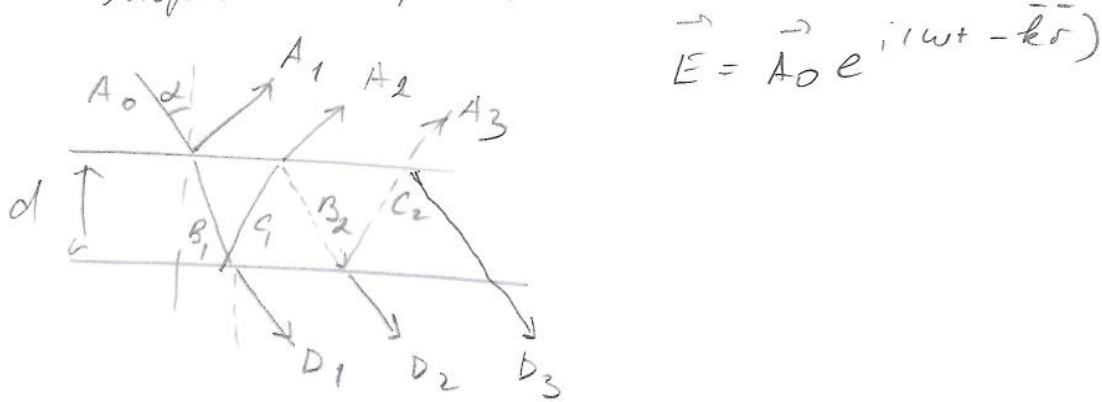


$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n \cdot L$$

# 4.8. Vielstrahl - Interferenz.

Überlagerung vieler Teilwellen

Beispiel - planparallele Platte



$$|A_1| = \sqrt{R} |A_0| \quad |B_1| = \sqrt{1-R} |A_0|$$

$$|C_1| = \sqrt{R(1-R)} |A_0| \quad |D_1| = (1-R) |A_0|$$

$$|A_2| = \sqrt{1-R} |C_1| = (1-R) \sqrt{R} |A_0|$$

Allgemein, refl. Teilwellen,  $i \geq 2$  ...

$$|A_{i+1}| = R |A_i|$$

durchgelassene Anteile  $R |D_i|$

$$\Delta S_{i, i+1} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} d$$

Phasendifferenz  $\Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta S}{\lambda} + \delta \varphi$

↑  
Phasensprünge,  
Reflexion

Reflexion a)  $n_1 = 1 \quad n_2 = \geq 1 \rightarrow \delta \varphi = \pi$   
 b)  $n_1 \geq 1 \quad n_2 = 1 \rightarrow \delta \varphi = 0$

gilt für  $E_s$   
 ( $\perp$  Einfallsebene)

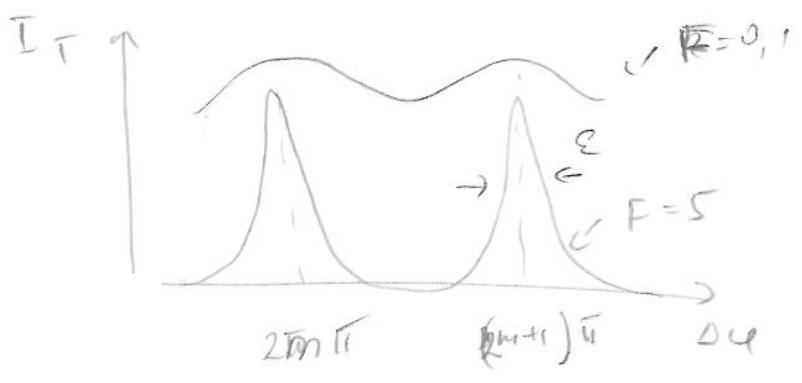
für  $E_p$  a)  $\delta \varphi = 0$  für  $\alpha < \alpha_B$ ;  $\delta \varphi = \pi$  für  $\alpha > \alpha_B$   
 b)  $\delta \varphi = \pi$   $\alpha < \alpha_B$   $\delta \varphi = 0$   $\alpha > \alpha_B$

### Airy Formeln

$$I_R = I_0 \cdot \frac{F \sin^2(\Delta\varphi/2)}{1 + F \sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

$$I_T = I_0 \cdot \frac{1}{1 + F \sin^2(\Delta\varphi/2)}$$

mit  $\Delta\varphi = 2\pi/\lambda \cdot \Delta S$   $F = \frac{4R}{1-R^2}$

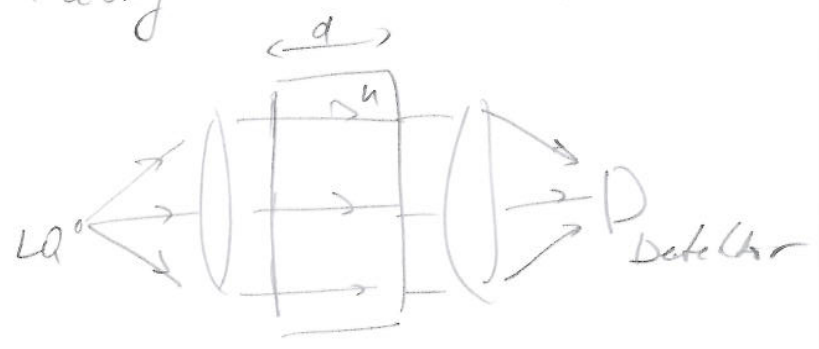


$F \gg 1$  scharfe max

$\epsilon = \Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2$  mit  $I_T(\Delta\varphi_1) = \frac{1}{2} I_0$

$$\epsilon = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{2(1-R^2)}{\sqrt{R}}$$

### 4.9. Fabry - Perot Interferometer



$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta S = \frac{4\pi}{\lambda} n \cdot d$$

max  $\rightarrow \Delta S = m \cdot \lambda_m \rightarrow \lambda_m = \frac{2nd}{m}$

Transmissionskurve, Periode

$$\delta\lambda = \lambda_m - \lambda_{m+1} = \frac{2nd}{m} - \frac{2nd}{m+1} = \frac{2nd}{m(m+1)}$$

$$= \frac{\lambda_m}{m+1}$$

Für die Frequenz  $\nu = c/\lambda$

$$\delta \nu = \nu_{m+1} - \nu_m = \frac{c}{2nd}$$

"Free spectral range", Freier Spektralbereich.

Halbwertsbreite  $\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$ ;  $\nu_1, \nu_2$   $I = \frac{1}{2} I_0$

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nd} \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}}$$

$$\frac{\delta \nu}{\Delta \nu} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} \leftarrow \text{Finesse, } F^*$$

$$\Delta \nu = \frac{\delta \nu}{F}$$

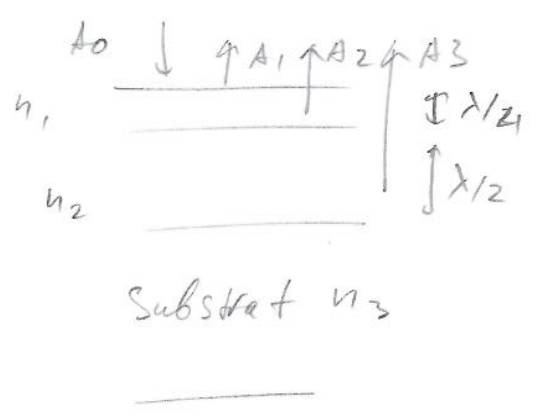
Beispiel  $R = 0,98$ ;  $\Rightarrow F^* = 155$

(Interferenz  $\approx 155$  Teilwellen)

Dicke  $n \cdot d = 3 \text{ cm}$   $\delta \nu = \frac{c}{2nd} = 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$

$$\Delta \nu = \frac{\delta \nu}{F} = 3,2 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} = 32 \text{ MHz}$$

### 4.10 Dielektrische Spiegel



$n_{\text{Luft}} < n_1 > n_2 > n_3$   
 $A_1$  - Phasensprung  $\pi$   
 konstruktive Interferenz  
 $A_1, A_2, A_3$

Die gesamte reflektierte Amplitude

$$A_R = A_1 + A_2 + A_3 = A_0 \sqrt{R_1} + (A_0 - A_1) \sqrt{R_2} + (A_0 - A_1 - A_2) \sqrt{R_3}$$