

# **Ultrakalte gepaarte Atome in kohärenten Lichtfeldern**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Naturwissenschaften  
eingereicht an der

Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik  
der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck

von

**Gregor Thalhammer**

Betreuer der Dissertation:  
a. Univ.-Prof. Dr. Johannes Hecker Denschlag  
Institut für Experimentalphysik



Innsbruck, März 2007



# Zusammenfassung

In dieser Arbeit über »*Ultrakalte gepaarte Atome in kohärenten Lichtfeldern*« berichte ich über mehrere Experimente mit ultrakalten Rubidium (Rb) Atomen, die ich Rahmen meiner Doktorarbeit durchgeführt habe. Ultrakalte gepaarte Atome treten dabei in mehreren Spielarten auf: In Form von Molekülen, als kohärenter Überlagerungszustand von Atomen und Molekülen sowie als sogenannte repulsiv gebundene Paare. In allen Fällen spielen kohärente Lichtfelder eine wesentliche Rolle bei der Erzeugung und Untersuchung dieser Paare.

In einem der Experimente benutzen wir Licht, um mittels Zwei-Farben-Photoassoziation Atome direkt an einen Molekülzustand anzukoppeln. Dadurch konnten wir einen neuartigen Atom-Molekül-Dunkelzustand erzeugen, der eine kohärente Überlagerung von einem Rb Bose-Einstein Kondensat (BEC) und einem quantenentarteten Gas von Rb<sub>2</sub>-Molekülen darstellt.

Weiters berichte ich über die Erzeugung von langlebigen ultrakalten Molekülen mithilfe einer magnetischen Feshbach-Resonanz in einem optischen Gitter. Beim Rampen des Magnetfeldes werden zwei bosonische Atome, die sich am gleichen Gitterplatz befinden, sehr effizient zu einem Molekül verbunden. Das optische Gitter wirkt sich dabei in mehrfacher Hinsicht positiv aus. Tiefe Gittertöpfe sorgen für eine hohe Atomdichte und damit für hohe mögliche Konversionsgeschwindigkeiten und Stabilität. Befinden sich genau zwei Atome an einem Gitterplatz, so ist das System quantenmechanisch genau definiert und theoretisch leicht beschreibbar. Zusätzlich schützt das optische Gitter die gebildeten Moleküle vor Verlusten durch inelastische Stöße mit anderen Atomen oder Molekülen. Dadurch erzielen wir eine praktisch vollständige Konversion von Atompaaren in Moleküle und eine lange Lebensdauer der Moleküle. Dies stellt eine wesentliche Verbesserung gegenüber früheren Experimenten ohne optisches Gitter dar.

Bei der Untersuchung der Eigenschaften von Atompaaren im optischen Gitter entdeckten wir einen neuartigen Bindungszustand, der durch die *abstoßende* Wechselwirkung zwischen den Atomen bedingt ist. Ein Zerfall eines solchen Paares in zwei getrennte Atome ist unterdrückt, da in dem periodischen Potential des optischen Gitters die möglichen Energiezustände, die ein Atom besetzen kann, stark eingeschränkt sind und eine Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie deshalb nicht möglich ist. Zur Untersuchung dieser sogenannten repulsiv gebundenen Paare verwendeten wir als wesentliche Hilfsmittel die für die Erzeugung von Molekülen im optischen Gitter entwickelten Techniken.

Die durchgeführten Experimente und die dabei entwickelten Methoden eröffnen neue Möglichkeiten auch für die Chemie ultrakalter Atome und Moleküle, die Physik der kondensierten Materie sowie die Quanteninformationsverarbeitung.





# Abstract

In this thesis about »*Ultracold paired atoms in coherent light fields*« I report about several experiments which I performed during my PhD studies. Ultracold paired atoms appear in several varieties: In terms of molecules, in terms of a coherent superposition state of atoms and molecules as well as in terms of so-called repulsively bound atom pairs. In all cases coherent light fields play a key role for the creation and investigation of these pairs.

In one of these experiments we use light to directly couple unbound atoms of a Bose-Einstein condensate (BEC) to a molecular state by means of a two-color photoassociation transition. Thereby we create a novel atom-molecule dark state which is a coherent superposition state of a BEC of Rubidium (Rb) atoms and a quantum degenerate gas of Rb<sub>2</sub> molecules.

I further report on the creation of long-lived ultracold molecules in an optical lattice using a magnetic Feshbach resonance. Ramping the magnetic field we efficiently associate pairs of bosonic atoms which are located on the same lattice site into molecules. This process benefits from the optical lattice in several ways. A deep lattice leads to high atomic densities which allows fast conversion speeds and high stability. With two atoms per lattice site the system is precisely defined and allows for a simple quantum mechanical description. In addition the optical lattice protects the formed molecules from detrimental collisions with other atoms or molecules. In this way we achieve nearly unit conversion efficiency between pairs of atoms into molecules together with a long lifetime. This presents a substantial improvement compared to previous experiments without an optical lattice.

During the study of the properties of atom pairs in an optical lattice we discovered a novel bound state which is caused by the *repulsive* interaction of the atoms. The decay of such a pair is suppressed since in the periodic potential of the optical lattice the allowed energy states are severely restricted and hence a conversion of the interaction energy into kinetic energy is not possible. For the study of these so-called repulsively bound pairs we used as essential tools the methods we developed for creating molecules in an optical lattice.

The experiments we performed enable new possibilities for the chemistry of ultracold atoms and molecules, for condensed matter physics as well as for quantum information.



# Dank

Zum Gelingen dieser Arbeit haben viele beigetragen. Diesen Personen möchte ich an dieser Stelle meinen Dank aussprechen.

In danke Rudi Grimm für seine Leistungen und seinen Einsatz für die Arbeitsgruppe, die dazu geführt haben, dass sein Name zu einem anerkannten Markenzeichen für herausragende wissenschaftliche Arbeit geworden ist. Es war ein großes Glück für mich, in einem solchen Umfeld arbeiten zu dürfen.

Besonderer Dank gilt all jenen, die unmittelbar am Rubidium-Experiment beteiligt sind, insbesondere meinem Betreuer Johannes Hecker Denschlag, der dieses Experiment leitet. Ich schätze seine Fähigkeiten, mich und unser Team zu selbständigem Arbeiten zu motivieren. Durch das Setzen klug gewählter Ziele vermittelte er mir Freude an der Physik. Ich bin dankbar für die vielen Kenntnisse und Fähigkeiten, die ich von ihm erlernen konnte. Viel Zeit und Arbeit haben die anderen Doktoranden Matthias, Klaus und Florian und die Diplomanden Michael, Stefan, Christian und Birgit in unser Projekt investiert. Hervorheben möchte ich die sorgfältige Arbeit von Matthias, insbesondere beim anfänglichen Aufbau des Experiments. Viel gemeinsame Zeit habe ich mit Klaus verbracht. Ich schätze an ihm die gute und sehr angenehme Zusammenarbeit und seine entschlossene Art, an die Lösung von Problemen heranzugehen.

Ich danke den Theoretikern Helmut Ritsch und Hans Peter Büchler für ihre Beiträge und ihre Hilfe, die zum besseren Verständnis unserer Beobachtungen geführt haben.

In der Arbeitsgruppe sowie bei den Mitarbeitern im Sekretariat sowie in der Elektronik- und Mechanikwerkstätte bin ich immer auf große Hilfsbereitschaft gestoßen, wenn ich Unterstützung benötigte. Der freundschaftliche Umgang miteinander hat die gemeinsame Zeit sehr angenehm gestaltet. Ein besonderer Dank an Christoph Nägerl für seine kontinuierliche Unterstützung in vielen Belangen.

Ein großes Dankeschön an meine Eltern und meine Schwester für ihre liebevolle Unterstützung.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Experimenteller Aufbau</b>	<b>5</b>
1.1 Vakuumapparatur und magnetische Transportstrecke . . . . .	5
1.2 Lasersystem . . . . .	7
1.2.1 Frequenzstabilisierungen . . . . .	11
1.3 Realisierung eines dreidimensionalen optischen Gitters . . . . .	19
1.4 Das Abbildungssystem . . . . .	21
1.5 Erzeugung und Kontrolle der Magnetfelder . . . . .	22
1.5.1 Netzteile . . . . .	22
1.5.2 Magnetischer Transport . . . . .	26
1.5.3 QUIC-Falle . . . . .	31
1.5.4 Homogenes Magnetfeld für Experimente mit Feshbach-Resonanzen . .	34
1.5.5 Externe Magnetfelder . . . . .	35
1.6 Steuersystem . . . . .	36
1.6.1 Die Hardware . . . . .	36
1.6.2 Die Software . . . . .	40
1.6.3 Kamera-System . . . . .	44
1.7 Erzeugung eines Bose-Einstein Kondensats . . . . .	44
<b>2 Ultrakalte Atome im optischen Gitter</b>	<b>47</b>
2.1 Einzelteilchen-Physik im optischen Gitter . . . . .	47
2.1.1 Bandstruktur . . . . .	47
2.1.2 Messung der Gittertiefe . . . . .	50
2.1.3 Messung der Band- und Quasi-Impuls-Besetzung . . . . .	53
2.2 Mehrteilchen-Physik im optischen Gitter . . . . .	55
2.2.1 Kurze Einführung in die Theorie des Bose-Hubbard-Modells . . . . .	55
2.2.2 Realisierung des Mott-Isolator-Zustands in Innsbruck . . . . .	60
2.2.3 Mott-Isolator-Zustand im optischen Gitter mit zusätzlichem Fallenpo- tential . . . . .	63
<b>3 Beobachtung langlebiger ultrakalter Feshbach-Moleküle im optischen Gitter</b>	<b>67</b>
3.1 Magnetische Feshbach-Resonanzen . . . . .	68
3.1.1 Ultrakalte Stöße . . . . .	68
3.1.2 Magnetisch abstimmbare Feshbach-Resonanzen . . . . .	68
3.1.3 Erzeugung von ultrakalten Molekülen durch adiabatische Assoziation .	69
3.1.4 Feshbach-Resonanzen in Rubidium . . . . .	70

## Inhaltsverzeichnis

3.2	Erzeugung und Nachweis langlebiger Feshbach Moleküle im optischen Gitter . . . . .	71
3.3	Lebensdauer der Feshbach-Moleküle im optischen Gitter . . . . .	78
3.3.1	Lichtinduzierte Verluste . . . . .	78
3.3.2	Stoßinduzierte Verluste . . . . .	79
3.3.3	Messung der Lebensdauer der Moleküle in Abhängigkeit von der Gittertiefe . . . . .	80
3.4	Konversionseffizienz bei der adiabatischen Assoziation von Molekülen . . . . .	82
3.4.1	Abhängigkeit der Konversionseffizienz bei der Bildung von Molekülen von der Rampengeschwindigkeit . . . . .	83
3.4.2	Verluste aus der Falle bei der Dissoziation von Molekülen . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Repulsiv gebundene Atompaare im optischen Gitter</b>	<b>89</b>
4.1	Motivation . . . . .	89
4.2	Theorie . . . . .	89
4.2.1	Analytische Lösung . . . . .	90
4.3	Experimentelle Beobachtungen . . . . .	95
4.3.1	1D-Situation . . . . .	95
4.3.2	Präparation und Detektion von repulsiv gebundenen Paaren . . . . .	95
4.3.3	Lebensdauer repulsiv gebundener Paare . . . . .	96
4.3.4	Impulsverteilung . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Atom-Molekül-Dunkelzustände in einem Bose-Einstein-Kondensat</b>	<b>99</b>
5.1	Atom-Molekül-Dunkelzustände bei der Zwei-Farben-Photoassoziation . . . . .	100
5.2	Modellierung der Zwei-Farben-Photoassoziation . . . . .	102
5.2.1	Photoassoziation in einem BEC . . . . .	104
5.2.2	Ratenmodell . . . . .	111
5.3	Analyse der Daten . . . . .	113
5.3.1	Erweiterungen des Drei-Moden-Modells . . . . .	115
5.3.2	Molekülanzahl im Dunkelzustand . . . . .	116
5.3.3	Möglichkeiten zur Reduktion der Verluste . . . . .	119
<b>6</b>	<b>Ausblick</b>	<b>123</b>
<b>A</b>	<b>Schaltpläne</b>	<b>127</b>
A.1	Portexpander . . . . .	127
A.2	Intensitätsstabilisierung . . . . .	130
A.3	AOM-Treiber . . . . .	130
A.4	Netzsynchrone Taktquelle . . . . .	133
A.5	RF-Sweepgenerator . . . . .	134
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>

# Einleitung

Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente zu »*ultrakalten gepaarten Atomen in kohärenten Lichtfeldern*« sind erst möglich geworden durch die vielen technologischen Entwicklungen des Forschungsgebiets der ultrakalten Atome. In den letzten 20 Jahren haben wir gelernt, wie man ultrakalte Quantengase erzeugt und manipuliert. Diese Technologien beruhen fast ausschließlich auf Anwendungen von quasi-statischen elektrischen oder magnetischen Feldern oder dynamischen elektromagnetischen Feldern wie z.B. Radiofrequenz und Laserlicht. Zu den wichtigsten Arbeitspferden der Atom-Manipulation gehören unter anderem die Laserkühlung sowie Magnetfallen und optische Dipolfallen. Die stetige Fortentwicklung dieser Hilfsmittel führte zur erstmaligen Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensats (BEC) aus schwach wechselwirkenden atomaren Gasen im Jahr 1995 (ANDERSON *et al.*, 1995; DAVIS *et al.*, 1995). Dies war einer der großen Meilensteine in der Entwicklung unseres Forschungsgebiets. Dadurch eröffnete sich ein Feld spannender, neuartiger Experimente, das sich immer wieder neu zu definieren scheint (siehe dazu den Übersichtsartikel von KETTERLE, 2002).

Eine besonders wichtige Anwendung von Lichtfeldern zur Manipulation von Atomen stellen optische Gitter dar. Optische Gitter sind periodische Potentialstrukturen, die durch Interferenz beim Überlagern mehrerer kohärenter Laserstrahlen entstehen. Damit können unter anderem Systeme aus der Festkörperphysik mit ultrakalten Atomen nachgebildet und untersucht werden (JAKSCH UND ZOLLER, 2005). Im Gegensatz zu realen Festkörpern lassen sich die Parameter dieser künstlichen Kristalle aus Licht leicht einstellen und dynamisch verändern. Durch die Kontrolle solcher optischer Gitter können wir schließlich auch die Dynamik der Atome im Gitter beeinflussen. Zum einen schränkt z.B. das Gitter die kinetischen Bewegungsmöglichkeiten der Atome ein. Damit lässt sich ein Regime erreichen, in dem selbst die relativ schwache Wechselwirkung der Atome untereinander ihre Dynamik dominiert. Dies eröffnet neue Möglichkeiten für die nichtlineare Atomoptik und das Studium stark korrelierter Mehr-Teilchen-Systeme (MORSCH UND OBERTHALER, 2006; BLOCH, 2005).

Neben dem Ausfrieren der atomaren Kinetik durch optische Gitter gibt es auch direktere Methoden, um die effektive Wechselwirkung der Atome zu kontrollieren, wie z.B. sogenannte Feshbach-Resonanzen, die magnetisch oder optisch steuerbar sein können. Magnetische Feshbach-Resonanzen wurden schon bald nach der erstmaligen Realisierung eines BECs beobachtet und benutzt (einen Überblick über die historische Entwicklung enthält CORNELL UND WIEMAN, 2002). Wir konnten in einem unserer ersten Experimente erstmalig eine Veränderung der effektiven Wechselwirkung zwischen den Atomen in einem BEC mittels Licht direkt messen (THEIS *et al.*, 2004; THALHAMMER *et al.*, 2005). Dies ist allerdings schon ausführlich in der Doktorarbeit von Matthias Theis (THEIS, 2005) dokumentiert und wird in meiner Arbeit nicht näher beschrieben.

Feshbach-Resonanzen sind neben der Kontrolle der Wechselwirkung aus einem weite-

## Einleitung

ren Gesichtspunkt von großer Bedeutung. Mit ihrer Hilfe lassen sich zwei ultrakalte Atome kontrolliert zu einem ultrakalten Molekül verbinden. Eine umfassende Darstellung der Erzeugung von ultrakalten Molekülen mittels magnetischer Feshbach-Resonanzen enthält KÖHLER *et al.* (2006) bzw. JONES *et al.* (2006) für optische Feshbach-Resonanzen. Die so erzeugten Moleküle besitzen einen genau definierten molekularen Quantenzustand. In diesem Zusammenhang wurde für die kohärente Stimulation von chemischen Reaktionen aufgrund der makroskopischen Besetzung eines Quantenzustands von HEINZEN *et al.* (2000) der Begriff der »*superchemistry*« geprägt. In Fortsetzung unserer Arbeiten mit optischen Feshbach-Resonanzen untersuchten wir die kohärente Erzeugung von Molekülen durch einen optischen Zwei-Farben-Übergang. Dabei konnten wir einen Atom-Molekül-Dunkelzustand beobachten (WINKLER *et al.*, 2005). Dies ist eine kohärente Überlagerung von Atom- und Molekülzustand und impliziert das Vorliegen eines entarteten molekularen Quantengases. Diese Arbeit zur kohärenten Bildung von ultrakalten Molekülen mithilfe von Lichtfeldern wurde vom *American Institute of Physics* als eine der »*Top Physics Stories 2005*« ausgezeichnet.

Besonders interessant sind solche absolut kontrollierten chemische Reaktionen, wenn sie in einem optischen Gitter durchgeführt werden. Wir konnten durch adiabatisches Einladen eines BEC in das Gitter und weitere Reinigungsprozeduren Atomverteilungen erzeugen, in denen ein Gitterplatz entweder mit genau zwei Atomen besetzt oder leer ist. Dazu zogen wir als Zwischenstufe einen Mott-Isolator-Zustand heran (GREINER *et al.*, 2002). Mithilfe einer magnetischen Feshbach-Resonanz bildeten wir an doppelt besetzten Gitterplätzen effizient (> 95% Konversionseffizienz) Feshbach-Moleküle (THALHAMMER *et al.*, 2006). Die Verwendung eines optischen Gitters brachte den großen Vorteil, dass dadurch die Moleküle vor inelastischen Stößen mit Atomen oder Molekülen geschützt sind. Wir beobachteten lange Lebensdauern der Moleküle im Gitter von bis zu 700 ms. Im Vergleich dazu würde ohne optisches Gitter die Lebensdauer der Moleküle bei vergleichbaren mittleren Dichten nur wenige ms betragen, wie schon Experimente anderer Gruppen ergaben (HERBIG *et al.*, 2003; XU *et al.*, 2003; DÜRR *et al.*, 2004A). Mithilfe einer Reinigungsprozedur konnten wir selektiv verbleibende einzelne Atome entfernen und erzeugten dadurch ein reines Ensemble von ultrakalten Molekülen.

Die Verwendung von optischen Gittern zur Erzeugung von Molekülen und zur Kontrolle der Wechselwirkung zwischen den Atomen eröffnet neuartige Möglichkeiten zum Studium des Verhaltens von stark wechselwirkenden Atomen. Durch die Dissoziation von Molekülen in Atome können wir kontrolliert Paare von Atomen im optischen Gitter erzeugen. Das Verhalten eines Paares wird auf überraschende Weise durch die gegenseitige Wechselwirkung der Atome bestimmt. In unserem Fall stoßen sich die Atome typischerweise gegenseitig ab. Intuitiv könnte man deshalb erwarten, dass sich die beiden Atome durch Tunneln in einen benachbarten Gitterplatz auftrennen und dadurch die Wechselwirkungsenergie minimieren. In dem periodischen Potential des optischen Gitters sind jedoch die möglichen Energiezustände, die ein einzelnes Atom besetzen kann, auf enge Bereiche eingeschränkt. Aus Gründen der Energieerhaltung kommt es deshalb zur der paradox anmutenden Situation, dass sich ein Atompaar im optischen Gitter aufgrund der gegenseitigen Abstoßung nicht vollständig auftrennt, denn dabei würde die Energie eines einzelnen Atoms in einen »verbotenen« Bereich fallen. Durch Messung der Lebensdauer der Paare in Abhängigkeit von der Stärke der Wechselwirkung konnten wir einen klaren Beleg dafür finden, dass in der



Tat die abstoßende Wechselwirkung im optischen Gitter dazu führt, dass die Atome nicht voneinander wegdiffundieren, wie es ohne Wechselwirkung der Fall ist (WINKLER *et al.*, 2006). Dieser neuartige Bindungszustand von zwei Atomen wird als repulsiv gebundenes Paar bezeichnet. In herkömmlichen Festkörpern sind solche Paare aufgrund des Vorhandenseins starker Zerfallskanäle, z.B. durch Kopplung an Phononen, nicht beobachtbar. Unsere Arbeit zu den repulsiven Paaren wurde von *Discover Magazine* zu einer der »Top 6 Physics Stories 2006« ausgewählt.

Diese Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 1 beschreibe ich unseren experimentellen Aufbau. Die von mir erstellten Teile, unter anderem das Lasersystem und die Experimentsteuerung, erkläre ich im Detail. Als wichtiges experimentelles Werkzeug für unsere Experimente benutzen wir ein dreidimensionales optisches Gitter. In Kapitel 2 fasse ich die theoretischen und experimentelle Grundlagen für die Arbeit mit ultrakalten Atomen im optischen Gitter zusammen. Insbesondere berichte ich über die Realisierung eines Mott-Isolator-Zustands. Kapitel 3 beschreibt die Erzeugung und Charakterisierung von langlebigen Molekülen in einem optischen Gitter mithilfe einer magnetischen Feshbach-Resonanz. Die dort beschriebenen experimentellen Techniken führten unmittelbar zur erstmaligen Beobachtung von repulsiv gebundenen Paaren, die ich in Kapitel 4 beschreibe. Im abschließenden Kapitel 5 analysiere ich im Detail unsere Messungen zu den Atom-Molekül-Dunkelzuständen.

**Veröffentlichungen** Im Rahmen meiner Doktorarbeit entstanden folgende Veröffentlichungen:

1. M. Theis, G. Thalhammer, K. Winkler, M. Hellwig, G. Ruff, R. Grimm und J. Hecker Denschlag.  
*Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance.*  
Physical Review Letters 93 (12): 123001 (2004).
2. G. Thalhammer, M. Theis, K. Winkler, R. Grimm und J. Hecker Denschlag.  
*Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 71 (3): 033403 (2005).
3. K. Winkler, G. Thalhammer, M. Theis, H. Ritsch, R. Grimm und J. Hecker Denschlag.  
*Atom-molecule dark states in a Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review Letters 95 (6): 063202 (2005).
4. G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang, S. Schmid, R. Grimm und J. Hecker Denschlag.  
*Long-lived Feshbach molecules in a three-dimensional optical lattice.*  
Physical Review Letters 96 (5): 050402 (2006).
5. K. Winkler, G. Thalhammer, F. Lang, R. Grimm und J. Hecker Denschlag,  
A. J. Daley, A. Kantian, H. P. Büchler und P. Zoller.  
*Repulsively bound atom pairs in an optical lattice.*  
Nature 441: 853–856 (2006).
6. S. Schmid, G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang und J. Hecker Denschlag.  
*Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice.*  
New Journal of Physics 8: 159 (2006).

## *Einleitung*

7. K. Winkler, F. Lang, G. Thalhammer, P. v. d. Straten, R. Grimm und J. Hecker Denschlag.  
*Coherent optical transfer of Feshbach molecules to a lower vibrational state.*  
Physical Review Letters 98 (4): 043201 (2007).

# Kapitel 1

## Experimenteller Aufbau

Ich beschreibe in diesem Kapitel den experimentellen Aufbau. Dies soll zum besseren Verständnis der damit durchgeführten Experimente dienen, die in den folgenden Kapiteln dargestellt werden. Durch die Dokumentation etlicher technischer Details ist dieses Kapitel auch als Orientierungshilfe für nachfolgende Studenten gedacht.

Der gesamte experimentelle Aufbau lässt sich grob unterteilen in:

**Vakuumanlage** Herzstück der Apparatur ist eine Glaszelle mit Ultrahochvakuum (besser als  $10^{-11}$  mbar) und gutem optischen Zugang für die Experimente mit einem BEC in einem optischen Gitter.

**Lasersystem** Dieses wird für das Einfangen der Atome in der magneto-optischen Falle (MOT), die ersten Kühl Schritte, das optische Gitter und Nachweis und Abbildung der Atome benötigt.

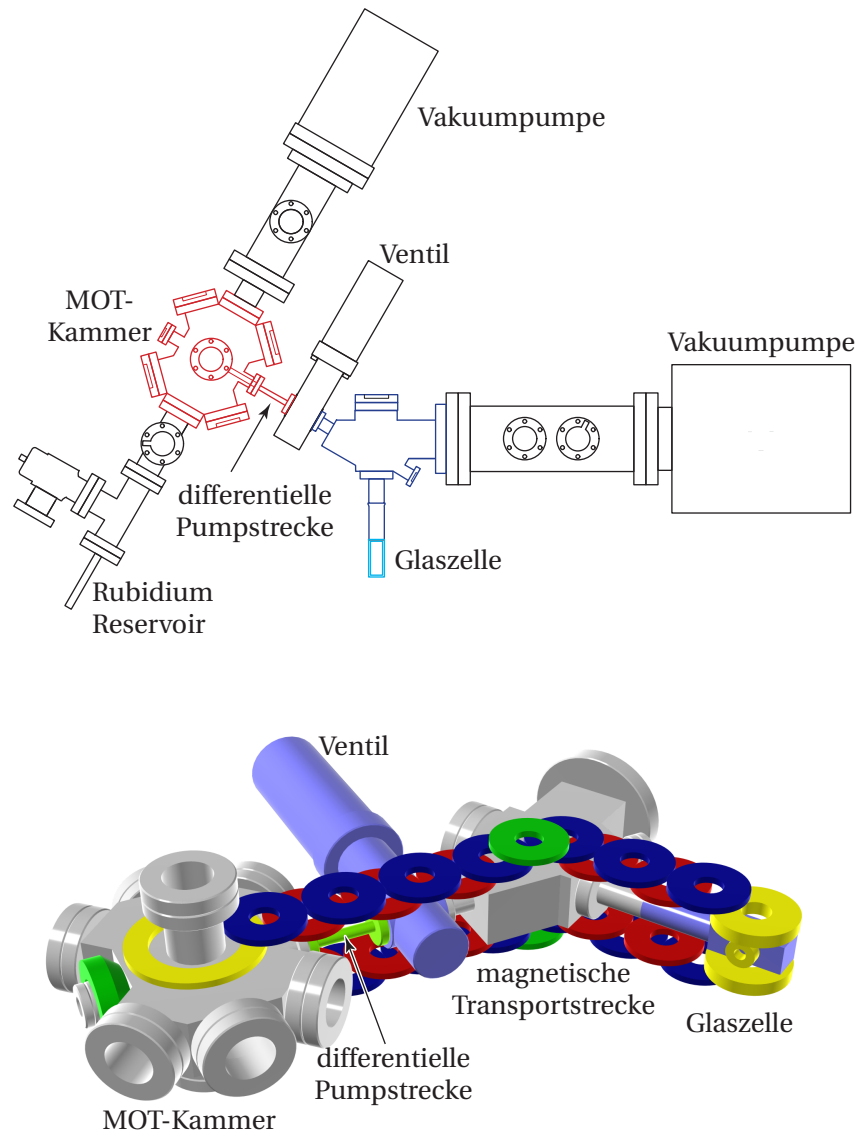
**Spulen und Netzteile** Präzise kontrollierte Magnetfelder stellen ein wesentliches Hilfsmittel zur Manipulation der kalten Atome dar.

**Steuersystem** Dieses sorgt für den korrekten zeitlichen Ablauf der Experimente.

Das Vakuumsystem ist in der Dissertation von Matthias Theis (THEIS, 2005) beschrieben. Ich gehe nur kurz darauf ein. Details zu den Spulen und deren Verschaltung enthält die Diplomarbeit von Klaus Winkler (WINKLER, 2002). Für den Aufbau des Lasersystems, insbesondere die Frequenzstabilisierungen der Laser war ich verantwortlich. Weiters habe ich das Steuer- und Datenerfassungssystem inklusive der nötigen Software erstellt. Dazu gehört auch die Ansteuerung der Netzteile zur kontrollierten Erzeugung von Magnetfeldern. In den folgenden Abschnitten beschreibe ich diese Teile detaillierter und fasse abschließend die experimentellen Schritte bis zur Erzeugung eines BECs zusammen.

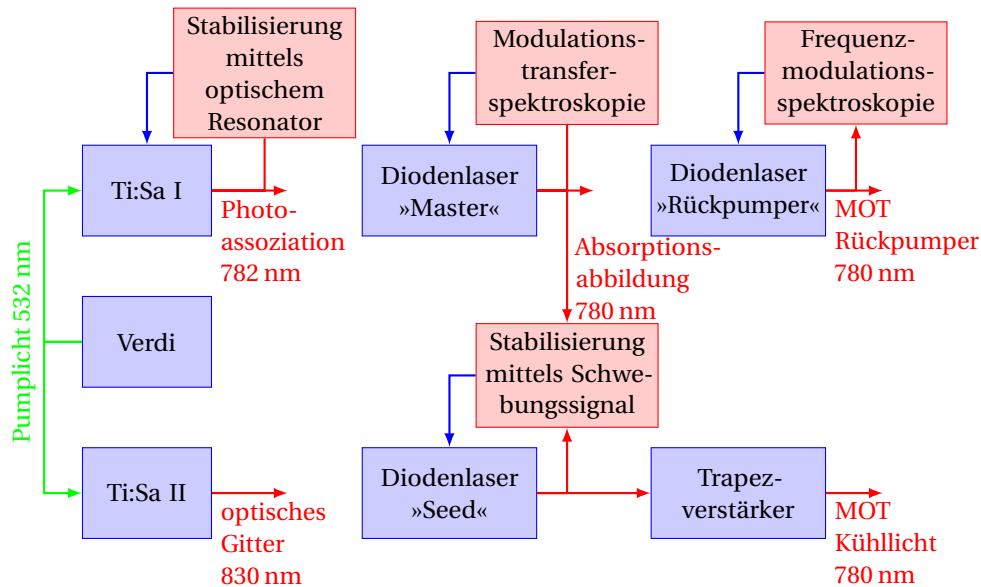
### 1.1 Vakuumanlage und magnetische Transportstrecke

Die Vakuumanlage (siehe Abbildung 1.1 auf der nächsten Seite) wurde in Hinsicht darauf entwickelt, einen möglichst guten optischen Zugang zum BEC zu gewährleisten und Experimente mit einem dreidimensionalen optischen Gitter zu ermöglichen. Als Vorbild diente der Aufbau von GREINER *et al.* (2001). Atome werden in einer MOT aus dem Hintergrundgas gefangen und in eine Quadrupol-Magnetfalle geladen. Mithilfe einer Anordnung mehrerer nebeneinander gelegener Quadrupol-Spulenpaare werden die Atome durch eine schmale



**Abbildung 1.1:**

Zeichnung (oben) und 3D-Darstellung (unten) der Vakuumanlage. Links befindet sich die MOT-Kammer, wo die Atome aus dem Hintergrundgas eingefangen werden und von dort mittels einer magnetischen Transportstrecke (Spulen nur im Bild unten eingezeichnet) durch die differentielle Pumpstrecke in die Glaszelle transportiert werden. Die Länge der Transportstrecke beträgt knapp 50 cm, der vertikale Abstand zwischen den Transportspulen 5 cm.



**Abbildung 1.2:**

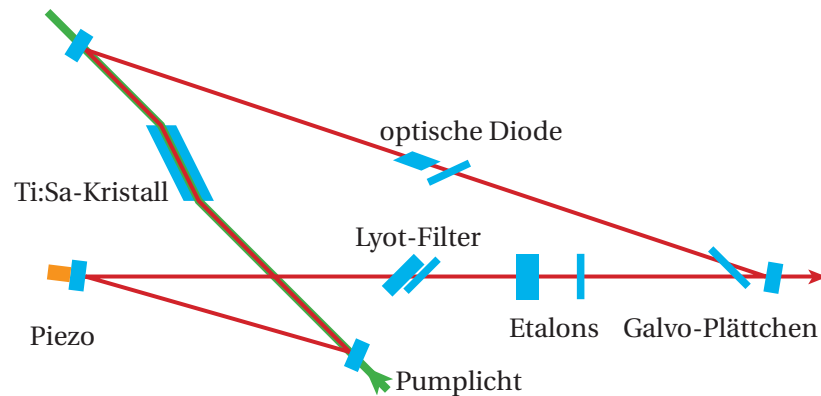
Gezeigt ist die aktuelle Zusammensetzung des Lasersystems zusammen mit den Stabilisierungsverfahren und dem wichtigsten Verwendungszweck.

Röhrchen über eine Distanz von 486 mm in eine Glaszelle transportiert und dann in eine QUIC-Magnetfalle (ESSLINGER *et al.*, 1998) umgeladen (siehe auch Abschnitt 1.5.2 auf Seite 26). In der Glaszelle ist der Druck durch differentielles Pumpen genügend klein ( $< 10^{-11}$  mbar), um eine lange Lebensdauer der Atome in der Falle von über einer Minute zu erreichen. Damit kann man die Bose-Einstein-Kondensation bequem durchführen. Weitere Details zum Aufbau sind in THEIS (2005) beschrieben.

## 1.2 Lasersystem

Das Lasersystem stellt einen wesentlichen Teil des experimentellen Aufbaus dar und wird für vielfältige Aufgaben eingesetzt. Dazu gehört das Fangen und Kühlen der Atome in der MOT, die Präparation der Spinzustandes für das Einladen in die Magnetfallen und Nachweis und Abbildung der Atome am Ende des Experimentzyklus. Weiters verwenden wir das Lasersystem für die Erzeugung des optischen Gitters und für die Photoassoziaton. Abbildung 1.2 gibt einen Überblick über das Lasersystem. Details zu den Lasern und den verwendeten Stabilisierungsmethoden stelle ich den folgenden Abschnitten vor.

Alle Laser sind auf einem gemeinsamen, von der Vakuumapparatur getrennten optischen Tisch aufgebaut. Das Licht wird über polarisationserhaltende single-mode Glasfasern zum Experimenttisch geführt.



**Abbildung 1.3:**

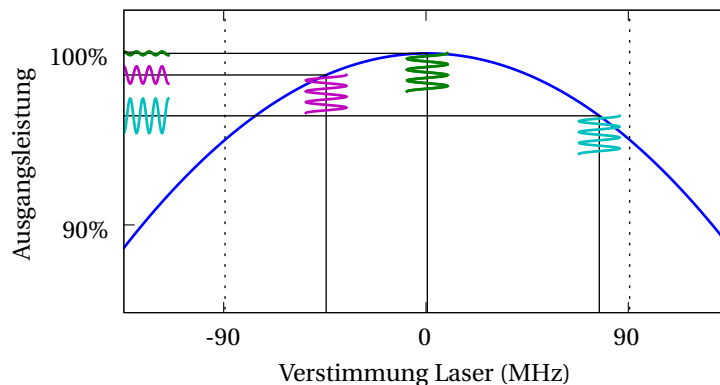
Schematischer Aufbau der Titan-Saphir-Laser. Der Ti:Saphir-Kristall als aktives Lasermedium wird durch Licht bei 532 nm gepumpt. Als frequenzselektive Elemente innerhalb des Laserresonators dienen mit zunehmender Auflösung ein Lyot-Filter und ein dünnes und ein dickes Etalon. Zur Feinabstimmung der Laserfrequenz durch Änderung der Resonatorlänge dienen ein piezogelagerter Spiegel und ein drehbares Glasplättchen. Die optische Diode selektiert die gewünschte Umlaufrichtung des Lichts im Ringresonator.

### Titan-Saphir-Laser

Wir verwenden zwei Titan-Saphir-Laser von Coherent, Modell 899-01 für das Kühllicht der MOT, für das optische Gitter und für die Photoassoziation. Die Ti:Saphir-Laser bieten eine hohe Ausgangsleistung (typisch 1 W bei 10 W Pumpleistung mit Licht bei 532 nm) und lassen sich durch ihre ausgesprochen große Verstimmbarkeit von 670 nm–1100 nm sehr universell einsetzen.

Beide Laser werden durch einen frequenzverdoppelten Nd:YAG-Laser mit einer Wellenlänge von 532 nm gepumpt. Bis August 2005 verwendeten wir dazu das Modell Verdi-V10 von Coherent mit 10 W Ausgangsleistung. Seitdem benutzen wir das uns von der Arbeitsgruppe von Rudi Grimm und Florian Schreck am Institut für Quantenoptik und Quanteninformation (IQOQI) leihweise zur Verfügung gestellte Modell Verdi-V18 mit höherer Ausgangsleistung von 18 W. Das Pumplicht wird an einer polarisierenden Strahlteilerplatte (Typ TFP-532-PW-1025-C von CVI), die die hohe Leistungsdichte verträgt, je nach Bedarf variabel auf die beiden Ti:Saphir-Laser aufgeteilt.

Den Aufbau der Ti:Saphir-Laser zeigt Abbildung 1.3. Um den Ein-Moden-Betrieb zu ermöglichen, haben wir beide Ti:Saphir-Laser zusätzlich mit passiven Etalons ausgerüstet. Wir verwenden das Modell 895, das ein dickes Etalon mit FSB (freiem Spektralbereich) von 10 GHz und ein dünnes Etalon mit 225 GHz FSB umfasst. Die passiven Etalons legen die Frequenz bis auf einen Bereich von 180 MHz, dem freien Spektralbereich des Laserresonators, fest. Innerhalb dieses Bereichs lässt sich die Frequenz aktiv mithilfe eines drehbaren Glasplättchens (»Galvo-Plättchen«) und eines auf einem Piezo gelagerten Resonatorspiegels kontrollieren.



**Abbildung 1.4:**

Prinzip der Zentrierung des Etalon-Durchlassbereichs um die aktuelle Laserfrequenz. Die Ausgangsleistung des Lasers zeigt ein Maximum im Zentrum des Durchlassbereichs des Etalons (durch gepunktete Linien angedeutet). Eine Frequenzmodulation des Lasers führt auch zu einer Modulation der Ausgangsleistung, deren Amplitude und Phase von der Position des Durchlassbereichs abhängt.

Viel billiger als bei Coherent ist das Galvo direkt beim Hersteller GSI Lumonics (Modell G108 mit max.  $8^\circ$  Auslenkung) erhältlich. Auf dessen Achse haben wir ein 2 mm dickes Glasplättchen (Typ BW-8.0-2.0-SS von CVI) aufgeklebt. Diesen Aufbau verwenden wir im Titan-Saphir-Laser Nr. 2 als gleichwertigen Ersatz für das Originalteil. Auch für den piezogelegerten Spiegel haben wir für diesen Laser eine günstige Selbstbau-Alternative entwickelt. Wir verwenden einen  $5 \times 5 \times 2$  mm großen Piezo, Modell PALY-0036 von PI-Ceramic, auf den wir einen Spiegel mit 4 mm Durchmesser (Einzelstück von der Firma Laseroptik) geklebt haben.

Der Durchlassbereich des dicken Etalons zeigt eine Abhängigkeit von der Umgebungstemperatur von  $2 \text{ GHz}/^\circ\text{C}$ . Schon bei geringen Änderungen der Umgebungstemperatur verschiebt sich dadurch der verfügbare Frequenzbereich außerhalb des gewünschten Wertes. Deshalb haben wir die Temperatur des dicken Etalons aktiv stabilisiert. Dazu wurde ein Heizwiderstand sowie ein Temperatursensor (Thermistor  $10 \text{ k}\Omega$ ) auf die metallene Halterung des Etalons aufgeklebt.

Bei der Suche nach Photoassoziationslinien müssen wir Bereiche von mehreren GHz abtasten. Dazu verstimmen wir das dicke Etalon durch Änderung der Temperatur. Ein Einstellbereich der Temperatur von  $5^\circ\text{C}$  genügt, um den Durchlassbereich des dicken Etalons um einen freien Spektralbereich von 10 GHz zu verschieben. Würde man stattdessen, wie vom Hersteller vorgesehen, durch ein Verkippen des dicken Etalons den Laser um 10 GHz verstimmen, so würde das zu einem erheblichen Leistungsabfall von ca. 25 % führen. Um auch während des laufenden Betriebs kontrollieren zu können, ob der Durchlassbereich des Etalons um die aktuelle Laserfrequenz zentriert ist, nützen wir aus, dass in dieser Situation die

Ausgangsleistung maximal ist, siehe Abbildung 1.4 auf der vorherigen Seite. Zur Detektion einer Abweichung von der optimalen Einstellung legen wir eine kleine Wechselspannung von ca. 12 kHz und  $< 1$  V Amplitude an den Piezo an. Dies bewirkt eine Frequenzmodulation mit einem Hub von  $< 1$  MHz. Für unsere Anwendungen ist dies vernachlässigbar gering. Falls die aktuelle Frequenz des Lasers nicht mit dem Maximum des Transmissionsprofils des Etalons zusammenfällt, verursacht diese Frequenzmodulation eine geringe Modulation ( $< 10^{-3}$ ) der Ausgangsleistung, die mit einem Lock-In-Verstärker gemessen wird. Dies liefert die nötige Information für Ausmaß und Richtung einer manuell durchgeführten Temperaturanpassung.

Für die aktive Frequenzstabilisierung verwenden wir das Galvo-Plättchen und den Piezospiegel als Stellelemente. Letzterer zeigt eine deutlich höhere Bandbreite von ca. 10 kHz, während das Galvo-Plättchen nur bis zu Frequenzen von 300 Hz verwendbar ist, aber dafür einen wesentlichen höheren Frequenzhub ermöglicht. Ein maximaler Strom unserer Ansteuerelektronik von  $\pm 150$  mA führt zu einer Verstimmung von  $\pm 7.5$  GHz bei einer Verkipfung des Glasplättchens um  $\pm 1^\circ$ . Die Ansteuerung des Piezos führt zu einer Verstimmung der Lasers um 2.5 MHz/V, dazu verwenden wir ein Kleinspannungssignal mit max.  $\pm 15$  V. Der größte Teil der kurzfristigen Störungen wird mithilfe des Piezos korrigiert, das Galvoplättchen dient zum Ausgleichen langsamer Driften.

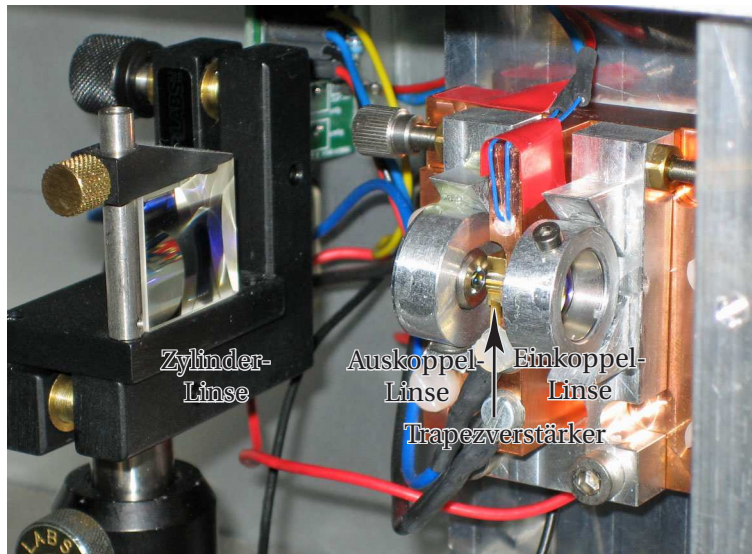
Der Ti:Saphir-Laser Nr. 1 wurde von 2001–2005 für die Erzeugung des Kühllichtes für die MOT bei 780 nm eingesetzt. Dafür wird ca. 500 mW Ausgangsleistung (300 mW nach der Glasfaser) benötigt. Erst seit August 2005 übernimmt eine Diodenlaser mit Trapezverstärker diese Aufgabe. Seitdem steht dieser Laser wieder für andere Aufgaben, insbesondere zur Photoassoziation, zur Verfügung. Der Ti:Saphir-Laser Nr. 2 wurde anfangs für die Photoassoziation bei 781.6 nm und später für das optische Gitter bei 830 nm verwendet. Für den Betrieb bei dieser Wellenlänge haben wir den Spiegelsatz ausgetauscht.

### Diodenlasersysteme

Für Anwendungen bei Wellenlängen um 780 nm, in denen keine großen Ansprüche an die Ausgangsleistung gestellt werden, verwenden wir selbst gebaute gitterstabilisierte Diodenlaser in Littrow-Konfiguration. Der mechanische Aufbau folgt einem Design, das in unserer Gruppe standardmäßig verwendet wird und in UNTERWADITZER (2005) ausführlicher beschrieben ist. Als Laserdioden benutzen wir die Typen DL7150-001 von Sanyo (vertrieben von Toptica, LD-0785-0080-1) oder seit 2005 die mit 10€ sehr billigen gleichwertigen Dioden RLD78PZW2 von ROHM (erhältlich bei Laser Components). Beide Typen sind für eine Ausgangsleistung von 80 mW spezifiziert.

Die Frequenzkontrolle erfolgt mechanisch über den Gitterwinkel, der mithilfe eines Piezos aktiv geregelt wird (Bandbreite ca. 3 kHz), sowie durch Kontrolle des Diodenstromes (Bandbreite ca. 1 MHz). Bei Verstimmung über den Gitterwinkel allein beobachten wir typischerweise einen modensprungfreien Verstimmungsbereich von min. 2 GHz. Wird zusätzlich der Strom nachgeregelt, lässt sich der Durchstimmungsbereich auf ca. 10 GHz erweitern. Wir erzielen typischerweise Ausgangsleistungen von ca. 30 mW (nach der optischen Diode). Eine Untersuchung des Schwebungssignals zweier unabhängiger, frequenzstabilisierter Diodenlaser ergab Linienbreiten von  $< 500$  kHz.





**Abbildung 1.5:**

Bild des Trapezverstärkersystems. Der Trapezverstärker ist zur Abfuhr der Wärme auf einem mittels Peltier-Element aktiv gekühlten Kupferblock montiert. Zum Ein- und Auskoppeln des Lichts benutzen wir asphärische Linsen mit 8 mm bzw. 3.1 mm Brennweite (erhältlich bei Thorlabs, Typen C240TM-B und C330TM-B). Eine Zylinderlinse ( $f = 30$  mm) dient zur Korrektur des ausgeprägten Astigmatismus des Ausgangsstrahls.

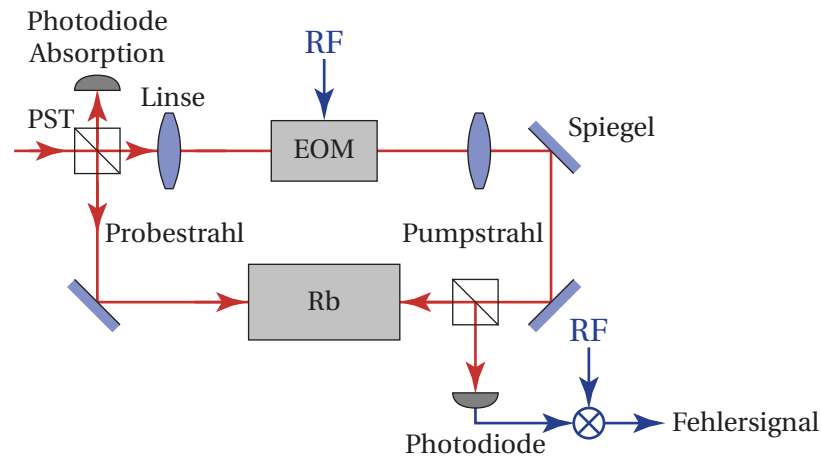
Für größere Ausgangsleistungen wurde zuletzt von Florian Lang ein Trapezverstärkersystem für Licht bei 780 nm aufgebaut. Ein Bild des Aufbaus zeigt Abbildung 1.5. Wir verwenden einen Trapezverstärker von Eagleyard (Typ EYP-TPA-0780-01000-3006-CMT03-0000). Dieser ist für eine Ausgangsleistung von 1000 mW bei einem Strom von 2.5 A spezifiziert. Wir betreiben den Trapezverstärker mit einem reduzierten Strom von 1.7 A und erreichen mit 27 mW Eingangsleistung eine Ausgangsleistung von  $> 650$  mW. Nach dem Durchgang durch eine optische Diode, einem AOM und nach Einkoppeln in eine single-mode Glasfaser stehen 330 mW für die Experimente zur Verfügung.

### 1.2.1 Frequenzstabilisierungen

Alle Laser wurden mit Frequenzstabilisierungen ausgerüstet, um die jeweils erforderliche Linienbreite und Stabilität von typisch ca. 1 MHz zu erreichen. Unterschiedliche Methoden für die Gewinnung eines Fehlersignals kommen zum Einsatz. Im Folgenden erkläre ich die im Aufbau verwendeten Techniken zur Frequenzstabilisierung.

### Modulationstransferspektroskopie

Die Laser, die in der unmittelbaren Nähe der atomaren Übergänge betrieben werden, z.B. für die Absorptionsabbildung, sind mittels dopplerfreier Sättigungsspektroskopie an einer



**Abbildung 1.6:**

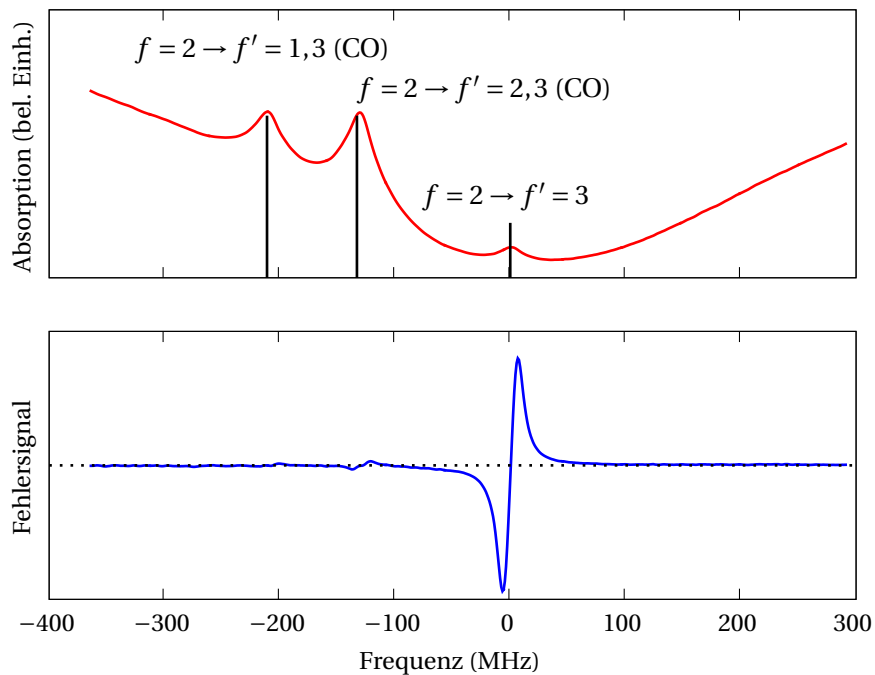
Optischer Aufbau für die Modulationstransferspektroskopie. Für ein gutes Signal/Rauschverhältnis wird ein aufgeweiteter Strahl verwendet, der mithilfe eines Polstrahlteilers (PST) in Pump- und Probestrahl aufgetrennt wird, welche gegenläufig durch die Rb-Dampfzelle (5 cm lang) geführt und anschließend wieder aufgetrennt werden.

Rb-Dampfzelle stabilisiert.

Für eine elektronische Frequenzstabilisierung mittels Spektroskopie benötigt man ein Fehlersignal mit einem Nulldurchgang. Die übliche Sättigungsspektroskopie liefert jedoch unmittelbar keine solchen Signale (vgl. Abbildung 1.7 auf der nächsten Seite). Modulationstechniken (SCHENZLE *et al.*, 1982) sind eine Möglichkeit, dennoch zu geeigneten Signalformen zu kommen. Bei der Modulationstransferspektroskopie (CAMY *et al.*, 1982; RAJ *et al.*, 1980) wird der Pumpstrahl frequenzmoduliert. Dies bewirkt durch nichtlineare Effekte in der Rb-Zelle eine Amplitudenmodulation des Probestrahls, die phasensensitiv (durch Multiplikation des Photodiodensignals mit dem Modulationssignal in einem Mischer) detektiert wird. Ein besonderer Vorzug dieser Technik ist das vollständige Fehlen eines Doppler-Untergrunds im Fehlersignal (siehe Abbildung 1.7).

Eine optimale Form des Fehlersignals erhält man, wenn die Modulationsfrequenz ungefähr gleich groß wie die Linienbreite des Übergangs ist, d.h. bei ca. 6 MHz liegt. Für die Frequenzmodulation des Laserlichts bei dieser Frequenz verwenden wir einen Selbstbau-EOM (Lithium-Niobat-Kristall,  $3 \times 3 \times 30$  mm), der durch Vorschalten einer Induktivität in Serie (ca. 50  $\mu$ H) resonant getrieben wird. Zum Ansteuern genügt dann ein einfacher RC-Oszillator (ICL8038) mit einem schnellen Operationsverstärker (CLC430) als Ausgangsstufe.

Der Diodenlaser, der u.a. für die Absorptionsabbildung verwendet wird, ist auf diese Weise auf den MOT-Übergang  $f = 2 \rightarrow f' = 3$  stabilisiert. Er dient weiters als Wellenlängenreferenz für die beiden Ti:Saphir-Laser.

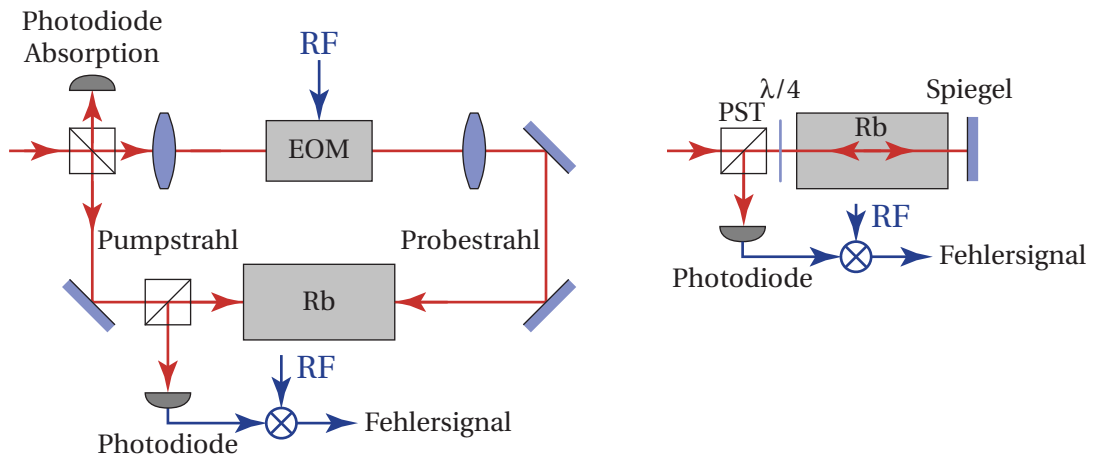


**Abbildung 1.7:**

Fehlersignal Modulationstransferspektroskopie für die  $D_2$ -Linie von  $^{87}\text{Rb}$ , für den Übergang von  $f = 2$  ausgehend. Im Absorptionssignal (oben) sind zwei deutliche Crossover-Linien sichtbar, die im Fehlersignal (unten) fast völlig fehlen.

### Frequenzmodulationsspektroskopie

Konzeptuell einfacher ist die Frequenzmodulationsspektroskopie (BJORKLUND *et al.*, 1983), bei der der Probe-Strahl moduliert wird. Der Diodenlaser, der u.a. das Rückpumplicht für die MOT liefert, ist auf diese Weise stabilisiert. Der experimentelle Aufbau (Abbildung 1.8 auf der nächsten Seite) unterscheidet sich nur minimal von dem der Modulationstransferspektroskopie. Wir verwenden jedoch eine stark vereinfachte Variante, bei der direkt der Strom der Laserdiode mit ca. 15 MHz moduliert wird, anstatt einen EOM zu verwenden. Dann zeigt zwar auch das für das Experiment genutzte Licht des Lasers eine leichte Frequenzmodulation auf, für die Verwendung als Rückpumplicht bzw. zum Spinpolarisieren haben die dadurch verursachten zusätzlichen Frequenzkomponenten im Abstand der Modulationsfrequenz jedoch keine Bedeutung.



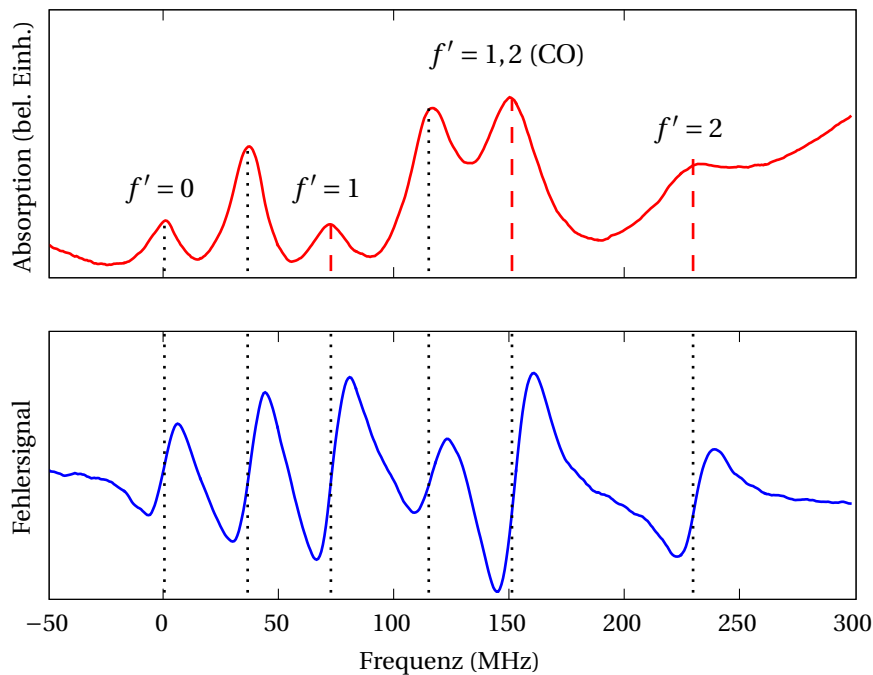
**Abbildung 1.8:**

Frequenzmodulationsspektroskopie. Der Aufbau ähnelt sehr stark der der Modulationstransferspektroskopie (Abbildung 1.6), hier wird jedoch der Probestrahl frequenzmoduliert. Bei direkter Frequenzmodulation des Lasers über den Diodenstrom kann auf den EOM verzichtet werden und ein deutlich vereinfachter und kompakterer Aufbau ist die Folge (rechts).

### Frequenzstabilisierung mittels Schwebungssignal

Wir haben den Laser, der das Kühllicht für die MOT liefert, mittels Frequenzmessung des Schwebungssignals mit einem Referenzlaser stabilisiert. In unserem Fall verwenden wir als Referenz den Diodenlaser, der mittels Modulationstransferspektroskopie auf den Kühlübergang der MOT stabilisiert ist. Mit dieser Methode ist es möglich, den Laser flexibel gegenüber der atomaren Linie zu verstimmen. Dies ist wichtig für die optimale Kühlung der Atome in der optischen Melassephase (siehe Abschnitt 1.7 auf Seite 44). Dort wird die Verstimmung des Kühllichts für kurze Zeit von 20 MHz auf 60 MHz erhöht. Ein so großer Verstimmungsbereich wäre mittels AOM kaum zu realisieren.

Das Schwebungssignal der beiden Laser, das im stabilisierten Zustand bei 195 – 235 MHz liegt (siehe Abbildung 1.10), wird mit einer schnellen Detektor mit integriertem Verstärker (Selbstbau, max. 1 GHz) gemessen und mit einer steuerbaren RF-Quelle abgemischt. Die RF-Quelle benutzt als wesentliches Bauteil einen spannungsgesteuerten Oszillator POS-300 von Minicircuits. Das tiefpassgefilterte Mischsignal mit einer Frequenz von  $< 100$  MHz wird über einen Frequenz-zu-Spannungs-Konverter (SCHÜNEMANN *et al.*, 1999) in ein Fehlersignal umgesetzt. Dieser nützt die frequenzabhängige Phasenverschiebung in einer Verzögerungsleitung aus und liefert in Abhängigkeit von der Zwischenfrequenz ein ungefähr Cosinus-förmiges Fehlersignal mit Nulldurchgängen im Abstand von 20 MHz. Dieser Wert gilt für eine Laufzeitverzögerung von 50 ns in ca. 10 m Koaxialkabel. Eine Regelung sorgt nun dafür, dass die Zwischenfrequenz immer bei 45 MHz gehalten wird. Eine Verstimmung des Lasers erfolgt durch Verändern der Mischfrequenz bzw. durch Addition einer Offsetspannung zum Fehlersignal. Der Verstimmungsbereich ist hauptsächlich durch die verwendete RF-



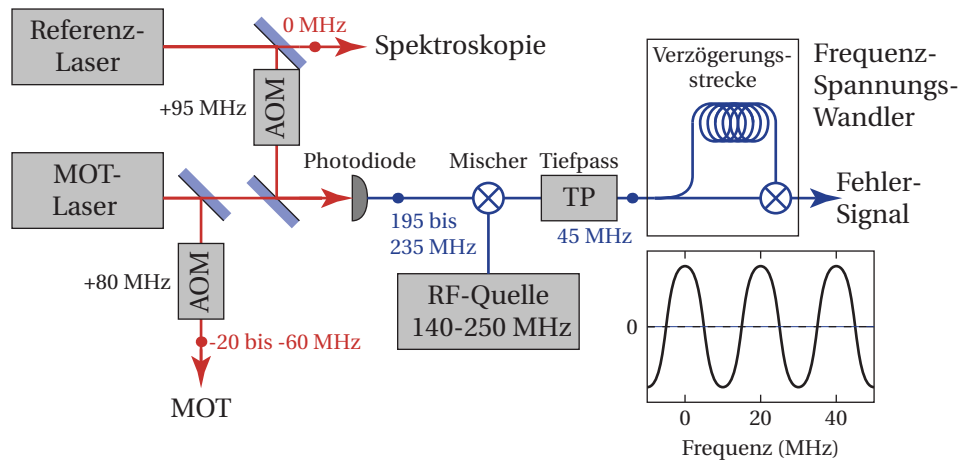
**Abbildung 1.9:**

Fehlersignal bei Frequenzmodulationsspektroskopie für den Übergang ausgehend von  $f = 1$ . Der Laser wird stabilisiert auf die stärkste Crossover-Linie  $f' = 1,2$ , von dort ausgehend lässt sich bequem mithilfe zweier AOMs bei 78 MHz Rückpumper-Licht für die MOT ( $f = 1 \rightarrow f' = 2$ ) als auch Licht für das Spinpolarisieren ( $f = 1 \rightarrow f' = 1$ ) erzeugen.

Quelle sowie die Bandbreite der Photodiode limitiert.

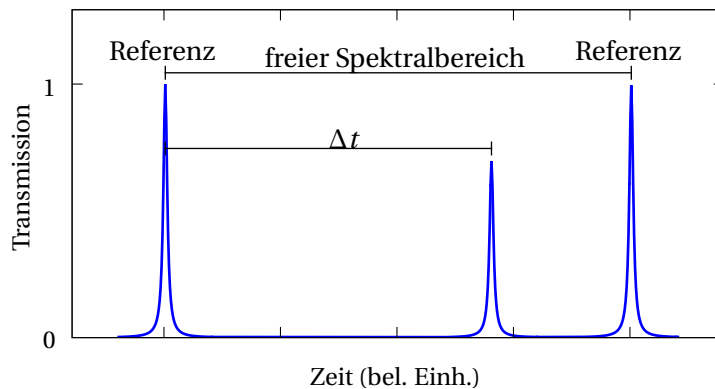
### Frequenzstabilisierung mittels optischem Resonator

Der Photoassoziationslaser ist typischerweise fast ein THz gegenüber der atomaren Linie verstimmt. Das im vorigen Absatz beschriebene Verfahren der Frequenzstabilisierung mittels Schwebungsfrequenz ist deshalb nicht mehr anwendbar. Für die Stabilisierung des Photoassoziationslasers benutzen wir stattdessen einen optischen Spektrumanalysator (Hersteller Melles Griot) mit 2 GHz freiem Spektralbereich. Dies ist ein konfokaler optischer Resonator, dessen Länge periodisch verändert wird. Der zu stabilisierende Laser wird gleichzeitig mit dem Referenzlaser in den Resonator eingekoppelt und die Transmission beobachtet (siehe Abbildung 1.11 auf der nächsten Seite). Eine Schaltung misst die Zeit zwischen dem Auftauchen der Transmissionsmaxima von Referenz- und zu stabilisierendem Laser und wandelt sie in ein Spannungssignal. Die wesentlichen Schaltungsbestandteile sind ein In-



**Abbildung 1.10:**

Schema für Frequenzstabilisierung mittels Schwebungssignal relativ zum Referenzlaser. Die angegebenen Verstimmungen der Laser beziehen sich relativ zum atomaren Übergang  $f = 2 \rightarrow f' = 3$ . Das kleine Diagramm zeigt das Fehler-signal des Frequenz-Spannungs-Wandlers in Abhängigkeit von der Frequenz.



**Abbildung 1.11:**

Frequenzstabilisierung mittels optischem Resonator. Gemessen wird der zeitliche Abstand zwischen den Transmissionsmaxima von Referenz- und zu stabilisierendem Laser.

tegrator mit Resetmöglichkeit, der bei dem ersten Maximum beginnt, eine konstante Spannung zu integrieren und ein Abtastbauteil (sample & hold), das den linear mit der Zeit ansteigenden Ausgangswert des Integrators zum Zeitpunkt des zweiten Maximums ausliest und bis zum Vorliegen eines neuen Wertes ausgibt. Michael Hellwig hat unter meiner Anleitung den ersten Prototypen gebaut. Schaltpläne finden sich in seiner Diplomarbeit (HELLWIG, 2005). Hans Danzl hat inzwischen eine fortgeschrittenere Version dieser Schaltung für ein anderes Experiment in unserer Gruppe implementiert (DANZL, 2007). Bei dieser Schaltung erfolgt die Zeitmessung digital mittels der integrierten Timer-Bauteile eines Mikrocontrollers ATmega8 von Atmel. Extern hinzugefügte D/A-Wandler dienen zur Ausgabe des Fehlersignals. Im Vergleich zu der mit Analogtechnik realisierten Schaltung liefert diese Version eine präzisere Messung und kommt mit deutlich weniger Bauteilen aus.

Ein mit dieser Methode stabilisierter Laser lässt sich damit leicht um bis zu 2 GHz (dem freien Spektralbereich des optischen Resonators) kontinuierlich verstimmen. Insbesondere bei der Suche nach Photoassoziationslinien ist dies von Vorteil. Allerdings ist die Frequenz nur bis auf ein ganzzahliges Vielfaches des freien Spektralbereichs eindeutig festgelegt. Die Verwendung eines Wavemeters mit ca. 500 MHz Genauigkeit löst diese Unsicherheit auf.

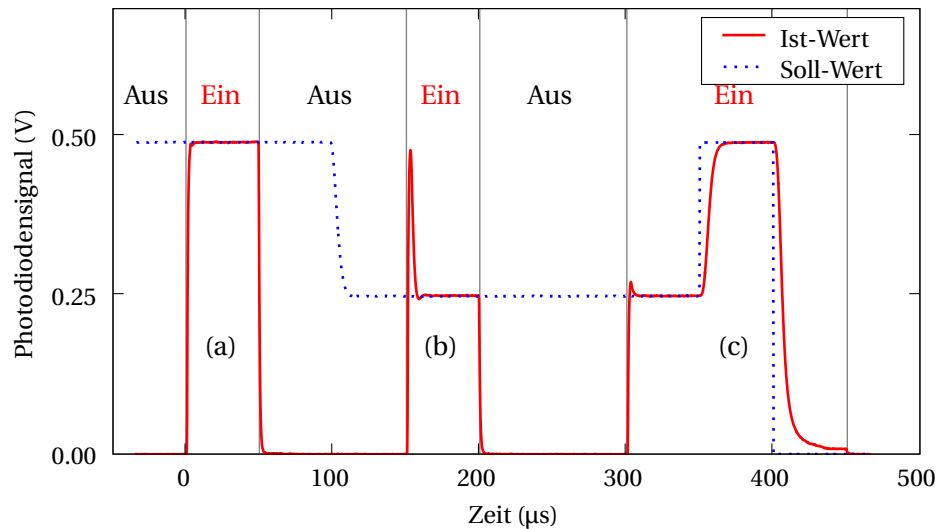
Mangels zuverlässiger Vergleichsmöglichkeit können wir die mit dieser Stabilisierung erzielte Reproduzierbarkeit der Laserfrequenz nicht genau beziffern. Wiederholte Messungen der Position von Photoassoziationslinien deuten auf Werte von besser als 10 MHz hin.

Ein Nachteil dieser Methode ist, dass nur ca. alle 20 ms ein neuer Messwert vorliegt. Abweichungen der Frequenz, die auf einer kürzeren Zeitskala auftreten, können nicht korrigiert werden. Diese liegen für Diodenlaser typischerweise unter 1 MHz, für die Ti:Saphir-Laser bei  $< 10$  MHz. Für unsere bisherigen Anwendungen hat sich dies als ausreichend herausgestellt. Für den Fall, dass höhere Ansprüche gestellt werden, haben wir auch eine Stabilisierung mittels Pound-Drever-Hall-Verfahren (DREVER *et al.*, 1983) auf einen verstimmbaren optischen Resonator implementiert. Dadurch lässt sich eine kurzfristige Stabilität  $< 100$  kHz erzielen. Die langfristige Stabilität gewährleistet das obige Verfahren.

### **Intensitätsstabilisierung für Lichtpulse und AOM-Treiber**

Die Übertragung des Lichts durch polarisationserhaltende Glasfasern verursacht Polarisationschwankungen, die sich nach Reinigung der Polarisation als Intensitätsschwankungen von bis zu 10 % bemerkbar machen. Auch die Ausgangsleistung der Ti:Saphir-Laser alleine zeigt Veränderungen von typisch 5–10 % innerhalb weniger Minuten. Für das optische Gitter und für das Photoassoziationslicht wären diese Schwankungen inakzeptabel groß, deshalb haben wir eine Intensitätsstabilisierung hinzugefügt. Diese verwendet als Stellelement die RF-Leistung, mit der ein vor der Faser platzierter AOM angesteuert wird. Geregelt wird auf die Leistung des Lichts, das für das eigentliche Experiment verwendet wird (vgl. Abbildung 1.14 auf Seite 20).

Das besondere Merkmal unserer Intensitätsstabilisierung ist die Fähigkeit, auch kurze Pulse ohne die sonst für eine Regelung typischen Einschwingvorgänge kontrollieren zu können. Bei einer einfach aufgebauten Regelung wird zum Schalten üblicherweise der Sollwert geändert. Dann ist die Einschaltzeit gegeben durch die Regelbandbreite, die bei uns — limitiert durch die regelbaren Abschwächer TFAS-2SM und die verwendeten Photodioden —



**Abbildung 1.12:**

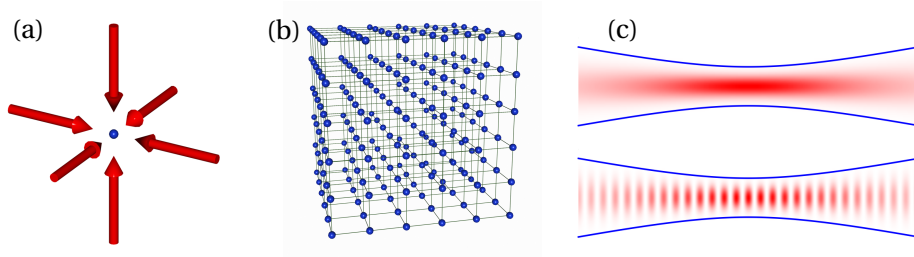
Verhalten der Intensitätsstabilisierung bei kurzen Lichtpulsen. Eingezeichnet ist die Sollvorgabe sowie der tatsächlich erzielte Ist-Wert. Ein zusätzlicher Schalter für das RF-Signal wird zum schnellen Ein- und Ausschalten verwendet. (a) Unmittelbar nach dem Einschalten des Lichts erreicht die Intensität den gewünschten Sollwert. (b) Der Regelausgang am Ende des vorhergenden Pulses wird als Startwert für die Regelung beim Einschalten verwendet. Dies kann u.U. zu unerwünschten Artefakten wie hier gezeigt führen. Dies lässt sich durch Einfügen eines zusätzlichen Kalibrierpulses beheben. (c) Ein Steuern der Intensität über eine Änderung des Sollwerts ist mit deutlich langsameren Schaltzeiten als in (a) verbunden. Beim Ausschalten ist dies besonders deutlich sichtbar.

bei ca. 300 kHz liegt. Damit dauert es typischerweise min. 10  $\mu\text{s}$ , bis die Abweichung vom Sollwert unter 1 % liegt. Die Länge des Einschwingvorgangs sowie die dabei auftretenden maximalen Abweichungen lassen sich deutlich verringern, wenn zusätzlich zum regelbaren Abschwächer ein schneller Schalter für das RF-Signal benutzt wird. Zumindest das Ausschalten erfolgt dann viel schneller und ist limitiert durch die Schaltgeschwindigkeit des AOM selber. Bei einem typischen Strahldurchmesser von 100  $\mu\text{m}$  liegt diese bei ca. 100 ns. Damit das Einschalten ebenso schnell erfolgt, muss sichergestellt werden, dass der regelbare Abschwächer schon vor dem Einschalten mit einem geeigneten Wert angesteuert wird, so dass sofort die gewünschte Lichtleistung vorliegt. Da Experimente meist mehrfach in gleicher Weise wiederholt werden, wird als »geeigneter Anfangswert« der Endwert des vorhergehenden Pulses verwendet. Dieses Verhalten der Regelung veranschaulicht Abbildung 1.12. Schaltpläne zur Intensitätsstabilisierung sind im Anhang auf Seite 131 abgedruckt.

Zum Ansteuern der AOM verwenden wir selbst gebaute Treiber (für den Schaltplan siehe im Anhang auf Seite 132). Diese bestehen im Wesentlichen aus einer Signalquelle POS-150



### 1.3 Realisierung eines dreidimensionalen optischen Gitters



**Abbildung 1.13:**

Im Kreuzungspunkt von insgesamt sechs Laserstrahlen (a) ergibt sich durch Interferenz ein dreidimensionales optisches Gitter (b) mit einfach kubischer Struktur. Abbildung (c) zeigt den Intensitätsverlauf in einem fokussierten Gauß-Strahl (oben) bzw. in einer Stehwelle mit sonst gleichen Strahlparametern (unten).

von Minicircuits mit einstellbarer Frequenz, einem schaltbaren Video-Operationsverstärker OP695 zum schnellen Schalten, regelbaren Abschwächern TFAS-2SM von Minicircuits und einer Leistungs-Endstufe MHW9267 oder MHW1345 von Freescale mit max. 2 W bzw. 1 W Ausgangsleistung.

### 1.3 Realisierung eines dreidimensionalen optischen Gitters

In diesem Abschnitt beschreibe ich den Aufbau für das optische Gitter, das eine wesentliche Rolle bei den in den Kapiteln 3 und 4 vorgestellten Experimenten spielt.

Zur Realisierung eines dreidimensionalen optischen Gitters (siehe Abbildung 1.13) verwenden wir retroreflektierte Laserstrahlen bei  $\lambda = 830 \text{ nm}$  aus allen drei Raumrichtungen. Abbildung 1.14 auf der nächsten Seite zeigt schematisch den Aufbau für einen einzelnen, retroreflektierten Gitterstrahl. Die übrigen zwei Strahlen sind analog aufgebaut.

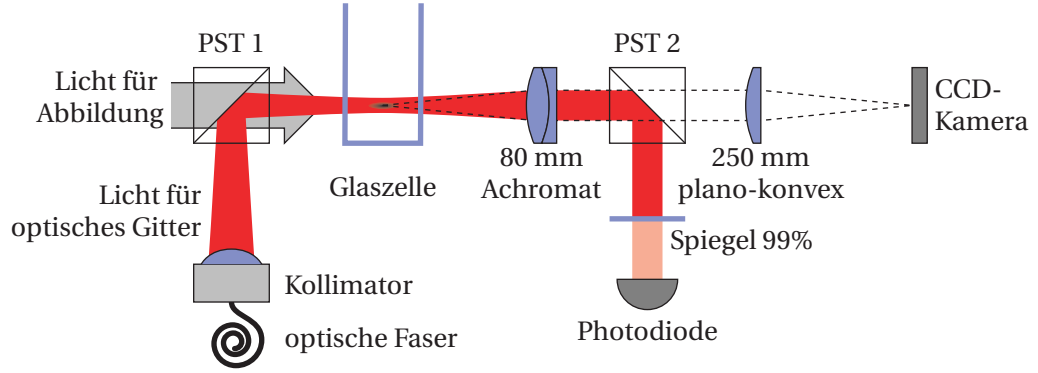
Eine einzelne Stehwelle hat die Form

$$I(r, z) = 4I_0 \exp\left(\frac{2r^2}{d(z)^2}\right) \cos^2(k_G z), \quad (1.1)$$

wobei  $k_G = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl des Gitterlichts und

$$d(z) = d_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (1.2)$$

der Strahldurchmesser in Abhängigkeit vom Abstand  $z$  vom Fokus ist. Weiters ist  $z_R = \frac{\pi d_0^2}{\lambda}$  die Rayleigh-Länge und  $d_0$  der Strahldurchmesser im Fokus. Die Spitzenintensität  $4I_0$  ist mit der Gesamtleistung  $P$  im Strahl über  $I_0 = \frac{P}{\pi d_0^2}$  verknüpft. Bei der verwendeten Wellenlänge von  $\lambda = 830 \text{ nm}$  sind für das Dipolpotential Beiträge von der  $D_1$ -Linie bei  $\lambda_1 = 795 \text{ nm}$  und der  $D_2$ -Linie bei  $\lambda_2 = 780 \text{ nm}$  relevant. Mit einer Linienbreite  $\Gamma/2\pi = 5.9 \text{ MHz}$  für  $^{87}\text{Rb}$  ist



**Abbildung 1.14:**

Optischer Aufbau für einen einzelnen Gitterstrahl, von oben betrachtet. Der Gitterstrahl wird an einem polarisierenden Strahlteiler mit dem Licht für die Absorptionsabbildung überlagert und anschließend wieder aufgetrennt. Die erste Linse nach der Glazelle dient zur Kollimation des Gitterstrahls als auch als Teil des Abbildungssystems. Damit können sowohl die Position der Atome als auch Lage und Strahldurchmesser des Gitterstrahls am Ort der Atome beobachtet werden, da ein kleiner Teil des Gitterlichts am zweiten Polstrahlteiler auch in Richtung Kamera geht. Nur bei sehr exakter Überlagerung des zurückreflektierten Strahls mit dem einfallenden wird das Licht zurück in Glasfaser eingekoppelt, dies wird für die Justage des retroreflektierten Strahls ausgenutzt. Eine Photodiode nach dem teildurchlässigen Spiegel, der den Gitterstrahl zurückreflektiert, liefert das Eingangssignal für die Intensitätsstabilisierung.

das Dipol-Fallenpotential  $V(\mathbf{r})$  näherungsweise gegeben durch (GRIMM *et al.*, 2000)

$$V(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{1}{3} \frac{1}{\omega_1 - \omega} + \frac{2}{3} \frac{1}{\omega_2 - \omega} \right) I(\mathbf{r}). \quad (1.3)$$

Dabei ist  $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ ,  $\omega_1 = \frac{2\pi c}{\lambda_1}$  etc. Die Gitterstrahlen sind auf einen Strahldurchmesser von  $d_0 = 170 \mu\text{m}$ , entsprechend einer Rayleigh-Länge von  $z_R = 11 \text{ cm}$  fokussiert. Der Strahldurchmesser im Fokus,  $d_0 = \frac{\lambda z}{\pi d(z)}$ , wurde aus dem gemessenen Durchmesser von  $d(z) = 1.05 \text{ mm}$  unmittelbar nach der Faserauskopplung und dem Abstand von  $z = 67 \text{ cm}$  zum Fokus berechnet. Dieser Wert stimmt gut mit dem mithilfe der Kamera beobachteten Wert überein. Für einen einzelnen retroreflektierten Gitterstrahl bei einer Leistung von  $100 \text{ mW}$  und Wellenlänge von  $830 \text{ nm}$  ergibt sich daraus eine Spitzenintensität von  $900 \text{ W/cm}^2$  in den Intensitätsmaxima der Stehwelle. Daraus resultiert eine Falltiefe von  $V_0 = 37 E_r$ , entsprechend  $V_0/k_B = 6 \mu\text{K}$ . Die Fallenfrequenzen in radialer Richtung

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4V_0}{m d_0^2}} \quad (1.4)$$

und in axialer Richtung

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2V_0 k_G^2}{m}} \quad (1.5)$$

errechnen sich zu  $\omega_r/2\pi = 45$  Hz bzw.  $\omega_z/2\pi = 41$  kHz. Die Streurrate von Photonen

$$\Gamma_{\text{sc}} = \frac{3\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar \omega_0^3} \left( \frac{1}{3} \frac{1}{(\omega_1 - \omega)^2} + \frac{2}{3} \frac{1}{(\omega_2 - \omega)^2} \right) I \quad (1.6)$$

beträgt für diese Parameter lediglich 0.23 Hz und ermöglicht eine ausreichend lange Lebensdauer der Atome im Gitter.

Die Polarisierungen der drei Stehwellen stehen jeweils orthogonal aufeinander. Zusätzlich prägen wir durch drei AOM Frequenzunterschiede von mindestens 30 MHz zwischen den Strahlen auf. Dadurch mitteln sich die verbleibenden Anteile im Gesamtpotential, die von der relativen Phase zwischen den Strahlen abhängen, zeitlich zu Null (GREINER, 2003). Das effektive Gesamtpotential ist dann die Summe der drei Einzelpotentiale der 1D-Stehwellen.

Das Licht des Titan-Saphir Lasers für die Gitterstrahlen wird noch auf dem Lasertisch in drei Strahlen aufgeteilt und in getrennte, polarisationserhaltende Glasfasern eingekoppelt. Je ein AOM dient, neben dem Aufprägen der Frequenzunterschiede, auch zum Schalten und Steuern der Intensität. Da drei getrennte Fasern verwendet werden, sind auf dem Experiment-Tisch nur mehr wenige optische Elemente nötig und die Lichtwege können möglichst kurz gehalten werden. Dies wirkt sich vorteilhaft auf die Strahlagestabilität aus. Der Aufbau für das optische Gitter verlangt nämlich besondere Präzision und Stabilität, um die recht eng fokussierten Gitterstrahlen genau mit den Atomen zu überlagern. Ansonsten würden sich unerwünschte Gradienten im Potential und eine schwankende Gittertiefe ergeben. Für eine fein aufgelöste Justage der Gitterstrahlen haben wir dazu die Auskoppeloptik der Glasfasern in einer XY-Verschiebeeinheit montiert.

Mittels der Polarisationsoptiken auf dem Experimenttisch (siehe Abbildung 1.14 auf der vorherigen Seite) überlagern wir die Gitterstrahlen mit dem Licht für die Absorptionsabbildung. Die Möglichkeit, mithilfe der Abbildungsoptik sowohl die Position der Atome als auch gleichzeitig die der Gitterstrahlen zu beobachten, vereinfacht die Justage der Gitterstrahlen erheblich.

## 1.4 Das Abbildungssystem

Die Datenerfassung in unserem Experiment erfolgt fast ausschließlich durch die Aufnahme von Absorptionen am Ende eines Experimentzyklus. Ein Teil des Abbildungssystems ist in Abbildung 1.14 auf der vorherigen Seite gezeigt. Für die erste Linse verwenden wir einen sogenannten Laser-Achromaten von Melles-Griot mit 80 mm Brennweite, der für minimale sphärische Aberration optimiert ist. Für die zweite, längerbrennweitige Abbildungslinse genügt eine einfache plano-konvex Linse. Leider wird die Abbildungsqualität durch den langen Lichtweg im dazwischen eingefügten Strahlteilerwürfel merklich reduziert, ein Ersatz durch eine Strahlteilerplatte wäre vorteilhaft. Ähnliche Aufbauten sind für die übrigen beiden Raumrichtungen sowie für die MOT vorhanden, routinemäßig werden aber nur

Bilder in der in Abbildung 1.14 gezeigten Richtung genommen. Dafür steht eine qualitativ hochwertige CCD-Kamera (Modell S285 von Theta System Elektronik GmbH) zur Verfügung. Für die anderen Richtungen sowie für die Beobachtung der Atome in der MOT verwenden wir monochrome synchronisierbare Video-Kameras von Cohu (Modell 4912) bzw. Pulnix (Modell 6X) mit einem Framegrabber NI-1409 von National Instruments. Diese Kameras werden vorwiegend für das Einjustieren der Gitterstrahlen benötigt.

## 1.5 Erzeugung und Kontrolle der Magnetfelder

Die präzise Kontrolle von Magnetfeldern ist für unser Experiment von wesentlicher Bedeutung. Bei mehreren verschiedenen Aufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen spielen Magnetfelder eine wichtige Rolle:

- Beim Fangen der Atome in der MOT.
- Beim magnetischen Transport der Atome von der MOT-Sektion in die Glaszelle.
- Bei der Erzeugung des Kondensates durch evaporative Kühlung in einer Magnetfalle.
- Bei Experimenten mit magnetisch abstimmbaren Feshbach-Resonanzen.

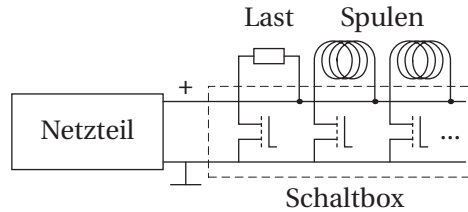
Eine zentrale Rolle übernimmt dabei das letzte Spulenpaar der Transportstrecke bei der Glaszelle (siehe Abbildung 1.22 auf Seite 31):

- Es dient für den magnetischen Transport (Abschnitt 1.5.2) als Endstation.
- Es ist Teil der QUIC-Falle (Abschnitt 1.5.3).
- In Helmholtz-Konfiguration erzeugt es das homogene Magnetfeld für die Feshbach-Resonanzen (Abschnitt 1.5.4).

### 1.5.1 Netzteile

Zur Ansteuerung aller Spulen verwenden wir vier Netzteile von Delta Elektronik, je zweimal die Modelle SM 15-200D (max. 17 V/200 A) und SM 30-100D (max. 30 V/100 A). Alle Netzteile sind für eine gegenüber der Standardausführung erhöhten maximalen Änderungsgeschwindigkeit des Ausgangsstroms konfiguriert. Durch einen analogen Eingang kann entweder der Ausgangsstrom oder die Ausgangsspannung gesteuert werden. Eine reine Spannungsansteuerung ist für die kontrollierte Erzeugung eines Magnetfeldes nicht geeignet, da der den Strom bestimmende Widerstand der Spulen temperaturabhängig ist und sich bei längerem Betrieb deutlich (z.B. um 1.3% für die QUIC-Spulen während der Evaporation) ändert. Ein wesentlicher Vorteil der Spannungsansteuerung bei den Delta-Netzgeräten ist jedoch das ca. um den Faktor 10 kleinere Stromrauschen als in Stromansteuerung.

Eine besondere Eigenheit der Netzteile ist es, beim Hochfahren des Stromes von Null aus etwas verzögert (bis zu ca. 10 ms) zu reagieren, wenn davor für längere Zeit dem Netzteil kein

**Abbildung 1.15:**

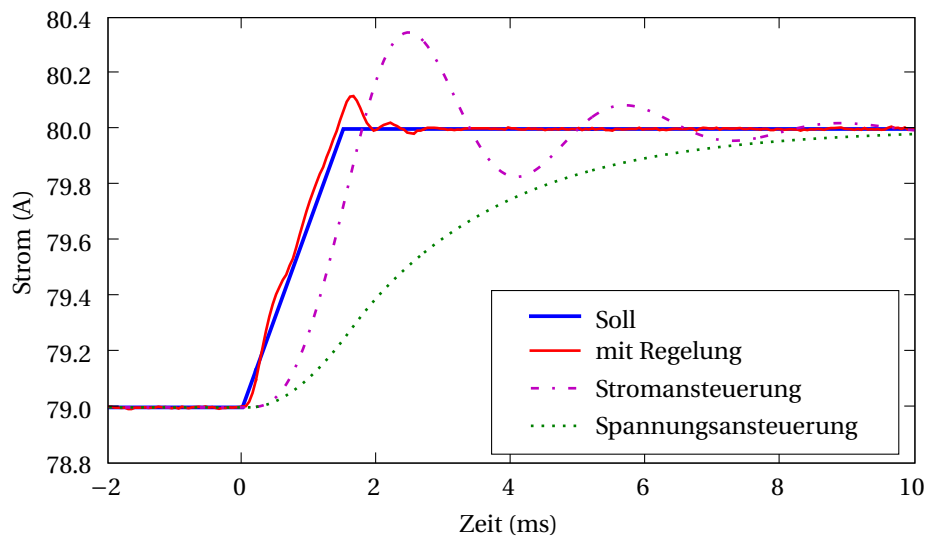
Anschluss der Spulen und der zusätzlichen Last an die Netzteile. Mittels Schalter (pro Kanal 5 parallel geschaltete MOSFETs, Typ MTP75N06HD) können pro Netzteil bis zu 7 Verbraucher angeschlossen werden.

Strom entnommen wurde. Dieses Problem haben wir dadurch gelöst, indem wir die Netzteile im Ruhezustand so ansteuern, dass ständig ein geringer Strom ( $< 0.1 \text{ A}$ ) durch einen zuschaltbaren Verbraucher (Leistungswiderstand  $0.1 \Omega$ ) fließt. Erst unmittelbar bevor Strom durch eine Spule fließen soll, wird mittels der MOSFET-Schalter in der Schaltbox (siehe Abbildung 1.15) die Last vom Netzteil getrennt und der Stromkreis durch die selektierte Spule geschlossen.

### Digitale Stromregelung

Für die Experimente mit Feshbach-Resonanzen, bei denen eine hohe Magnetfeldstabilität gefordert ist (siehe Abschnitt 1.5.4 auf Seite 34), haben wir eine zusätzliche externe Regelung aufgebaut, damit die Netzteile in Spannungsansteuerung verwendet werden können. Die Strommessung erfolgt durch ein hochpräzises Messgerät von Danfysik (Modell Ultrastab 866) mit einer Stabilität und Rauschen von besser als  $10^{-5}$ . Dieses Eingangssignal wird, nach A/D-Wandlung, vom Steuersystem (siehe Abschnitt 1.6 auf Seite 36) digital weiterverarbeitet. Als Stellelement wird weiterhin der Steuereingang der Netzteile verwendet. Diese Lösung nützt das schon vorhandene Steuersystem und kommt mit wenigen zusätzlichen Bauelementen aus. Ein weiterer Vorteil gegenüber einer mit Analogelektronik realisierten Regelung ist die Möglichkeit, die Regelparameter während des Betriebs an die jeweilige Kombination aus Netzteil und Spule anzupassen. Für ein optimales Verhalten ist es sogar nötig, die Regelparameter an den jeweils aktuellen Wert des Stromes anzupassen, da die Netzteile bei unterschiedlichen Strömen ein deutlich unterschiedliches Zeitverhalten zeigen. Mit einer optimierten Wahl der Regelparameter erreichen wir neben einer Unterdrückung des Rauschens auch eine deutlich verbessertes Einregelverhalten im Vergleich zu einer direkten Ansteuerung der Netzteile ohne externe Regelung, siehe Abbildung 1.16 auf der nächsten Seite.

Ein begrenzender Faktor für die erzielbare Genauigkeit und Stabilität der Ströme bei Verwendung der Regelung ist die Genauigkeit und das Rauschen bei der Messung des zu regelnden Stroms. Bei der digitalen Regelung müssen auch die Fehler bei der A/D-Wandlung berücksichtigt werden. Mit den zur Verfügung stehenden 16-bit Wandlern sind deshalb Stabilitäten von bestenfalls ca.  $2 \times 10^{-5}$  zu erwarten.

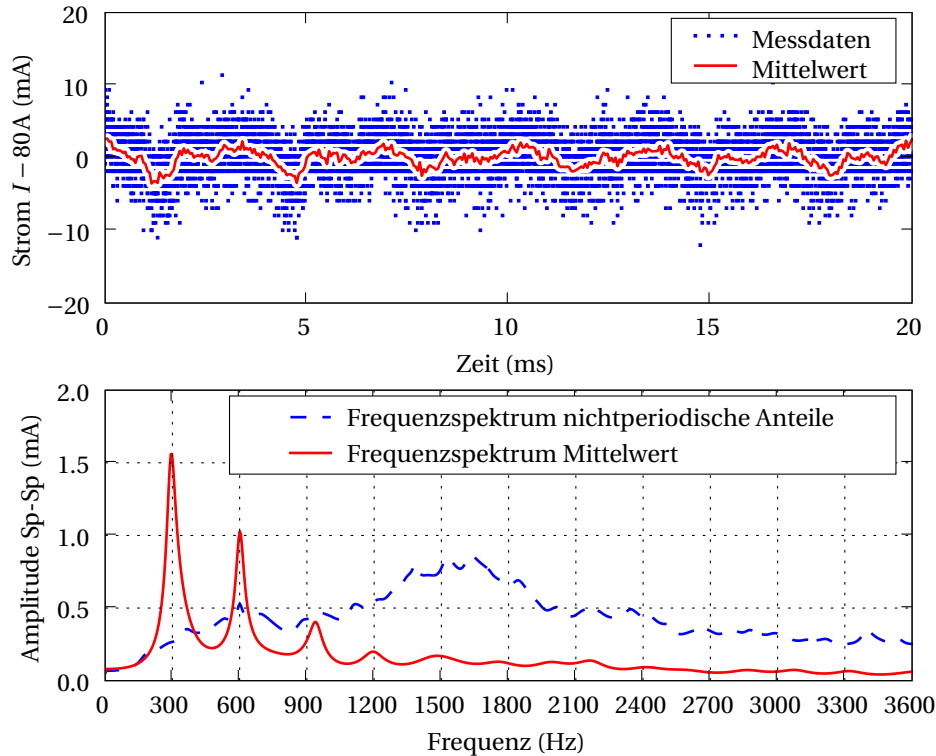


**Abbildung 1.16:**

Reaktion der digitalen Stromregelung auf eine lineare Rampe mit 1.5 ms Länge. Mit digitaler Stromregelung lassen sich viel präzisere Magnetfeldrampen realisieren, als wenn das Netzteil direkt angesteuert wird.

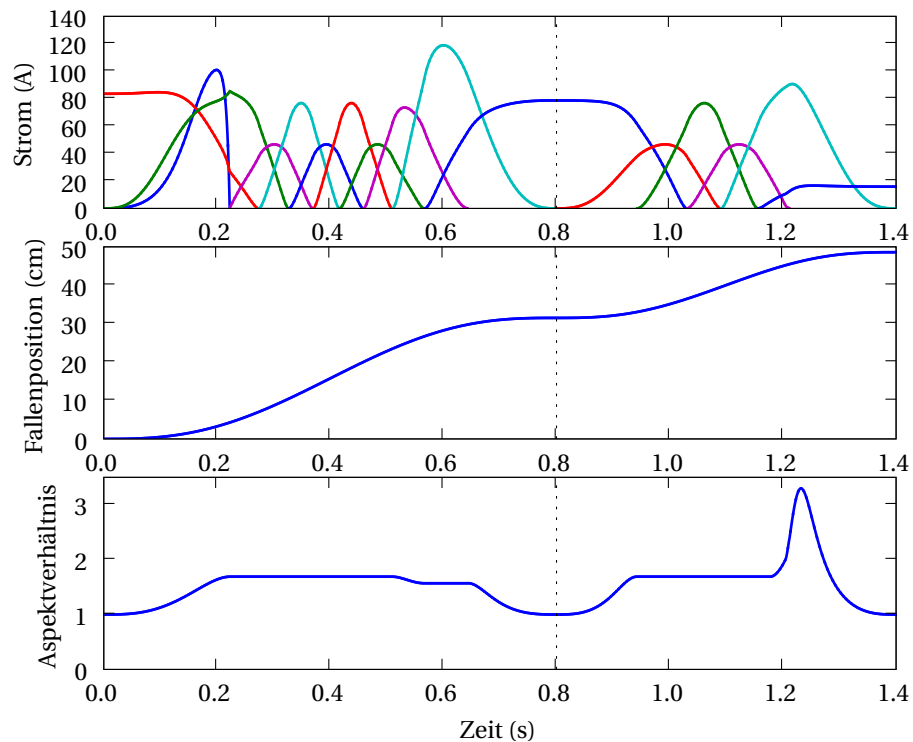
Eine Messung des Stromrauschens bei Verwendung der digitalen Regelung zeigt Abbildung 1.17 auf der nächsten Seite. Die Punktwolke im oberen Graphen enthält Daten von 24 unabhängigen Durchläufen. Hier ist schon die begrenzte Auflösung der A/D-Wandler zu erkennen. Bei diesen Daten ist neben dem unkorrelierten Rauschen zusätzlich eine periodische Störung erkennbar, die im Mittelwert aller Durchläufe deutlich erkennbar ist.

Bei der Berechnung des Frequenzspektrums der verbleibenden Stromschwankungen mit digitaler Regelung wurde nach periodischen und nicht-periodischen Störungen unterschieden. Im Frequenzspektrum des Mittelwerts, das durch die periodischen Anteile dominiert wird, sind Beiträge bei 300 Hz und dessen Vielfachen deutlich sichtbar. Diese werden vermutlich durch die Gleichrichter-Eingangsstufe der mit Drehstrom versorgten Netzteile verursacht. Das Spektrum der nichtperiodischen Anteile zeigt ein breitbandiges Rauschen mit einem Maximum bei rund 1500 Hz. Das verstärkte Rauschen bei dieser Frequenz wird durch die digitale Stromregelung selbst verursacht. Rund um die Grenzfrequenz der Regelung werden Störungen nicht mehr unterdrückt, sondern sogar leicht verstärkt (MANN *et al.*, 2005). Bei der Einstellung der Regelparameter gilt es, einen Kompromiss zwischen guter Unterdrückung der Störungen bei niedrigen Frequenzen und geringer Verstärkung der Störungen an der Bandbreitengrenze zu finden. Insgesamt messen wir eine mittlere quadratische Abweichung des Stromes von 2.7 mA, darin sind die periodischen Störungen mit mittleren Abweichungen von ungefähr 1 mA mit enthalten. Dies entspricht einem relativen Rauschen von  $4 \times 10^{-5}$  bzw. einem Rauschen des Magnetfeldes von 35 mG bei 1000 G Offsetfeld. Diese Charakterisierung des Stromrauschens mithilfe der Stromregelung selbst kann nur als gro-



**Abbildung 1.17:**

Analyse des Stromrauschens mit digitaler Regelung. Der obere Graph zeigt den von der digitalen Regelung als Eingangssignal verwendeten, digitalisierten Stromverlauf bei einem Strom von 80 A, entsprechend einem homogenen Magnetfeld von 1014 G. Gezeigt sind die Daten von 24 unabhängigen Durchläufen sowie der Mittelwert über alle Durchläufe. Bei letzterem mitteln sich nicht-periodische Störungen heraus und übrig bleiben im Wesentlichen nur die periodischen Anteile. Der untere Graph zeigt die Frequenzspektren der periodischen und nichtperiodischen Anteile des Rauschens. Zur Berechnung des Frequenzspektrums der nichtperiodischen Störungen wurde von den Daten eines jeden Durchlaufs der Mittelwert subtrahiert und damit die periodischen Anteile entfernt.



**Abbildung 1.18:**

Oben: Ströme durch die Spulen während des magnetischen Transfers. Mitte: Verlauf der Fallenposition. Unten: Verlauf des Aspektverhältnisses  $A = B'_y/B'_x$ . Nach 0.8 s erreichen die Atome die Ecke im Transportweg (siehe Abbildung 1.1 auf Seite 6), dort wird der Transport für kurze Zeit angehalten und die Atome im Magnetfeld eines einzelnen Spulenpaars gehalten.

be Abschätzung dienen. Sie könnte verfälscht sein durch Instabilitäten in der Messung der Ströme. Dann würde der Strom schwanken, ohne dass dies in den Messdaten sichtbar würde. Andererseits kann insbesondere ein breitbandiges Rauschen bei der Messung selbst, wie es z. B. durch die A/D-Wandlung verursacht wird, ein Stromrauschen vortäuschen, das real nicht vorhanden ist. Filtert man die Daten mit einem Tiefpass mit einer Grenzfrequenz von 1.5 kHz, das ist die Bandbreite des geregelten Systems, dann reduzieren sich die mittleren Schwankungen auf ca. die Hälfte.

### 1.5.2 Magnetischer Transport

Für den magnetischen Transport (GREINER *et al.*, 2001) der Atome von der MOT-Sektion in die Glaszelle müssen die Ströme durch insgesamt 16 Spulenpaare so kontrolliert werden, dass sich das Fallenzentrum gleichmäßig verschiebt (siehe Abbildung 1.18). Der magnetische Transport erfolgt nicht nur entlang einer Geraden, sondern nach 315 mm ist die Trans-



portstrecke um  $60^\circ$  geknickt (siehe Abbildung 1.1). Dadurch gewinnen wir einen ungehinderten optischen Zugang zu den Atomen in der Glaszelle aus allen drei Raumrichtungen.

Das Quadrupol-Fallenpotential (siehe z.B. KETTERLE *et al.*, 1999) während des Transports ist eindeutig charakterisiert durch die Position des Magnetfeldnullpunkts und die Magnetfeldgradienten  $B'_x$ ,  $B'_y$  und  $B'_z$  entlang der Hauptachsen. Aufgrund der Maxwell-Gleichungen ist  $B'_x + B'_y + B'_z = 0$  und es genügt deshalb die Vorgabe z.B. von  $B'_z$  und des Aspektverhältnisses  $A = \frac{B'_y}{B'_x} = -\frac{B'_z}{B'_x} - 1$ . Wir verwenden während des Transports einen konstanten Magnetfeldgradienten in vertikaler Richtung von  $B'_z = 13 \text{ G/mm}$ . Am Anfang und Ende sowie im Eck der Transportstrecke wird die Magnetfalle nur durch jeweils ein Spulenpaar erzeugt, dort ist das Aspektverhältnis 1. Während des Transports sind jedoch notwendigerweise zumindest zwei benachbarte Spulenpaare aktiviert. Die Magnetfalle ist dann entlang der Transportrichtung elongiert und das Aspektverhältnis steigt auf einen Wert  $> 1$ , der von der Geometrie der Spulenordnung abhängt. Um ein Aufheizen der Atome zu minimieren, halten wir durch die gleichzeitige Verwendung von drei Spulenpaaren das Aspektverhältnis während des Transports möglichst konstant bzw. sorgen für einen möglichst sanften Übergang zwischen den unterschiedlichen Werten. Die letzte Transportspule, die auch für die QUIC-Magnetfalle verwendet wird, ist in vergrößerter Distanz zur vorletzten Transportspule positioniert, sowohl weil sie zum Erreichen höherer Magnetfelder größer dimensioniert ist, als auch damit der vertikale optische Zugang nicht verdeckt wird. Dadurch steigt das Aspektverhältnis am Ende der Transportsequenz anstatt von 1.69 auf bis zu 3.3. Das gleiche Problem besteht im Prinzip auch am Anfang der Transportstrecke, dort haben wir jedoch eine zusätzliche Spule (»Push-Spule«) hinzugefügt, durch die das Aspektverhältnis reduziert wird.

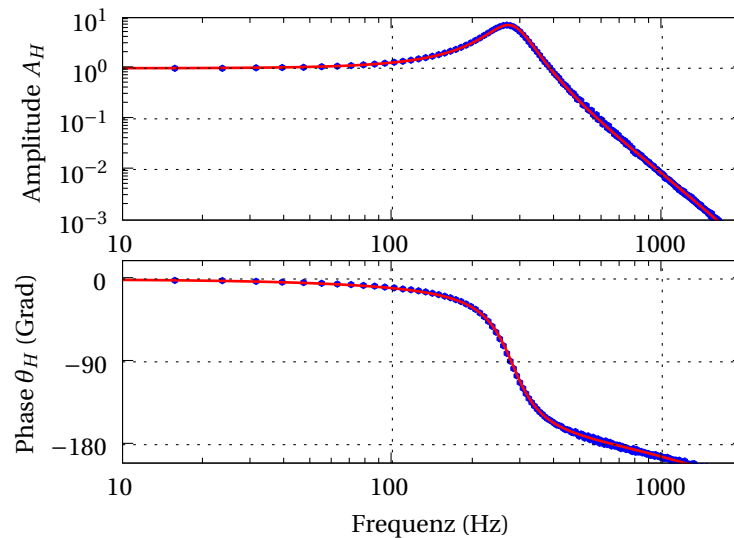
Da zu einem Zeitpunkt höchstens drei Spulen aktiv sind, würden auch drei Netzteile genügen. Die Verwendung von vier Netzteilen ist jedoch vorteilhaft, so bleibt genügend Zeit, um den Strom durch eine Spule ganz abklingen zu lassen und dann auf die nächste Spule weiterzuschalten. Über eine Bank von MOSFET-Schaltern sind je 4 Transportspulen pro Netzteil angeschlossen (siehe Abbildung 1.15 auf Seite 23). Details zu der Verschaltung der Transportspulen sind in der Diplomarbeit von WINKLER (2002) beschrieben.

Die in den Transportspulen dissipierte Wärme stellt kein wesentliches Problem dar, da eine einzelne Spule pro Zyklus ( $\sim 20 \text{ s}$ ) nur kurz (typisch 200 ms, siehe Abbildung 1.18 auf der vorherigen Seite) aktiv ist, dann allerdings mit Strömen bis zu 120 A. Die Spulen sind durch den Kontakt mit einer wassergekühlten Metallschiene ausreichend gekühlt.

### Frequenzgangskompensation

Die berechneten Stromverläufe werden vom Steuersystem an die Netzteile vorgegeben. Um den Einfluss der begrenzten Frequenzbandbreite der Netzteile von typisch 300 Hz zu minimieren, wird die Ansteuerspannung vorkompensiert.

Dazu haben wir mittels Netzwerkanalysator die Frequenzgänge der Netzteile in Kombination mit jeder Spule gemessen. Abbildung 1.19 auf der nächsten Seite zeigt exemplarisch einen der Frequenzgänge. Die gemessenen Frequenzgänge lassen sich gut durch Übertra-



**Abbildung 1.19:**

Frequenzgang eines der Netzteile in Kombination mit der ersten Quadrupolspule der magnetischen Transportstrecke. (Punkte: Messdaten, durchgezogene Linie: angepasster Frequenzgang)

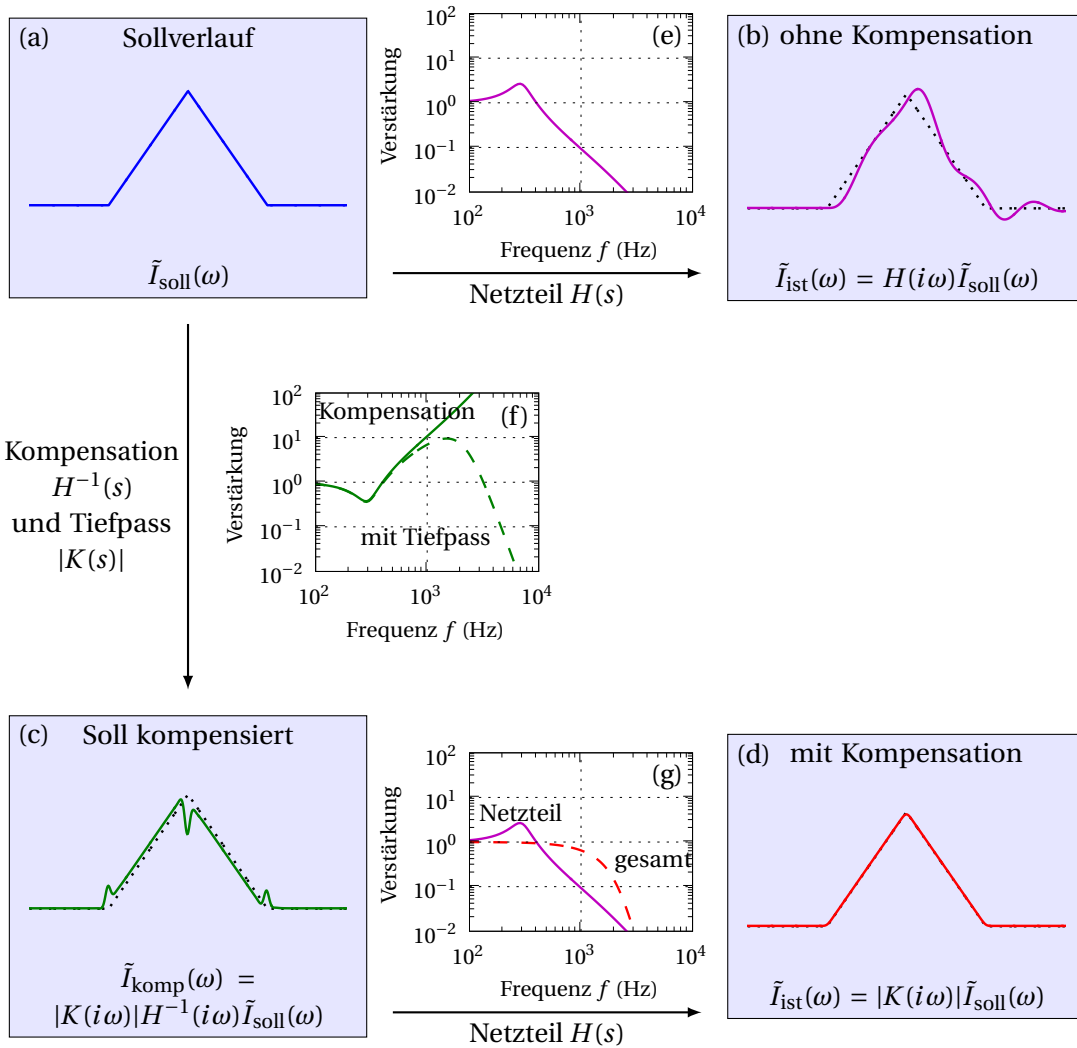
gungsfunktionen der Form

$$H(s) = \frac{1 + b_1s + b_2s^2}{1 + a_1s + \dots + a_5s^5} \quad (1.7)$$

beschreiben. Dabei ist  $A_H(\omega) = |H(i\omega)|$  der Amplitudengang und  $\theta_H(\omega) = \arg(H(i\omega))$  der Phasengang wie in Abbildung 1.19 gezeigt. Die Parameter  $a_i$  und  $b_i$  wurden mittels einer Fitroutine aus den Daten bestimmt.

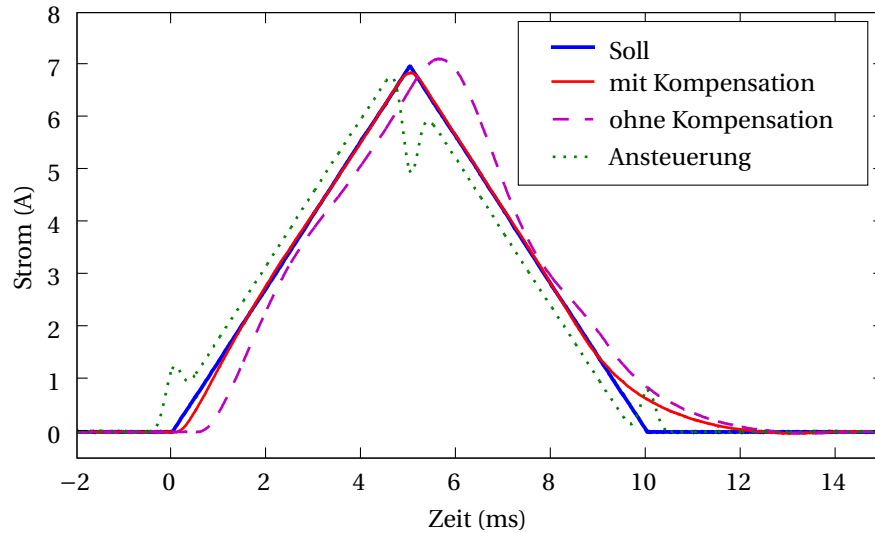
Die Reaktion eines Netzteils auf das Eingangssignal lässt sich im Spektralbereich durch eine Multiplikation mit der Übertragungsfunktion beschreiben. Bezeichnet  $I_{\text{soll}}(t)$  den Vorgabewert an das Netzteil und  $\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$  die zugehörige fouriertransformierte Funktion, dann ist die Fouriertransformierte des ausgegebenen Stroms durch  $\tilde{I}_{\text{ist}}(\omega) = H(i\omega)\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$  gegeben. Durch inverse Fouriertransformation erhält man daraus  $I_{\text{ist}}(t)$ . Abbildung 1.20 auf der nächsten Seite illustriert diesen Sachverhalt.

Die Idee bei der Frequenzgangskompensation ist es, das gewünschte Signal mit einem Filter zu behandeln, der genau den inversen Amplituden- und Phasengang wie das Netzteil aufweist. Im Spektralbereich entspricht dies einer Multiplikation der Fouriertransformierten  $\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$  des Sollsignals mit  $H^{-1}(\omega) = 1/H(\omega)$ , d.h.  $\tilde{I}_{\text{komp}}(\omega) = H^{-1}(i\omega)\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$ . Wird dieses kompensierte Signal zur Ansteuerung des Netzteils verwendet, dann sollte das Netzteil exakt den gewünschten Stromverlauf ausgeben. Allerdings werden bei dieser Filterung die höchsten Frequenzanteile stark verstärkt. Dies führt im vorkompensierten Signal zu hochfrequenten Oszillationen mit so großer Amplitude, dass das Ansteuersignal nicht realisiert



**Abbildung 1.20:**

Vorgangswise bei der Frequenzgangskompensation. Die Abbildungen (a–d) zeigen die Signale im Zeitbereich und (e–g) die Amplitudengänge der beteiligten Filter. In allen Zeitverläufen wurde zum Vergleich punktiert die Sollvorgabe eingezeichnet. Abbildung (f) enthält den Frequenzgang der Kompensation alleine sowie mit zusätzlichem Tiefpass (strichlierte Linie). Die strichlierte Linie im Frequenzgang (g) zeigt den Amplitudengang des verwendeten Tiefpasses  $|K(i\omega)|$ , der zugleich den Amplitudengang für das Gesamtsystem aus Kompensation, Tiefpass und Netzteil darstellt. Für weitere Erklärungen siehe Text.

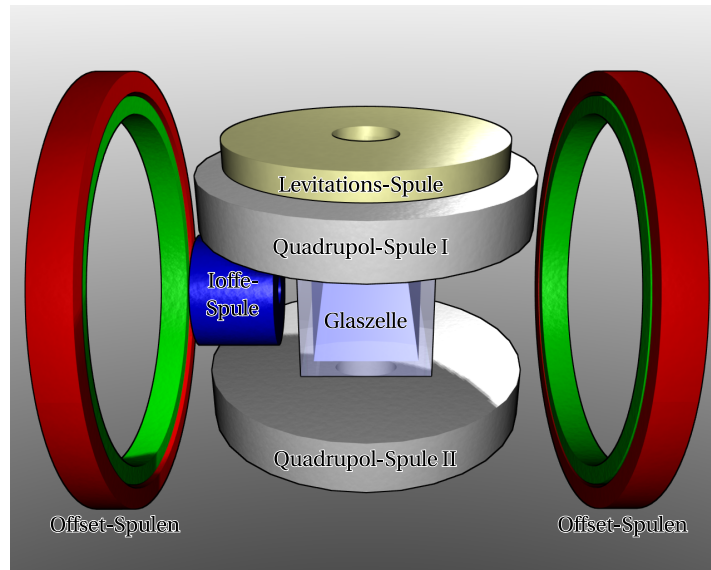


**Abbildung 1.21:**

Ohne aktivierte Frequenzgangskompensation weicht der erzeugte Stromverlauf deutlich von der dreiecksförmigen Sollkurve ab. Mit Frequenzgangskompensation ist der Stromverlauf hingegen kaum von der gewünschten Sollvorgabe zu unterscheiden. Am Ende, wenn der Strom wieder auf Null gefahren werden soll, erkennt man eine deutliche Abweichung, die durch den Umstand bedingt ist, dass die Netzteile nur positive Ausgangsspannungen erzeugen können. Auch am Anfang gibt es eine verstärkte Abweichung. Diese liegt an einer Eigenheit der Netzteile, beim Start von Null etwas verzögert zu reagieren. Die frequenzgangskompensierte Ansteuerung des Netzteils ist ebenfalls gezeigt.

werden kann bzw. die Ansteuergrenzen des Netzteils überschritten werden.

Um diese Oszillationen zu eliminieren, behandeln wird das kompensierte Ansteuersignal zusätzlich mit einem Tiefpassfilter  $K(i\omega)$ , der die höchsten Frequenzen im Ansteuersignal unterdrückt. Wir haben dazu einen Bessel-Filter fünfter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 3 kHz gewählt. Dieser Tiefpassfilter soll die Form des Signals möglichst wenig verändern. Ein Kriterium dafür ist, dass die Gruppenverzögerung  $\tau_G(\omega) = \frac{d\theta_K}{d\omega}$  (mit  $\theta_K(\omega) = \arg K(i\omega)$ ) verschwindet (TIETZE UND SCHENK, 1993). Diese Bedingung erfüllt man am einfachsten dadurch, indem man zur Filterung den Absolutbetrag  $|K(i\omega)|$  verwendet. Zusammenfassend verwenden wir als Ansteuersignal  $I_{\text{komp}}(t)$  mit  $\tilde{I}_{\text{komp}}(\omega) = |K(i\omega)|H^{-1}(i\omega)\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$ . Der damit realisierte Stromverlauf  $I_{\text{ist}}(t)$  mit  $\tilde{I}_{\text{ist}}(\omega) = |K(i\omega)|\tilde{I}_{\text{soll}}(\omega)$  entspricht somit dem mit  $|K(i\omega)|$  tiefpassgefilterten Sollverlauf. Abbildung 1.21 zeigt anhand von Messdaten, wie sehr durch diese Prozedur die Präzision bei der Realisierung der Stromverläufe für den magnetischen Transport gesteigert wird.



**Abbildung 1.22:**

Schematische Darstellung der Spulen um die Glaszelle. Ober- und unterhalb der Glaszelle befinden sich die zwei Quadrupolspulen, dazu im rechten Winkel die einzelne, kleine Ioffe-Spule. Die großen Doppelspulen (»Offset-Spulen«) können sowohl in Helmholtz- als auch in Anti-Helmholtz-Konfiguration geschaltet werden. Sie dienen damit zum Anlegen eines homogenen Magnetfeldes bzw. zum Verschieben der Atome in das Zentrum der Quadrupolspulen. Die Quadrupolspulen dienen in Helmholtzkonfiguration auch zum Erzeugen des homogenen Magnetfeldes für Experimente mit Feshbach-Resonanzen. Eine einzelne Spule oberhalb der Quadrupolspulen (»Levitations-Spule«) erzeugt einen Magnetfeldgradienten, der sowohl zur Kompensation des Absackens der Atome durch die Gravitation als auch für die Stern-Gerlach-Separation der einzelnen Spinkomponenten vor der Abbildung dient.

### 1.5.3 QUIC-Falle

Das BEC wird durch RF-Evaporation (ausführlich dargestellt in LUITEN *et al.*, 1996) in einer QUIC-Falle erzeugt (ESSLINGER *et al.*, 1998). Neben dem Quadrupol-Spulenpaar besteht die QUIC-Falle weiters aus der »Ioffe-Spule« (siehe Abbildung 1.22). Im Gegensatz zu einer Quadrupolfalle ist hier kein Nulldurchgang der Magnetfeldes vorhanden. Stattdessen gibt es ein Magnetfeldminimum mit näherungsweise harmonischem Fallenpotential. Fallenposition und Offset-Magnetfeld hängen von Abstand und Verhältnis der Ströme durch die Spulen ab. In unserem Fall wurden die Spulen so entworfen und einjustiert, dass bei gleichem Strom durch Ioffe- und Quadrupol-Spulen sich gerade die gewünschte Magnetfeld-Konfiguration mit einem Offset-Magnetfeld von  $\sim 1$  G bildet. Die Spulen werden in Serie betrieben, dann sind Schwankungen in der Position der Magnetfalle im Vergleich zu einer getrennten Ansteuerung unterdrückt.

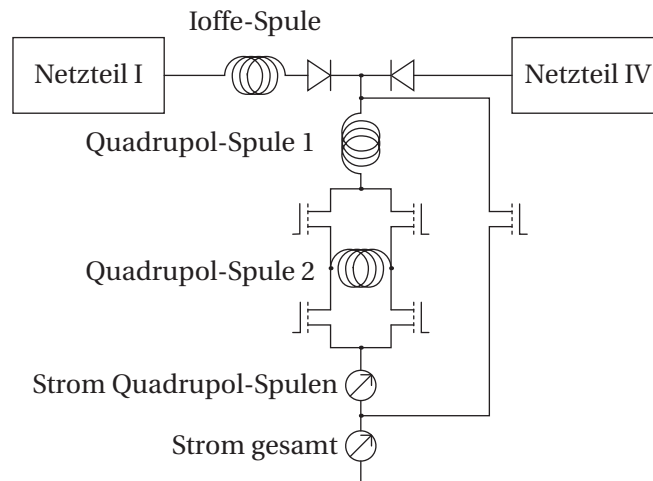
Für die RF-Evaporation ist das Offset-Magnetfeld ein wichtiger Parameter, es legt die unterste Grenze für die RF-Frequenz fest. Insbesondere am Ende der Evaporation, wenn das »RF-Messer« bis knapp an den Boden der Falle gefahren wird, könnten Magnetfeldschwankungen zu unbeabsichtigten Verlusten führen. Eine gute Stabilität des Magnetfeldes wirkt sich daher positiv auf die Stabilität der Teilchenzahl im BEC aus.

Um die Fallengeometrie von einer Quadrupol- hin zur Ioffe-Pritchard-Konfiguration zu ändern, muss der Strom durch die Ioffe-Spule erhöht werden. Dies wird durch ein zweites Netzteil in Verbindung mit zwei Leistungs-Dioden (siehe Abbildung 1.23 auf der nächsten Seite) bewerkstelligt. Anfangs, nach dem Transport, ist nur das Netzteil IV aktiv und der Strom fließt ausschließlich durch die Quadrupol-Spulen. Dann wird Netzteil I langsam hochgeregelt und der Strom von Netzteil IV gleichermaßen reduziert, so dass die Summe der Ströme konstant bleibt. Am Ende ist Netzteil IV ausgeschaltet und der gesamte Strom fließt in Serie durch Ioffe- und Quadrupolspulen. Netzteil I wird für den Betrieb der QUIC-Falle in Spannungsansteuerung verwendet, die digitale Regelung sorgt dafür, dass der Strom immer den gewünschten Wert behält.

Für eine effiziente und schnelle Evaporation sind möglichst hohe Fallenfrequenzen und damit hohe Ströme günstig. Die Kühlung der Spulen ist hier der limitierende Faktor. Wir erreichen bei 40 A Strom durch die QUIC Fallenfrequenzen von 150 Hz in radialer und 16 Hz in axialer Richtung (für Atome im  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  Zustand). Bei diesem Strom werden 350 W in den Spulen dissipiert, aufgrund des kompakten Aufbaus eine vergleichsweise geringe Menge.

### Verschieben des Fallenzentrums

Das Magnetfeldminimum der QUIC-Falle liegt ca. 7 mm außerhalb des Zentrums der Quadrupol-Spulen, hin zur Ioffe-Spule verschoben. Um für die Experimente mit magnetischen Feshbach-Resonanzen ein möglichst homogenes Magnetfeld zu erreichen, verschieben wir die Atome mithilfe weiterer Spulen genau ins Zentrum der dann in Helmholtz-Konfiguration geschalteten Quadrupol-Spulen. Dazu wird der Strom durch die Quadrupolspulen der QUIC-Falle in knapp 1 s von anfangs 30 A auf 14.6 A reduziert, während der Strom durch die Ioffe-Spule gleich bleibt. Wir benutzen dazu einen MOSFET, der parallel zu den Quadrupol-Spulen geschaltet ist (siehe Abbildung 1.23 auf der nächsten Seite). Die Kontrolle des Stroms durch den MOSFET erfolgt mittels einer digitalen Regelung. Durch Absenken des Stromes durch die Quadrupolspulen allein lässt sich das Magnetfeldminimum nicht genau ins Zentrum verschieben. Es wird zusätzlich ein weiteres Spulenpaar (in Abbildung 1.22 auf der vorherigen Seite als »Offset-Spulen« bezeichnet) in Anti-Helmholtz-Konfiguration mit gleicher Achse wie die Ioffe-Spule angesteuert. Beim Verschieben der Fallenposition in das Zentrum der Quadrupolspulen sinken die Fallenfrequenzen deutlich auf (7 Hz, 19 Hz, 20 Hz). Dies ist durchaus erwünscht, denn dadurch sinkt ebenfalls die Dichte im Kondensat, so dass nach dem Einladen in das optische Gitter die Besetzungszahlen dann bei einigen wenigen Atomen pro Gitterplatz liegen. Allerdings sackt bei diesen geringen Fallenfrequenzen das Kondensat im Schwerfeld ca. 2.5 mm nach unten. Um dieses Absacken zu kompensieren, erzeugen wir einen zusätzlichen vertikalen Magnetfeldgradienten durch eine einzelne, oberhalb der Quadrupolspulen angebrachte Spule (»Levitations-Spule«, siehe Abbildung 1.22).

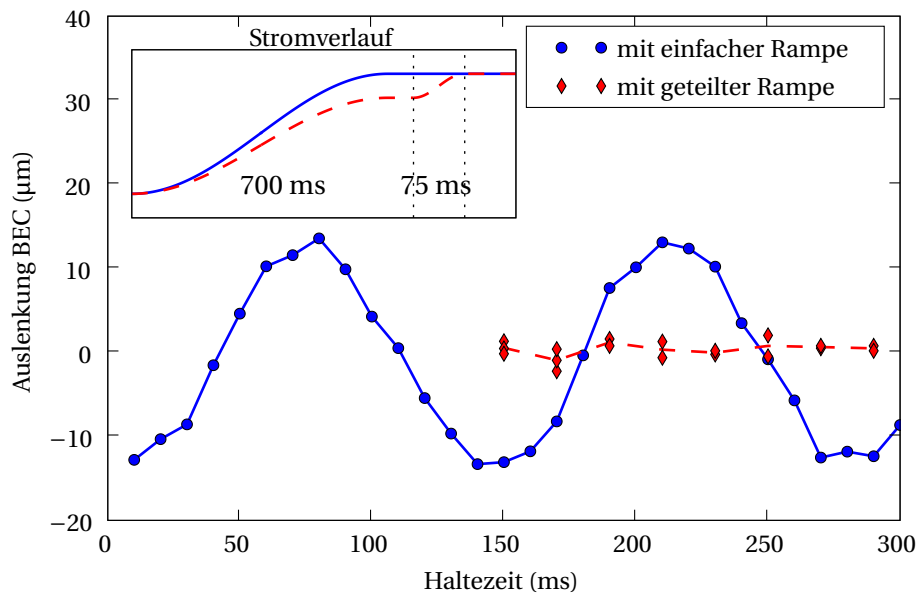


**Abbildung 1.23:**

Verschaltung der Spulen für QUIC-Falle, bestehend aus Ioffe-Spule und den beiden Quadrupol-Spulen. Die Quadrupol-Spulen werden für drei Zwecke verwendet, nämlich in Anti-Helmholtz-Konfiguration sowohl als Endstation für den magnetischen Transport als auch als Teil der QUIC-Magnetfalle und weiters in Helmholtz-Konfiguration zur Erzeugung des homogenen Magnetfelds für die Experimente mit Feshbach-Resonanzen. Für das Umpolen einer der Quadrupol-Spulen sorgen vier MOSFET in einer Brücken-Schaltung, diese dienen gleichzeitig auch zum schnellen Ausschalten des Stromes. Ein weiterer MOSFET parallel zu den Quadrupol-Spulen (»Stromklauschaltung«) ermöglicht das Reduzieren des Stromes durch diese. Dies wird benötigt, um die Atome genau im Zentrum der Quadrupol-Spulen zu positionieren. Zwei Strommessgeräte dienen als Eingangssignal für die digitale Regelung der Ströme durch Quadrupol- und Ioffe-Spulen.

Durch Ungenauigkeiten in der Ausrichtung der Ioffe-Spule ist das Magnetfeldminimum nach dem Verschieben etwas entlang der Richtung des magnetischen Transportes aus dem Zentrum versetzt. Dies korrigieren wir durch Ansteuern einer der letzten Transportspulen.

Das Verschieben der Atome in das Zentrum der Quadrupolspulen erfolgt langsam in ca. 1 s, um ein Heizen bzw. das Anregen von Oszillationen des BEC im Fallenpotential zu minimieren. Weiters sind die Stromrampen nicht linear sondern abgerundet, um abrupte Änderungen der auf das BEC einwirkenden Kräfte zu vermeiden. Um die Bewegung des BEC weiter zu verringern, haben wir die Rampen in zwei Abschnitte geteilt. Im ersten erfolgt der größte Teil der Verschiebung (typischerweise 99 %), anschließend wird mit etwas Verzögerung der verbleibende Weg in einer Zeitspanne, entsprechend ungefähr einer halben Periode der Bewegung im Fallenpotential, zurückgelegt. Bei geeigneter, experimentell ermittelter Wahl von Zeitpunkt und Ausmaß des letzten Schritts lassen sich dadurch die Oszillationen des BEC in der Falle deutlich reduzieren, siehe Abbildung 1.24 auf der nächsten Seite.



**Abbildung 1.24:**

Durch das horizontale Verschieben der Atome über ca. 7 mm in das Zentrum der Quadrupol-Spulen werden Schwingungen entlang der Verschieberichtung mit einem Hub von ca. 30  $\mu\text{m}$  angegeregt. Die Daten zeigen die Auslenkung des BEC in horizontaler Richtung aus dem Fallenzentrum nach variabler Haltezeit in der verschobenen Falle. Eine Teilung des Stromverlaufs zum Verschieben der Atome in zwei Abschnitte vermindert die Amplitude dieser Schwingung unter die Messgenauigkeit der Position von ca. 2  $\mu\text{m}$ , dies entspricht weniger als einem Bildpunkt der Kamera. Das Insert zeigt schematisch die Stromverläufe der einfachen bzw. der geteilten Rampe.

#### 1.5.4 Homogenes Magnetfeld für Experimente mit Feshbach-Resonanzen

Zum Erzeugen eines homogenen Magnetfelds für Experimente mit Feshbach-Resonanzen verwenden wir die Quadrupolspulen der QUIC-Falle in Helmholtz-Konfiguration. Vier MOS-FETs in einer Brückenschaltung dienen zum Umpolen einer der Quadrupolspulen (siehe Abbildung 1.23 auf der vorherigen Seite). Um ein Magnetfeld von 1000 G zu erreichen, sind Ströme von knapp 80 A nötig. Unsere Spulen sind für einen Dauerbetrieb unter diesen Bedingungen nicht ausgelegt. Sie können ohne zu überhitzen dieses Magnetfeld für höchstens ca. 1 s erzeugen. Sicherheitsschaltungen stellen sicher, dass auch aus Versehen dieses Limit nie überschritten wird.

Die Verwendung von Feshbach-Resonanzen zur Kontrolle der Streulänge stellt die höchsten Anforderung an die Genauigkeit der Magnetfelder. Benötigt wird ein starkes, homogenes Magnetfeld von über 1000 G bei einer Stabilität, die deutlich besser als die Breite der verwen-



deten Feshbach-Resonanz von 200 mG ist (vgl. Abbildung 3.3 auf Seite 70). Für die präzise Realisierung von schnellen Magnetfeldrampen ist zusätzlich eine ausreichend hohe Bandbreite nötig. Die adiabatische Assoziation von Molekülen hat entspanntere Anforderungen an die Stabilität des Magnetfeldes. Hier ist es nicht nötig, das Magnetfeld stabil bei einem vorgegebenen Wert zu halten, sondern nur, dass das Magnetfeld die Feshbach-Resonanz mit hinreichend genau definierter Geschwindigkeit überstreicht. Nach der in Abschnitt 3.4.1 auf Seite 83 angegebenen Abschätzung wird dafür eine Zeit von weniger als 1 ms benötigt, es sind deshalb nur Schwankungen des Magnetfeldes bei dieser und kürzeren Zeitskalen von Bedeutung. Da u.a. durch die Induktivität der Spulen die Amplitude der Schwankungen zu höheren Frequenzen hin stark abfällt, sind die Anforderungen an die Stabilität für diese kurzen Zeiten leichter zu erfüllen als für längere Zeiträume.

### 1.5.5 Externe Magnetfelder

Neben den erwünschten und absichtlich erzeugten Magnetfeldern sind im Laborumfeld unkontrollierte Magnetfelder vorhanden. Dazu gehören statische Magnetfelder wie z.B. das Erdmagnetfeld oder Streumagnetfelder der Vakuum-Pumpen. Diese werden, soweit nötig, durch Kompensationsspulen ausgeglichen. Dies ist vor allem für das Polarisationsgradientenkühlen der Atome in der optischen Molasse wichtig. Dazu ist um die MOT-Kammer ein Spulenkäfig angeordnet. Auch rund um die Glaszelle haben wir einen Spulenkäfig aufgebaut. Bei diesem wurden allerdings die Ströme so eingestellt, dass ein Restmagnetfeld in Richtung der Achse der Ioffe-Spule von ca. 1 G übrig bleibt. Damit ist immer ein Führungsfeld mit bekannter Richtung für die Atome vorhanden, auch wenn alle aktiv ansteuerbaren Spulen ausgeschaltet sind.

Schwieriger zu kompensieren sind zeitlich fluktuierende Felder. Diese stammen größtenteils von den vielen im Labor vorhandenen Netztransformatoren und haben dominierende Frequenzanteile bei 50 Hz und harmonischen Vielfachen davon. Eine Messung mit einer Hall-Sonde in der Nähe der Glaszelle ergab Werte von ca. 10 mG (Spitze-Spitze). Diese Felder haben insbesondere auf die QUIC-Magnetfalle einen Einfluss. Sie führen zu Schwankungen der Fallenposition. Auch die RF-Evaporation ist davon betroffen. Neben dem Minimieren der fluktuierenden Streumagnetfelder durch Entfernen aller Netzgeräte aus der unmittelbaren Umgebung hat es sich als ausgesprochen erfolgreich herausgestellt, die gesamte Experimentsteuerung mit der Netzfrequenz zu synchronisieren (siehe Abschnitt 1.6.1). Dadurch ist bei jeder Wiederholung eines Experimentzyklus der Einfluss der mit 50 Hz periodischen Schwankungen des Magnetfelds reproduzierbar gleich.

Als besonders ungünstig hat sich herausgestellt, dass beim maximal zulässigen permanenten Strom von 40 A der QUIC-Falle die radiale Fallenfrequenz zufälligerweise recht genau bei 150 Hz liegt. Die Atome führen deshalb resonant überhöhte, getriebene Schwingungen in der Magnetfalle aus aufgrund der externen, periodisch schwankenden Magnetfelder. Die maximale Auslenkung aus der Ruhelage beträgt bei dieser Bewegung typischerweise nur ca. 1  $\mu\text{m}$ , dies entspricht bei einer Fallenfrequenz von 150 Hz einer maximalen Geschwindigkeit von 0.9 mm/s. Diese Bewegung stellte jedoch bei unseren Messungen zu den optischen Feshbach-Resonanzen (THALHAMMER *et al.*, 2005; THEIS *et al.*, 2004) anfänglich eine Limitierung der Messgenauigkeit da. Aus diesem Grund wird gegen Ende der Evaporation,

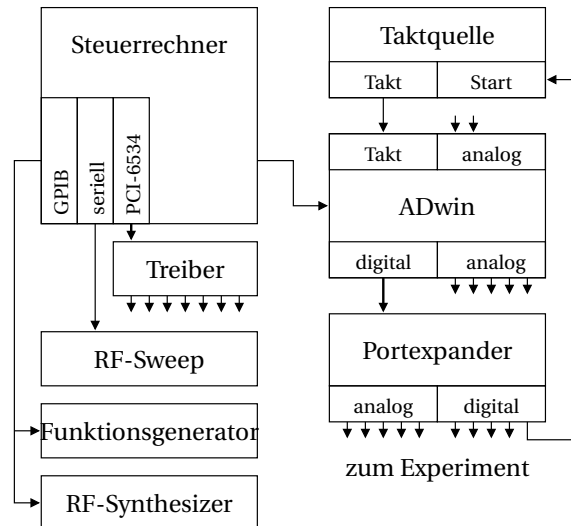


Abbildung 1.25: Überblick über die verwendete Hardware des Steuersystems.

ungefähr bei Erreichen der kritischen Temperatur, der Strom auf 30 A reduziert. Die Fallenfrequenz in radialer Richtung sinkt dadurch auf 130 Hz. Erst dann wird die Evaporation bis zur Erzeugung eines reinen Kondensats weitergeführt. Dadurch wird die Amplitude der getriebenen Bewegung der Atome deutlich auf ca.  $0.1 \mu\text{m}$ , entsprechend einer maximalen Geschwindigkeit von  $100 \mu\text{m/s}$  reduziert.

## 1.6 Steuersystem

Aufgabe des elektronischen Steuersystems ist es, den korrekten zeitlichen Ablauf des Experimentes zu gewährleisten. Dies erfolgt im Wesentlichen über die Ausgabe von analogen und digitalen Spannungswerten. Weiters müssen die Parameter von externen Geräten (RF-Quellen, Funktionsgeneratoren etc.) gesteuert werden. Mit dem Steuersystem zum Teil eng verbunden ist die Aufnahme und Verarbeitung von Messdaten, z.B. für die Regelung von Magnetfeldern.

### 1.6.1 Die Hardware

Abbildung 1.25 zeigt im Überblick die für das Steuersystem verwendeten Geräte.

**Steuerrechner** Er bereitet die Daten vor, die über die diversen Schnittstellen an externe Geräte weitergegeben werden. Eine detailliertere Beschreibung der Programme zur Ablaufsteuerung wird in Abschnitt 1.6.2 gegeben.

**Taktquelle** Es hat sich als ausgesprochen erfolgreich herausgestellt, den gesamten Ablauf des Experimentes mit der Netzfrequenz der Stromversorgung zu synchronisieren. Viele, oft

dominierende Störungen wie z.B. externe Magnetfelder, Brummsignale auf Verbindungsleitungen, Schwankungen im Strom der Netzteile oder Flackern der Raumbelichtung erfolgen im Takt der Netzfrequenz. Durch die Synchronisation werden diese Störungen zwar nicht vermieden, aber die Reproduzierbarkeit bei Wiederholung des Experimentzyklus ist deutlich verbessert. Da die Netzfrequenz relative Abweichungen von typisch  $10^{-3}$  von ihrem Sollwert von 50 Hz zeigt, ist es nicht ausreichend, nur den Start eines Experimentzyklus mit dem Nulldurchgang der Netzspannung zu synchronisieren. Nach ca. 10 s würden sich dann schon zeitliche Verschiebungen in Größenordnung der Netzperiode ergeben. Deshalb ist es nötig, sich ständig neu mit der Netzspannung zu synchronisieren. Dies erfolgt durch einen »phase locked loop« (PLL), der die Netzfrequenz von 50 Hz auf 20 kHz hochmultipliziert. Der Schaltplan für die netzsynchrone Taktquelle ist im Anhang A.4 auf Seite 133 zu finden. Dieses Taktsignal steuert dann in weiterer Folge den zeitlichen Ablauf des Experimentes. Die Ausgabe des Taktes beginnt mit dem übernächstem Nulldurchgang der Netzspannung nach Anliegen des Start-Signals.

**ADwin** Herzstück der Steuerung ist ein System »ADwin-Gold« von Jäger Computergesteuerte Messtechnik GmbH. Dieses enthält, ähnlich wie ein üblicher Computer, einen Prozessor (32-Bit Signalprozessor ADSP 21062 von Analog Devices) mit 40 MHz Taktfrequenz sowie 4 MByte Speicher, 32 digitale Ein- und Ausgänge (mit wählbarer Richtung), zwei 16-Bit A/D-Wandler für analoge Eingangssignale und acht 16-Bit analoge Ausgänge. Eine Besonderheit ist das echtzeitfähige, ereignisgesteuerte Betriebssystem. Damit ist es möglich, innerhalb von 0.5  $\mu$ s nach Anliegen eines externen oder intern erzeugten Signals mit der Ausführung einer Prozedur zu beginnen. Das ADwin-System wird vor Beginn eines Experimentzyklus vom Computer mit den auszugebenden Daten versorgt und steuert während des Experimentzyklus eigenständig, nur versorgt mit dem netzsynchronen Taktsignal, die Ausgänge an. Nach Erhalt einer Taktsignalfanke werden mit geringer, auf 100 ns genau reproduzierbarer Verzögerung die Signale ausgegeben und anschließend die Daten für den nächsten Durchlauf vorbereitet. Die minimale Taktperiode ist momentan limitiert durch die dafür benötigte Rechenzeit auf 50  $\mu$ s.

Mit Hilfe der Analogeingänge wurde auch die digitale Regelung für die Stromstabilisierung (Abschnitt 1.5.1 auf Seite 23) realisiert. Die enge Verknüpfung der Stromregelung mit dem Steuersystem bringt aufgrund der leichten Verfügbarkeit von Zusatzinformation einige Vorteile gegenüber einer externen, möglicherweise durch Analogelektronik realisierten Lösung. So werden z.B. die Regelparameter abhängig von den Anforderungen unterschiedlich eingestellt oder Sicherheitsabfragen deaktivieren die Regelung, falls nicht die richtige Spule selektiert ist.

Die hohe Rechenleistung des Prozessors ermöglicht eine kompakte und Speicherplatz sparende interne Repräsentation der Daten, dies ist insbesondere für die Analogausgänge wichtig. Bei einer rein tabellenorientierten Darstellung (Ausgabewert für jeden Zeitpunkt) wären sonst bei einer Laufzeit eines Experimentzyklus von bis zu 30 s knapp 10 MB an Daten für acht Analogkanäle nötig. Diese Datenmenge würde den vorhandenen Speicherplatz übersteigen und wäre auch mit inakzeptabel langen Übertragungszeiten verbunden.

An dieser Stelle möchte ich auch technische Probleme unseres ADwin-Systems anspre-

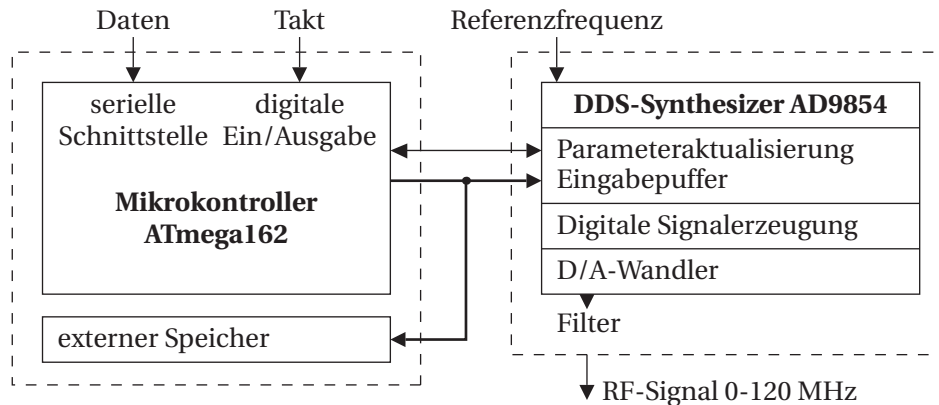
chen. Falls schnell hintereinander Daten auf den Digitalausgängen ausgegeben werden, so kommt es in seltenen Fällen zu einer fehlerhaften Ausgabe. Jedoch schon ein einziger fehlerhafter Puls kann zum Misslingen eines Experimentdurchlaufs führen. Dieses Problem war sehr schwierig zu lokalisieren und konnte durch das Einfügen von zusätzlichen Wartebefehlen gelöst werden. Auch bei einem der Analogkanäle kommt es regelmäßig zu fehlerhaften Ausgaben und er kann deshalb nicht benützt werden.

**Portexpander** Die Anzahl der eingebauten Digital- und Analogausgänge des verwendeten ADwin-Systems stellte sich im Laufe der Zeit als nicht ausreichend dar. Deshalb habe ich einen sogenannten »Portexpander« entwickelt, um die Anzahl der Ausgänge zu erhöhen. Dieser stellt im Wesentlichen einen doppelt gepufferten Zwischenspeicher für digitale Signale dar. Bestückt man den Ausgang anstatt mit Leitungstreibern mit einem D/A-Wandler, erhält man zusätzliche Analogkanäle. Schaltpläne sind im Anhang A.1 auf Seite 127 abgebildet.

**Schnelle Pulskarte** Für manche Experimente ist die minimale Zeitauflösung von 50  $\mu\text{s}$  des ADwin-Systems zu grob. Für solche Fälle wurde eine digitale Ein-/Ausgabekarte PCI-6534 von National Instruments erworben. Diese ist mit einem Speicher von 64 MB ausgestattet und kann darin abgelegte Daten eigenständig mit einer Taktfrequenz bis zu 20 MHz ausgeben. Wir verwenden momentan eine Taktfrequenz von 10 MHz. Dies bietet eine sehr feine Zeitauflösung von 100 ns, allerdings beträgt die maximale Laufzeit einer Sequenz dann nur 3.2 s. Der Startzeitpunkt für den Ablauf einer Sequenz dieser Pulskarte wird vom ADwin-System vorgegeben. Die Karte verwendet ihre eigene quarzgesteuerte Taktquelle, die Pulse können deshalb gegenüber dem ADwin-System, das netzsynchron arbeitet, mit zunehmender Laufzeit zeitlich etwas versetzt werden, was aber aufgrund der typischerweise kurzen Dauer einer Pulssequenz meist ohne Bedeutung ist.

**RF-Sweepgenerator** Zur RF-Evaporation wurde anfangs ein Funktionsgenerator DS345 von Stanford Research Systems verwendet. Dieser lässt sich mit einer Tabelle von bis zu 1000 Frequenzeinträgen programmieren, die er dann in gleichmäßigen Zeitschritten abarbeitet. Das Vorrücken in der Tabelle lässt sich nicht durch ein externes Signal steuern, dadurch kommt es während der über 10 s dauernden RF-Evaporation zu einer merklichen zeitlichen Verschiebung gegenüber dem netzsynchronen Ablauf des Experimentes. Dies wirkt sich auf die Teilchenzahl im Kondensat aus, da dadurch die RF-Frequenz je nach Abweichung der Netzfrequenz vom Nennwert unterschiedlich lange am Endwert gehalten wird.

Diese Problem haben wir durch die Entwicklung eines eigenen RF-Sweepgenerators gelöst, bei dem das Vorrücken in der Frequenztabelle durch ein externes Signal gesteuert werden kann. Dieser benutzt den Baustein AD9854 von Analog Devices für eine direkte digitale Erzeugung des RF-Signals, der von einem 8-bit Mikrokontroller ATmega162 von Atmel (10 MHz Taktfrequenz) angesteuert wird. Den schematischen Aufbau zeigt Abbildung 1.26 auf der nächsten Seite, ein vollständiger Schaltplan findet sich im Anhang A.5 auf Seite 134. Der Mikrokontroller ist so programmiert, dass die zur Erzeugung von linearen Frequenzrampen nötigen Daten aus einer im Speicher abgelegten Tabelle selbst errechnet werden.

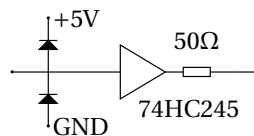


**Abbildung 1.26:**

Schematischer Aufbau RF-Sweepgenerator. Die Frequenzsynthese im Bauteil AD9854 erfolgt vollständig digital. Ein mit 300 MHz getakteter integrierter D/A-Wandler generiert das analoge RF-Signal, das nach Filterung einen Frequenzbereich von 0 – 120 MHz abdeckt. Die Parameterwerte für Frequenz und Amplitude werden dem Synthesizer von einem Mikrokontroller ATmega162 übergeben und landen beim Schreiben zuerst in einem Eingabepuffer. Erst mittels eines eigenen Signals zur Parameteraktualisierung werden diese Einstellungen für die Signalerzeugung übernommen. Der Zeitpunkt der Aktualisierung wird durch ein externes Taktsignal mit 50  $\mu$ s Periode gesteuert, das vom Steuersystem vorgegeben wird. Aufgabe des Mikrokontrollers ist es, nach der erfolgten Parameterübernahme neue Daten für den nächsten Frequenzschritt in den Eingabepuffer zu schreiben. Die dazu benötigten Informationen wurden dem Mikrokontroller vor Beginn eines Ablaufs vom Steuercomputer per serieller Schnittstelle übergeben und sind im externen Speicher (32 kB) abgelegt. Alternativ kann der Synthesizer auch so programmiert werden, dass er selbst das Signal zur Parameteraktualisierung mit einstellbarem Zeitabstand generiert. Damit lassen sich sehr präzise Abfolgen von Signalen mit variabler Frequenz, Amplitude und Phase erzeugen.

Damit müssen nur wenige Daten via einer seriellen Schnittstelle vom Computer an den Mikrokontroller übertragen werden und selbst 32 kB Speicher genügen bei weitem.

Mit einer leicht veränderten Programmierung können mit diesem Sweepgenerator auch hochpräzise RF-Rampen realisiert werden. Dabei wird der zeitliche Ablauf nicht durch ein externes Taktsignal gesteuert, sondern vom Synthesizer AD9854 selbst kontrolliert. Wegen der vollständig digitalen Signalerzeugung besitzen wir damit die Möglichkeit, beinahe beliebige, sehr glatte Frequenzverläufe mit perfekter Kontrolle über Frequenz, Phase und Amplitude zu realisieren. In dieser Konfiguration waren zwei solche Sweepgeneratoren eine der Schlüsseltechnologien für den von uns durchgeführten Transport eines BECs über etliche Zentimeter (SCHMID *et al.*, 2006) mit einer hohen Positioniergenauigkeit von  $< 1 \mu\text{m}$ .



**Abbildung 1.27:**

Aktive Terminierung und Leitungstreiber für die Übertragung digitaler Signale, hier am Beispiel für die Umsetzung der Signale der schnellen Pulskarte. Am Ende des 10 m langen Flachbandkabels vermindern Schottky-Dioden (BAT54SW) mit geringer Durchlassspannung von ca. 0.3 V Über- und Unterschwinger, die durch Reflexionen an den Kabelenden entstehen. Ein Leitungstreiber frischt die Signale wieder auf, bevor diese meist mittels Koaxialkabel weiter an die Endgeräte verteilt werden. Der 50  $\Omega$ -Widerstand in Serie am Ausgang des Leitungstreibers dient zur Impedanzanpassung.

**Leitungstreiber** Für die Übertragung der Signale zwischen Steuersystem und Experiment- bzw. Lasertisch müssen Leitungen von bis zu 10 m Länge benutzt werden. Insbesondere bei der Übertragung der digitalen Steuersignale muss sorgfältig vorgegangen werden, ansonsten kann es zu Störimpulsen durch kapazitives Übersprechen zwischen einzelnen Leitern in einem mehradrigen Kabel oder durch Signalreflexionen an den Kabelenden kommen. Als eine günstige Lösung verwenden wir Flachbandkabel, wobei jede zweite Leitung mit Masse verbunden ist. Eine einfache Impedanzanpassung der Quelle durch Einfügen von 50  $\Omega$ -Widerständen in Serie am Anfang der Leitungen verbessert die Signalqualität weiters. Das Kabel für die schnelle Pulskarte haben wir aufgrund der besonders steilen Signalfanken mit einer aktiven Terminierung ausgestattet (siehe Abbildung 1.27). Zusätzlich haben wir Leitungstreiber am Kabelende zur Signalauffrischung eingesetzt.

### 1.6.2 Die Software

Ein ganz wesentlicher Teil des Steuersystems stellen die auf der Hardware laufenden Programme, die Software dar. Grob unterteilen lässt sie sich in Programme, die auf dem Steuercomputer, dem ADwin-System oder auf externen Geräten, insbesondere dem RF-Sweepgenerator laufen.

Abbildung 1.28 auf der nächsten Seite zeigt die Strukturierung der Software, wie sie auf dem Steuerrechner läuft. Unterschiedliche Programmiersprachen kommen zum Einsatz. Die graphische Benutzeroberfläche ist mit Labview erstellt worden. Der größte Teil der Verarbeitung der Eingabedaten erfolgt mit Matlab, das dafür leistungsfähige Funktionen zur Verfügung stellt. Für die Datenübertragung zu den diversen externen Geräten wie z.B. dem ADwin-System verwenden wir Python, das für diese speziellen Aufgaben um in C geschriebene Erweiterungen ergänzt wurde. Programme, die auf dem ADwin-System laufen, müssen in einem einfachen BASIC-Dialekt erstellt werden. Der Mikrokontroller des RF-Sweepgenerators wurde aus Effizienzgründen direkt in Assembler programmiert.

Bei der Programmierung wurde darauf Wert gelegt, die einzelnen Teile möglichst unabhängig voneinander zu gestalten, so dass sie für Testzwecke einzeln und unabhängig vonein-

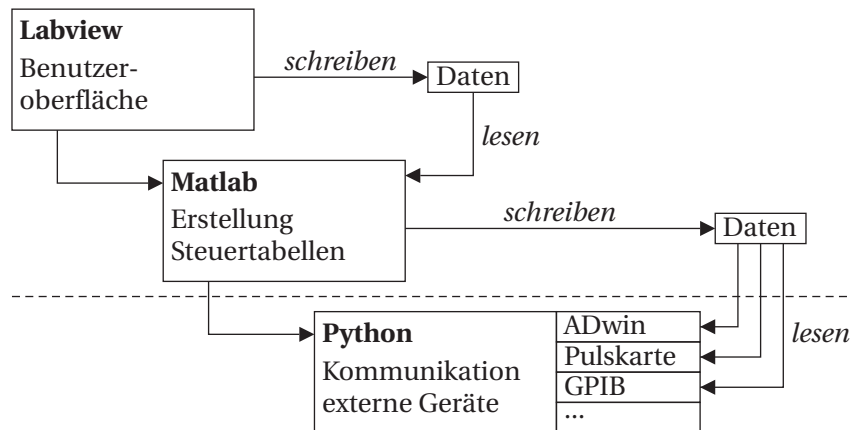


Abbildung 1.28: Strukturierung der Software auf dem Steuerrechner.

ander ablaufen können. Die Datenübergabe (siehe Abbildung 1.28) — die bei Verwendung unterschiedlicher Programmiersprachen ohnehin oft problematisch ist — erfolgt deshalb vielfach über Dateien.

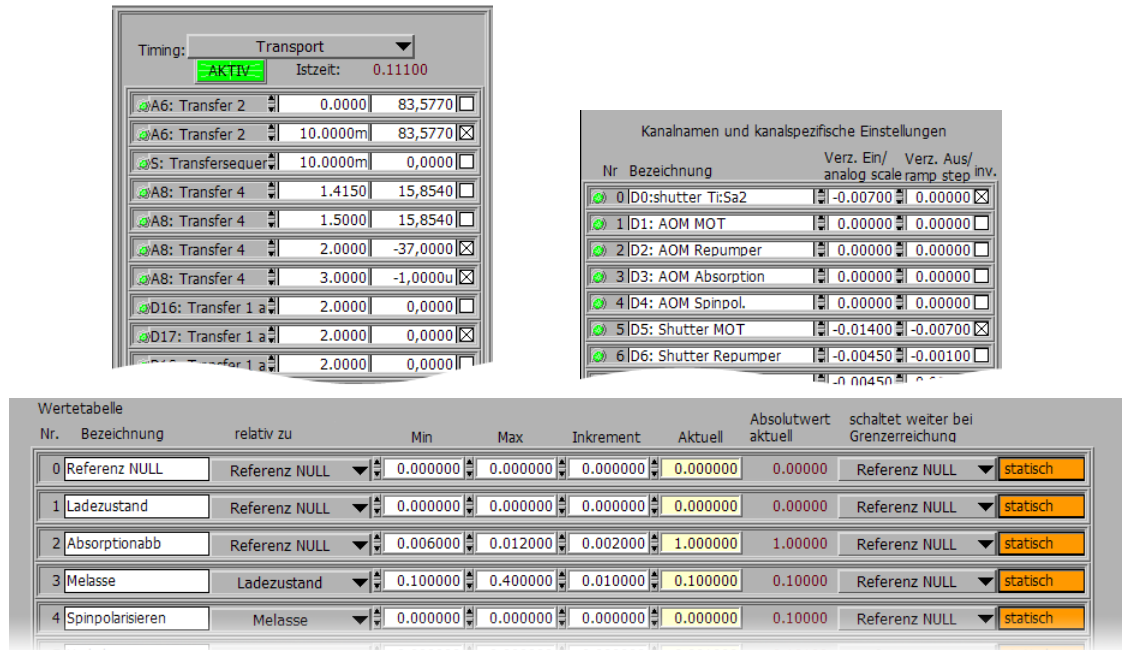
### Benutzer-Oberfläche

Die Benutzer-Oberfläche ist in Labview realisiert und wurde in den wesentlichen Eigenschaften von WEBER (2003) übernommen. In einer in Gruppen unterteilten Schalttabellen (siehe Abbildung 1.29 auf der nächsten Seite) lassen sich in einfacher Weise Zeitpunkt und Wert für digitale Schaltereignisse bzw. analoge Ausgabewerte eintragen. Jeder Eintrag eines Zeitpunkts in einer Gruppe bezieht sich auf deren Anfangszeitpunkt, so wird der Ablauf in einzelne Schritte wie in Abschnitt 1.7 auf Seite 44 gegliedert. Anstatt fixe Zahlenwerte in eine Tabellen einzutragen, können stattdessen auch Verweise auf Variable verwendet werden. Dies dient dazu, Werte in systematischer Weise variieren zu lassen. In der Benutzeroberfläche wird nur nach digitalen und analogen Kanälen unterschieden, eine weitere Differenzierung ist nicht vorgesehen. Schlussendlich werden damit je nach Kanal sehr unterschiedliche Ausgangssignale angesprochen, z.B. ein Digitalausgang des ADwin-Systems bzw. der schnellen Pulskarte, oder die Spannung an einem Analogausgang des Portexpanders bzw. die Frequenz eines RF-Synthesizers. Für jeden Kanal lassen sich auch noch global wirkende Einstellungen wie eine Ein- oder Ausschaltverzögerung oder Skalierungsfaktoren bei Analogkanälen eintragen.

### Verarbeitung der Benutzereingaben

Die graphische Programmierung in Labview führt bei komplexeren Abläufen schnell zu einer unübersichtlichen und schwer wartbaren Programmstruktur, deshalb wurde die Weiterverarbeitung der Eingabedaten durch LabVIEW auf ein Minimum reduziert. Die eigentliche Bearbeitung erfolgt in Matlab. Schaltereignisse müssen nach Zeiten und Kanälen sortiert werden und daraus Tabellen der Form Zeit/Ausgangszustand erzeugt werden. Eine

## Kapitel 1 Experimenteller Aufbau



**Abbildung 1.29:**

Ausschnitte aus der Benutzeroberfläche. Links oben ein Beispiel für eine Gruppe von Schaltereignissen mit Einträgen für den Kanal, Zeitpunkt und Pulslänge bzw. Ausgabewert. Rechts oben ein Ausschnitt aus der Tabelle für die globalen Einstellmöglichkeiten für die Ausgabekanäle wie Ein-/Ausschaltverzögerung bzw. Skalierungsfaktoren. Unten die Einträge für die systematische Variation von Zeitpunkten und Werten.

wichtige Aufgabe ist dabei das Verbinden der Benutzereingaben mit den Daten für den magnetischen Transport, die größtenteils von getrennten Matlab-Programmen im Vorhinein berechnet wurden. Resultat der Verarbeitung der Eingabedaten durch das Matlab-Programm sind die Steuertabellen in dem für das jeweilige Ausgabegerät benötigten Format.

Die Ansteuerung der Spulen für den magnetischen Transport erfordert recht komplexe Spannungsverläufe (siehe Abbildung 1.18 auf Seite 26). Anstatt diese durch eine einfache Zeit/Wert Tabelle darzustellen, verwenden wir stattdessen die Koeffizienten von kubischen Splines, das sind stückweise definierte kubische Polynome. Als Spezialfall lässt sich z.B. eine lineare Rampe sehr effizient durch Anfangs- und Endzeitpunkt, Anfangswert und Steigung darstellen. Diese Repräsentation der Daten reduziert z.B. den Speicherbedarf für den magnetischen Transport von über 100000 Einträgen für eine einfache Zeit-Wert Tabelle auf unter 2000. Die relativen Abweichungen von der idealen Sollkurve, bedingt durch diese Datenreduktion, bleiben dabei jederzeit kleiner als  $10^{-5}$  und sind damit geringer als die Auflösung der D/A-Wandler.



## Übertragung der Daten an die Ausgabegeräte

Ein Python-Skript ist für die Übertragung der Daten an die unterschiedlichen Ausgabegeräte zuständig, dazu gehören das ADwin-System, die schnelle Pulskarte, der RF-Sweepgenerator und diverse per GPIB angeschlossene Signalgeneratoren (vgl. Abbildung 1.25 auf Seite 36). Für die Kommunikation mit den Ausgabegeräten werden von den Herstellern meist nur Treiber und Programmbibliotheken für die Verwendung mit der Programmiersprache C zu Verfügung gestellt. Um diese auch mit Python nutzen zu können, war es deshalb notwendig, Erweiterungen in C zu programmieren. Durch die Verwendung des Programms SWIG («Simplified Wrapper and Interface Generator», [www.swig.org](http://www.swig.org)) wurde dieser Prozess erheblich vereinfacht.

Das Python-Skript zur Kommunikation mit den Ausgabegeräten läuft ständig im Hintergrund. Dies vermeidet Verzögerungen durch das Starten und Beenden des Python-Skripts. Kontrolliert wird es vom Matlab-Programm via XML-RPC ([www.xmlrpc.com](http://www.xmlrpc.com)), das ist ein Kommunikations-Standard zum Austausch von Anweisungen und Daten über Computer- und Plattformgrenzen hinweg. Die eigentlichen Steuerdaten liest es aus vom Matlab-Programm erstellten Dateien. Durch diese Technik kann die Benutzer-Oberfläche auf einem anderen Computer ausgeführt werden als an dem, woran die Ausgabegeräte angeschlossen sind. Momentan wird diese Fähigkeit unseres Steuersystems allerdings noch nicht ausgenutzt.

Nach dem Empfang einer Anweisung zum Start eines neuen Experimentzyklus überträgt das Python-Skript das Programm und die Steuerdaten zum ADwin-System. Gleichzeitig werden Routinen zur Initialisierung der Ausgabegeräte zur parallelen Ausführung angestoßen. Dies spart viel Zeit ein, da der Computer bei weitem leistungsfähig genug ist, um z.B. die verhältnismäßig langsame Kommunikation über GPIB zu mehreren Geräten gleichzeitig mit anderen Aufgaben durchzuführen. Nach der erfolgten Initialisierung aller Geräte wird der Steuerprozess auf dem ADwin-System gestartet und anschließend gewartet, bis dieser zu Ende gelaufen ist. Nach dem Auslesen von Kontrolldaten von der ADwin wird die erfolgreiche Durchführung an das aufrufende Matlab-Programm zurückgemeldet.

## Steuerroutine auf ADwin

Die wesentlichen Grundzüge der Steuerroutine auf dem ADwin-System wurden schon in Abschnitt 1.6.1 auf Seite 36 beschrieben. Alle  $50 \mu\text{s}$  wird, ausgelöst durch das netzsynchrone Taktsignal, die Routine abgearbeitet, die für die Ausgabe der Steuersignale zuständig ist. Unmittelbar nach deren Aufruf schaltet diese die Ausgänge (interne Analogkanäle, digitaler und analoger Portexpander) frei. Anschließend erfolgt die Berechnung der Daten und deren Übertragung in den Ausgabe-Zwischenspeicher für den nächsten Durchgang. Die Berechnung der Werte für die Analogkanäle erfolgt effizient aus den aktuell gültigen Polynomkoeffizienten  $c_0, \dots, c_3$  mittels Horner-Schema durch den Ausdruck  $y(t) = ((c_3 t + c_2)t + c_1)t + c_0$ . Parallel zu diesen Berechnungen, die ca.  $20 \mu\text{s}$  benötigen, erfolgt die Analog/Digital-Wandlung der Eingangssignale für die digitalen Stromregelungen. Zwischen Start der Wandlung und Erhalt eines Ergebnisses vergehen ca.  $8 \mu\text{s}$ . Deshalb werden insgesamt drei Messungen vorgenommen und dann gemittelt. Dies reduziert das Rauschen. Anschließend wer-

den die Ausgabewerte der digitalen PID-Regler berechnet und für eine schnellere Reaktion sofort ausgegeben.

Der Start der Steuerroutine enthält noch ein paar Feinheiten. Schon am Ende eines jeden Experimentzyklus werden alle Einstellungen zum Laden der MOT (siehe Abschnitt 1.7) vorgenommen. Damit wird die Zeit, die für Bearbeitung der Daten auf dem Steuercomputer und für die Initialisierung der Geräte benötigt wird, sinnvoll genutzt. Ein zweiter am Beginn des Experimentzyklus gestarteter Prozess auf dem ADwin-System wartet, bis das Fluoreszenzsignal der MOT einen einstellbaren Grenzwert überschritten hat oder bis eine vorgegebene Zeitspanne abgelaufen ist und gibt erst dann das Startsignal für die Erzeugung des Taktsignals frei. Kurz danach, mit dem übernächsten Nulldurchgang der Netzspannung (siehe Abschnitt 1.6.1 auf Seite 36) liegt das Taktsignal an und die Steuerroutine läuft erstmals durch. Der erste Vorgang im Experimentzyklus ist dann nicht das Laden der MOT, sondern das Umladen in die Magnetfalle. Dieses erfolgt dadurch immer bei gleichem Fluoreszenzwert der MOT. Die Zeit während des Ladens der MOT wird optional auch für andere Routine-messungen genutzt, z.B. für die Ermittlung des Intensitätsverhältnisses der Raman-Strahlen für die Photoassoziation.

### 1.6.3 Kamera-System

Das Kamerasystem ist zwar mit dem Steuersystem nicht direkt verbunden, weist aber in technischen Aspekten große Ähnlichkeiten mit diesem auf. Für die Aufnahme und Auswertung der Absorptionen stehen zwei weitere Computer zur Verfügung, die mit Framegrabbern ausgestattet sind. Ähnlich wie für die Steuerung ist die Benutzeroberfläche in LabVIEW realisiert, die Auswertung der Bilder erfolgt unmittelbar nach der Aufnahme durch Matlab. Durch Anfitzen einer bimodalen Verteilung (KETTERLE *et al.*, 1999) werden aus den Absorptionen u.a. die Teilchenzahl im Kondensat und in der thermischen Wolke ermittelt und diese Daten, zusammen mit anderen Parametern wie Gesamtteilchenzahl, Position und Größe sowie den Variablenwerten aus dem Steuersystem in einer Datei abgespeichert. Für die meisten Auswertungen ist es dann nicht mehr nötig, auf die ebenfalls gespeicherten Bilder zurückzugreifen.

## 1.7 Erzeugung eines Bose-Einstein Kondensats

Im Folgenden werden die nötigen Schritte zur Erzeugung eines BEC im  $|f = 1, m_f = -1\rangle$ -Zustand zusammengefasst.

**Laden der MOT** In typischerweise 10 s werden bis zu ca.  $3 \times 10^9$  Atome aus dem Hintergrundgas gefangen. Das MOT-Licht (insgesamt 300 mW für 6 Strahlen) ist gegenüber dem Übergang  $f = 2 \rightarrow f' = 3$  ca. 20 MHz rotverstimmt, zusätzlich wird ca. 10 mW vom Rückpumper-Licht ( $f = 1 \rightarrow f' = 2$ ) eingestrahlt. Optional wird mit den folgenden Schritten bis zum Überschreiten eines Schwellwertes der MOT-Floureszenz gewartet.

**Komprimierte MOT und optische Melasse** In 10 ms wird die Verstimmung des MOT-Lichts

linear auf 60 MHz erhöht, während der letzten 3 ms wird das Magnetfeld ausgeschaltet. Die Temperatur sinkt dadurch von ca. 300  $\mu\text{K}$  auf typisch 50  $\mu\text{K}$  bei etwas erhöhter Dichte.

**Spinpräparation** Ziel ist es, möglichst viele Atome in den Zustand  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  zu transferieren. In den letzten 1.5 ms der Melassephase wurde schon das Rückpump-Licht ausgeschaltet, optisches Pumpen entvölkert den  $f = 2$  Zustand. Die »Push-Spule« erzeugt dazu ein magnetisches Orientierungsfeld von einigen Gauss in Richtung der Transportstrecke. Während 250  $\mu\text{s}$  pumpt  $\sigma^-$ -polarisiertes Licht auf dem  $f = 1 \rightarrow f' = 1$  Übergang (eingestrahlt entlang der Transportrichtung) die Atome in den gewünschten  $m_f = -1$  Zustand. Zum Entvölkern des beim spontanen Zerfall aus dem angeregten Zustand ebenfalls besetzten  $f = 2$  Zustand dient vorwiegend  $\sigma^-$ -polarisiertes Licht bei  $f = 2 \rightarrow f' = 2$  als auch das weit verstimmte MOT-Licht.

**Einladen in die Magnetfalle** Hierzu wird 1 ms nach der Spinpräparation die Magnetfalle in 500  $\mu\text{s}$  schnell auf den für den Transport gewählten Gradienten in vertikaler Richtung von 13 G/mm hochgefahren. Dadurch heizt sich die Wolke auf Temperaturen von ca. 200  $\mu\text{K}$  auf.

Aus Gründen der Anpassung der Fallengeometrie an die Größe der Wolke wäre es zwar besser, anfangs mit niedrigeren Werten zu starten und erst allmählich (wenige 100 ms) die Falle auf den Endwert zu erhöhen. Während der dafür nötigen Zeit gänge allerdings ein beträchtlicher Teil der Atome durch Stöße mit dem Hintergrundgas verloren. Insgesamt ist es deshalb besser, auf dieses adiabatische Einladen zu verzichten und sofort mit dem nächsten Schritt zu beginnen.

**Transport in die Glaszelle** Durch ein geeignetes Verfahren und Schalten der Ströme in den Transportspulen werden die Atome in 1.4 s in die Glaszelle transportiert (siehe auch Abschnitt 1.5.2 auf Seite 26).

Um Atome im  $f = 2$  Zustand restlos zu entfernen, strahlen wir während der ersten 300 ms des Transports Licht nahe bei dem Übergang  $f = 2 \rightarrow f' = 3$  ein. Dazu verwenden wir einen Lichtstrahl, der entlang der Transportrichtung (siehe Abbildung 1.1 auf Seite 6) geführt wird und ansonsten zur Absorptionsabbildung der Atome in der MOT dient.

Beim Passieren des Absperrventils zwischen MOT- und Glaszellensektion wird die Wolke aufgrund von Störungen im Magnetfeld etwas aus der geradlinigen Bahn ausgelenkt. Dies limitiert die maximale Geschwindigkeit und damit die gesamte Transportdauer.

**Umladen in QUIC-Falle** Nach dem Transport sind die Atome in der Quadrupolfalle. Diese ist jedoch nicht zum Kondensieren geeignet. Deshalb wird die Fallenkonfiguration umgewandelt in eine QUIC-Falle (siehe auch Abschnitt 1.5.3 auf Seite 31). Dazu erhöhen wir zuerst in 500 ms den Strom durch die Quadrupolspulen bis auf einen Gradienten von 30 G/mm, anschließend wird der Strom durch die Ioffe-Spule in 1 s hochgefahren. Die Ansteuerung der Netzteile und die Verschaltung der Spulen ist im Detail in Abschnitt 1.5 erklärt.

**RF-Evaporation** Die Erzeugung des Kondensates erfolgt durch evaporative Kühlung. Dazu wird ein RF-Feld langsam in 13 s in der Frequenz von 30 MHz auf 1.48 MHz erniedrigt. Am Ende erhalten wir ein reines Kondensat mit typischerweise  $5 \times 10^5$  Atomen.

**Experimente mit dem BEC** Als nächstes folgen nun die eigentlichen Experimente mit dem BEC. Die dazu nötigen weiteren experimentelle Schritte sind in den entsprechenden Abschnitten beschrieben.

**Freie Expansion und Stern-Gerlach Separation** Vor der Abbildung wird die Atomwolke in den meisten Fällen aus der Magnetfalle oder dem optischen Gitter entlassen und für 12–15 ms frei expandieren gelassen. Während der Expansionszeit kann optional ein magnetisches Gradientenfeld angelegt werden. Dadurch trennen sich unterschiedliche Spinkomponenten räumlich auf und so kann deren Besetzung bestimmt werden. Dies ist z.B. wichtig für die Optimierung der Spinpräparation und von Mikrowellenübergängen (Abschnitt 3.2 auf Seite 73).

**Absorptionsabbildung** Allen Experimenten gemeinsam ist eine abschließende Detektion der Atome durch eine Absorptionsabbildung (KETTERLE *et al.*, 1999). Zum Abbilden verwenden wir Licht in der Nähe des Übergangs  $f = 2 \rightarrow f' = 3$  mit einer Verstimmung von 0–20 MHz, je nach Teilchenzahl. Um Atome im Zustand  $f = 1$  zu detektieren, wird 100  $\mu\text{s}$  vorher und auch noch während der 100  $\mu\text{s}$  dauernden Absorptionsabbildung zusätzlich Rückpump-Licht auf dem Übergang  $f = 1 \rightarrow f' = 2$  eingestrahlt.

## Kapitel 2

# Ultrakalte Atome im optischen Gitter

Wir benutzen für die in den zwei folgenden Kapiteln vorgestellten Experimente ein optisches Gitter als wichtiges experimentelles Werkzeug. In diesem Kapitel möchte ich die theoretischen und experimentelle Grundlagen für die Arbeit mit ultrakalten Atomen im optischen Gitter vorstellen.

Dieses Kapitel ist in zwei Abschnitte geteilt. Im ersten Abschnitt beschäftige ich mich mit dem Verhalten der Atome in einem periodischen Potential unter Vernachlässigung der Wechselwirkung. Grundlegende theoretische Begriffe wie die Bandstruktur und experimentelle Techniken wie die Messung der Gittertiefe werden dort erläutert. Im zweiten Abschnitt beschäftige ich mich mit der Mehrteilchen-Physik von Atomen im optischen Gitter. In tiefen optischen Gittern sind die Bewegungsmöglichkeiten der Atome eingeschränkt und die Wechselwirkung der Atome untereinander bestimmt wesentlich deren Verhalten. Dies führt zu starken Korrelationen zwischen den Teilchen. In diesem Abschnitt berichte ich auch über die erfolgreiche Realisierung eines Mott-Isolator-Zustands mit unserem Aufbau.

### 2.1 Einzelteilchen-Physik im optischen Gitter

Die experimentelle Realisierung eines dreidimensionalen optischen Gitters durch drei retroreflektierte Laserstrahlen ist ausführlich in Abschnitt 1.3 auf Seite 19 beschrieben. Insgesamt ergibt sich eine periodische, drei-dimensionale Anordnung von optischen Mikrofallen mit einfach kubischer Struktur (siehe Abbildung 1.13 auf Seite 19). Das Gitterpotential

$$V(\mathbf{r}) = V_x \cos^2(k_G x) + V_y \cos^2(k_G y) + V_z \cos^2(k_G z) + V_{\text{ext}}(\mathbf{r}), \quad (2.1)$$

wobei  $k_G$  die Wellenzahl des Gitterlichts bezeichnet, ist in guter Näherung das eines unendlich ausgedehnten Gitters plus mit zusätzlichen externen Fallenpotential  $V_{\text{ext}}$ , das durch eine harmonische Falle approximiert wird.

#### 2.1.1 Bandstruktur

Unter Vernachlässigung der Wechselwirkung der Atome untereinander und des externen Fallenpotentials erfolgt eine vereinfachte Modellierung des BECs im optischen Gitter als unabhängige Atome in einem unendlich ausgedehnten periodischen Potential, ähnlich wie dies aus der Festkörperphysik bekannt ist. Untersucht wird also ein System mit Hamilton-Operator

$$H = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + V(\mathbf{r}) \quad (2.2)$$

## Kapitel 2 Ultrakalte Atome im optischen Gitter

mit

$$V(\mathbf{r}) = V_x \cos^2(k_G x) + V_y \cos^2(k_G y) + V_z \cos^2(k_G z) \quad (2.3)$$

und dem Impulsoperator  $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ . Wegen der einfachen Struktur des Gitterpotentials genügt es, die Lösungen für den eindimensionalen Fall

$$V(\mathbf{r}) = V_0 \cos^2(k_G x) \quad (2.4)$$

zu untersuchen (vgl. SLATER, 1952). Die Eigenzustände  $|n, q\rangle$  mit Energie  $E_{n,q}$  der stationären Schrödingergleichung  $H|n, q\rangle = E_{n,q}|n, q\rangle$  heißen Bloch-Wellen oder Bloch-Zustände. Aufgrund des Bloch-Theorems lassen sich die Bloch-Zustände

$$|n, q\rangle = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{n,q}(l) |\phi_{q+2l\hbar k_G}\rangle \quad (2.5)$$

nach ebenen Wellen  $|\phi_p\rangle$  mit Impuls  $p$  entwickeln, wobei  $\phi_p(x) = e^{ixp/\hbar}$ . Die Entwicklungskoeffizienten  $(c_{n,q}(l))_{l=-\infty\dots\infty}$  und das Energiespektrum erhält man aus der linearen Eigenwertgleichung

$$\sum_{l'} H_{l,l'} c_{n,q}(l') = E_{n,q} c_{n,q}(l) \quad (2.6)$$

mit

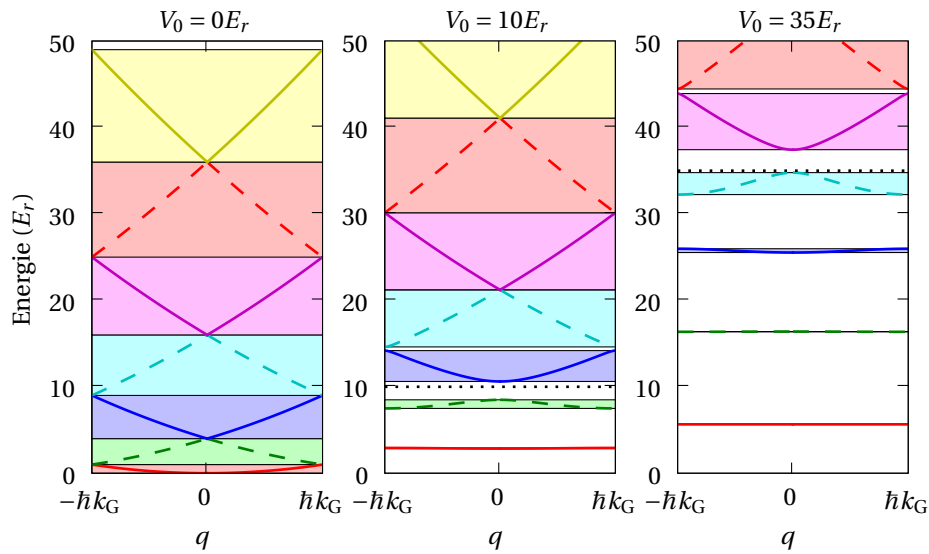
$$H_{l,l'} = \begin{cases} \left(2l + \frac{q}{\hbar k_G}\right)^2 E_r + V_0/2 & \text{falls } l = l' \\ V_0/4 & \text{falls } l = l' \pm 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.7)$$

und  $E_r = \frac{\hbar^2 k_G^2}{2m}$ . Zum Lösen von (2.6) kann man sich auf einen endlichen Bereich für  $l$  einschränken. Die Auswahl  $l = -10, \dots, 10$  liefert für unsere Fälle schon hinreichend genaue Ergebnisse.

Abbildung 2.1 zeigt das Energiediagramm für unterschiedliche Gittertiefen. Für tiefe Gitter sind die untersten Bänder nahezu flach und weisen nur eine sehr geringe Breite auf. Das Energiediagramm ähnelt dem eines harmonischen Oszillators mit Niveaus im Abstand der Fallenfrequenz  $\hbar\omega_{\text{ho}}$  mit  $\omega_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{2V_0 k_G^2}{m}}$ . Höher gelegene Bänder, insbesondere oberhalb der Fallentiefe  $V_0$  unterscheiden sich dagegen nur unwesentlich von der Dispersionsrelation eines freien Teilchens. Diese Eigenschaften werden nochmals in Abbildung 2.2 veranschaulicht.

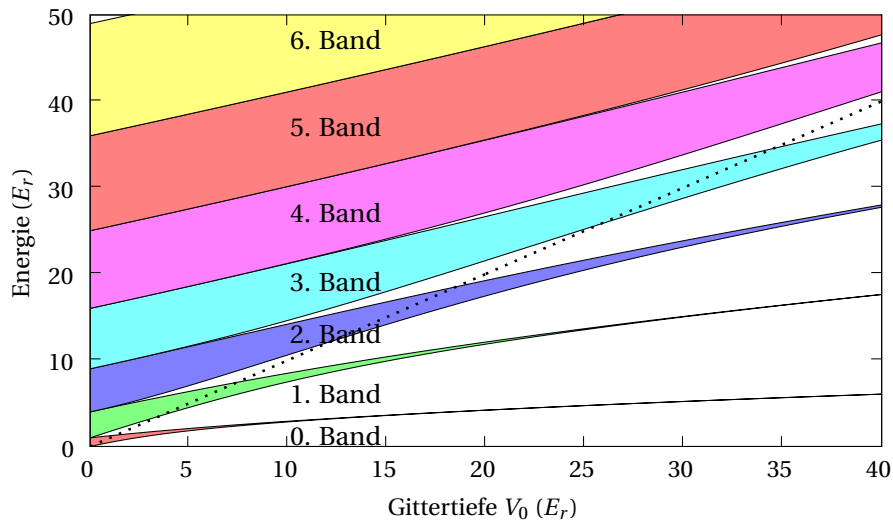
### Bandstruktur für 3D-Gitter

Ein Blochzustand in einem 3D-Gitter (2.3) wird durch die drei Komponenten  $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$  des Quasi-Impulses und drei (ganzzahlige) Bandindizes  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  beschrieben. Der zugehörige Energieeigenwert  $E_{\mathbf{n},\mathbf{q}}$  lässt sich in einfacher Weise aus dem 1D-Fall berechnen, es gilt  $E_{\mathbf{n},\mathbf{q}} = E_{n_x, q_x} + E_{n_y, q_y} + E_{n_z, q_z}$  (SLATER, 1952). Während im 1D-Fall die einzelnen Bänder immer durch eine Bandlücke getrennt sind (siehe Abbildung 2.2), überlappen sich die Energiebänder für ein 3D-Gitter, und Bandlücken öffnen sich erst oberhalb einer gewissen Gittertiefe. Abbildung 2.3 zeigt das deutlich komplexere Bänderdiagramm.



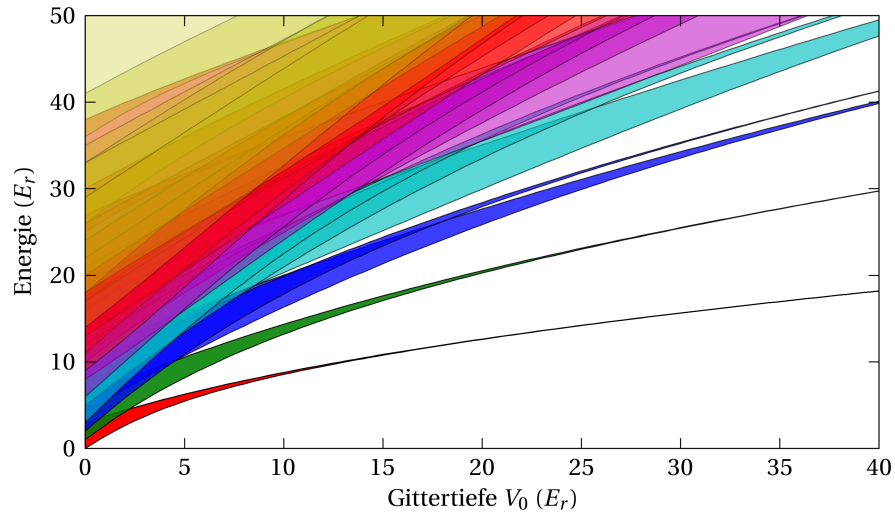
**Abbildung 2.1:**

Energiendiagramme für ein 1D-Gitter (2.4) für drei unterschiedliche Werte der Gittertiefe  $V_0$  (durch die punktierte Linie angegeben). Gezeigt ist die Energie der Bloch-Zustände in Abhängigkeit vom Quasi-Impuls  $q$  in der ersten Brillouin-Zone. Die farbige unterlegten Bereiche zeigen die erlaubten Energiebereiche.



**Abbildung 2.2:**

Bandstruktur für ein 1D-Gitter. Gezeigt werden die erlaubten Energiebereiche in Abhängigkeit von der Gittertiefe. Die punktierte Linie gibt die Gittertiefe an.



**Abbildung 2.3:**

Gezeigt ist die Bandstruktur für ein isotropes 3D-Gitter mit  $V(\mathbf{r}) = V_0 (\cos^2(k_G x) + \cos^2(k_G y) + \cos^2(k_G z))$  in Abhängigkeit von der Gittertiefe  $V_0$ .

### 2.1.2 Messung der Gittertiefe

Die Gittertiefe ist ein sehr wichtiger Parameter zur Charakterisierung eines optischen Gitters. Aus Gesamtleistung und Strahldurchmesser der Gitterstrahlen lässt sich die Gittertiefe zwar berechnen, ob diese dann mit der tatsächlichen übereinstimmt, hängt empfindlich von der Justage, insbesondere vom Überlapp der Strahlen miteinander und mit den Atomen ab. Es ist daher meist nötig, die Gittertiefe experimentell zu bestimmen.

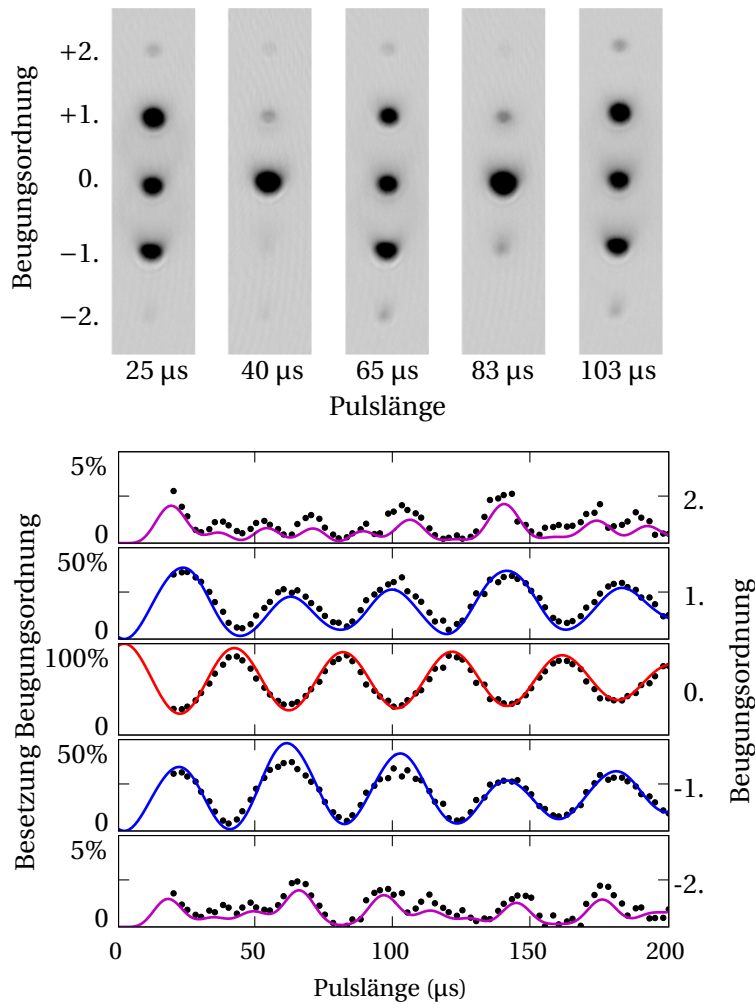
#### Messung der Gittertiefe durch Beugung am Gitter

Wir verwenden die von HECKER DENSCHLAG *et al.* (2002) beschriebene Methode zur Messung der Gittertiefe (siehe auch OVCHINNIKOV *et al.*, 1999). Schlüsseltechnik ist das nicht-adiabatische Einladen ins Gitter mit anschließender Beobachtung der dadurch ausgelösten Dynamik in der Besetzung der Blochzustände. Dazu wird das Gitter für eine kurze Zeit (typisch 100  $\mu\text{s}$ ) eingeschaltet und nach Expansion die Verteilung der Atome auf die unterschiedlichen Beugungsordnungen bestimmt, siehe Abbildung 2.4 auf der nächsten Seite.

Das BEC als Anfangszustand wird beschrieben durch eine ebene Welle  $|\psi(0)\rangle = |\phi_q\rangle$  mit Impuls  $q$ . Beim Einschalten des Gitters wird der Anfangszustand auf die neuen Eigenzustände (Bloch-Zustände)  $|n, q\rangle$  projiziert. Für die Entwicklung des Anfangszustandes nach Blochzuständen

$$|\phi_q\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n, q\rangle \langle n, q | \phi_q\rangle \quad (2.8)$$




**Abbildung 2.4:**

Bestimmung der Gittertiefe durch plötzliches Ein- und Ausschalten des Gitters. Bei Variation der Pulslänge beobachtet man charakteristische Oszillationen der Besetzung der unterschiedlichen Beugungsordnungen. Die gezeigten Daten stimmen am besten überein mit numerischen Rechnungen für eine Gittertiefe von  $V_0 = 9.4 \pm 0.13 E_r$  und einem anfänglichen Quasi-Impuls von  $q = 0.1 \pm 0.02 \hbar k_G$ . Bei den Oszillationen der Besetzungen, insbesondere der 0. Ordnung, ist eine Abnahme des Kontrasts zu beobachten. Dies ist ein Hinweis auf das Vorliegen eines inhomogenen Systems. Die Wechselwirkung zwischen den Atomen ändert aufgrund der unterschiedlichen Dichte in den einzelnen Töpfchen das effektiv wirksame Gitterpotential lokal im Ausmaß von bis zu ca. 10% (CHOI UND NIU, 1999). Diesen Effekt habe ich bei den numerischen Berechnungen durch eine einfache Mittelung der Ergebnisse von (2.12) über mehrere Gittertiefen im angegebenen Ausmaß berücksichtigt. In diesem Sinne ist die angegebene Gittertiefe nur als Wert für die mittlere effektive Gittertiefe zu verstehen.

erhält man unter Verwendung von (2.5)

$$|\phi_q\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}^*(0) |n, q\rangle. \quad (2.9)$$

Die Zeitentwicklung des Anfangszustands ist dann gegeben durch

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}^*(0) \exp(-iE_{n,q}t/\hbar) |n, q\rangle. \quad (2.10)$$

Nach Ausschalten des Gitters werden die Blochzustände gemäß (2.5) auf ebene Wellen abgebildet. Damit erhält man für den Endzustand eine Summe von ebenen Wellen, die sich im Impuls um je  $2\hbar k$  unterscheiden, d.h.

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}^*(0) c_{n,q}(l) \exp(-iE_{n,q}t/\hbar) |\phi_{q+2l\hbar k}\rangle. \quad (2.11)$$

Während der freien Expansion trennen sich diese einzelnen Beiträge räumlich auf und werden als Beugungsordnungen sichtbar, siehe Abbildung 2.4 auf der vorherigen Seite. Die Besetzung  $p(l)$  der  $l$ -ten Beugungsordnung,

$$p(l) = \left| \sum_{n=0}^{\infty} c_{n,q}^*(0) c_{n,q}(l) \exp(-iE_{n,q}t/\hbar) \right|^2, \quad (2.12)$$

zeigt charakteristische Oszillationen mit der Pulslänge  $t$ , aus denen sich durch Vergleich mit numerischen Berechnungen die Gittertiefe als auch der anfängliche Impuls des BEC extrahieren lässt.

Für ein BEC, das im typischen Fall anfangs ruht ( $q = 0$ ), sind die Entwicklungskoeffizienten  $c_{n,q}(0)$  von (2.9) nur für gerades  $n$  von Null verschieden. Weiters nehmen sie mit wachsendem  $n$  schnell ab, sodass die Besetzung der ersten Beugungsordnung im Wesentlichen mit einer Frequenz oszilliert, die durch den Abstand zwischen dem 0. und 2. Band gegeben ist. Bei sinkenden Gittertiefen nimmt für diesen Fall auch die Amplitude der Oszillation ab. So beträgt z.B. für eine Gittertiefe von  $V_0 = 2E_r$  die Amplitude nur mehr ca. 10 % und ist damit mit dieser Methode nur mehr schwierig zu messen.

Ein Verbesserung erzielt man für kleine Gittertiefen (ca.  $V_0 < 5E_r$ ) dadurch, dass man ein BEC mit Impuls  $q = \hbar k$  in das Gitter lädt. Das erreicht am einfachsten, indem man das ruhende Kondensat in ein Gitter lädt, das sich mit  $v_R$  bewegt, entsprechend einer Frequenzdifferenz der gegenläufigen Strahlen von  $4E_r/h$ . Dann enthalten die Entwicklungskoeffizienten  $c_{n,q}(0)$  nur für  $n = 0$  und  $n = 1$  wesentliche, ungefähr gleich große Beträge und stark durchmodulierte Oszillationen werden sichtbar. Diese Situation ist als Bragg-Beugung bekannt (STENGER *et al.*, 1999). Bei Variation der Pulslänge beobachtet man dann Oszillationen der Besetzung zwischen den Zuständen mit Impuls  $0\hbar k$  und  $2\hbar k$  in der Form  $p_{2\hbar k} = \sin^2\left(\frac{V_0}{4\hbar} t\right)$ , d.h. die Besetzung oszilliert mit einer Frequenz  $\frac{V_0}{2\hbar}$ .

Als weiteren Grenzfall findet man, dass für kurze Zeiten  $t \frac{V_0}{2\hbar} \ll 1$  die Besetzung der  $n$ -ten Beugungsordnung näherungsweise durch den Wert der  $n$ -ten Besselfunktion  $p_n = J_n^2\left(\frac{V_0}{2\hbar} t\right)$  gegeben ist (COOK UND BERNHARDT, 1978). Nur für hinreichend tiefe Gitter (ca.  $V_0 > 20E_r$ ) beobachtet man innerhalb der Zeitspanne, in der diese Näherung zutreffend ist, eine signifikante Besetzung der höheren Beugungsordnungen. Dann lässt sich schon mit kurzen Pulsen ( $< 10 \mu\text{s}$ ) die Gittertiefe bestimmen.

### Messung der Gittertiefe durch Modulation der Gittertiefe

Eine alternative Möglichkeit zur Bestimmung der Gittertiefe ist die Beobachtung des Anregungsspektrums (vgl. auch Abschnitt 2.2.2 auf Seite 62). Hierbei wird die Gittertiefe moduliert und anschließend die Anzahl der im untersten Band verbliebenen Atome gemessen. Modulation der Gittertiefe mit einer Frequenz  $f$  bewirkt Übergänge zu höheren Bändern im Abstand von  $f$  als auch  $2f$  (JÁUREGUI *et al.*, 2001). Möglich sind auch Übergänge zu Bändern im Abstand  $3f$ ,  $4f$  etc., aber diese Übergänge sind viel schwächer und für typische Einstellungen beobachten wir sie nicht. Aus Gründen der Paritätserhaltung sind bei einer Intensitätsmodulation der Gitterstrahlen nur Übergänge vom 0. Band in geradzahlig höhere Bänder möglich. Diese Resonanzen zeigen sich als Teilchenverluste, verursacht durch (u.U. schrittweise) Anregung in Bänder oberhalb der Falltiefe.

Abbildung 2.5 auf der nächsten Seite zeigt Messdaten zusammen mit den berechneten erlaubten Übergangsfrequenzen. Bei dieser Messung haben wir nur einen der Gitterstrahlen moduliert. Die Gittertiefe entlang dessen Ausbreitungsrichtung bestimmt die beobachteten Übergangsfrequenzen. Damit lässt sich selektiv die Gittertiefe in jeweils einer der drei Raumrichtungen messen. Ein weiterer wesentlicher Vorteil dieser Methode ist, dass die Messung in genau jener Konfiguration erfolgt, wie wir sie für die Experimente verwenden.

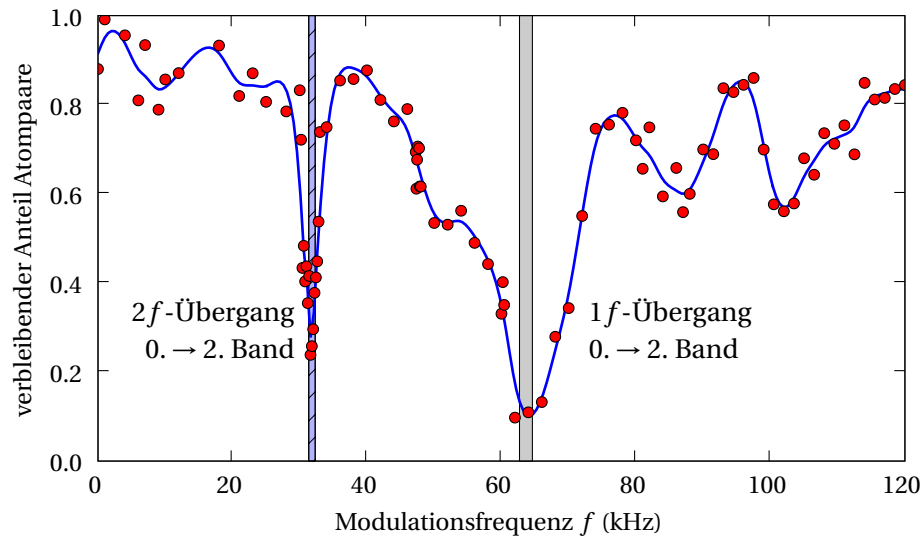
Ein besonders sensitives Signal erhalten wir, wenn wir mit den in Kapitel 3 beschriebenen Techniken nur doppelt besetzte Gitterplätze präparieren und die Anzahl von verbleibenden Atompaares als Messwert benutzen (siehe auch Abschnitt 4.3.2 auf Seite 95). Mit dieser Messmethode führt schon das Auftrennen eines Paares durch Tunneln eines der Atome in einen benachbarten Gitterplatz zu einem deutlichen Signal.

Aufgrund der Wechselwirkung der Atome erwarten wir eine Verschiebung der Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Teilchenzahl pro Gitterplatz. Dies ist bedingt durch die Tatsache, dass die Wechselwirkungsenergie für Atome in höheren Bändern abnimmt. Zwischen einzeln und doppelt besetzten Gitterplätzen erwarten wir für eine Gittertiefe von  $33E_r$  ein Verschiebung von ca. 1 kHz für den  $1f$ -Übergang vom 0. ins 2. Band (siehe hierzu auch Abschnitt 2.2.1 auf Seite 57). Diese Differenz entspricht einer Unsicherheit in der Bestimmung der Gittertiefe von ca. 2%. Da sich für typische Verhältnisse der Großteil der Atome in einfach oder doppelt besetzten Gitterplätzen befindet, ist somit bei dieser Methode der Einfluss der Wechselwirkung deutlich geringer als bei der Bestimmung der Gittertiefe durch Beugung am Gitter (vgl. Abbildung 2.4 auf Seite 51).

#### 2.1.3 Messung der Band- und Quasi-Impuls-Besetzung

Eine weitere wichtige experimentelle Technik ist die Messung der Bandbesetzung sowie der Verteilung der Atome auf die Quasi-Impulse. Hierzu wird das Gitter adiabatisch abgesenkt. In einem Gitter mit konstanter Gitterperiode bleibt der Quasi-Impuls  $q$  erhalten, solange keine externe Kraft auf die Atome einwirkt. Dies gilt auch dann, wenn die Gittertiefe verändert wird (KASTBERG *et al.*, 1995). Damit der Bandindex erhalten bleibt, muss die Änderung der Gittertiefe hinreichend langsam erfolgen. Als Kriterium hierfür gilt die Bedingung (HECKER DENSCHLAG *et al.*, 2002)

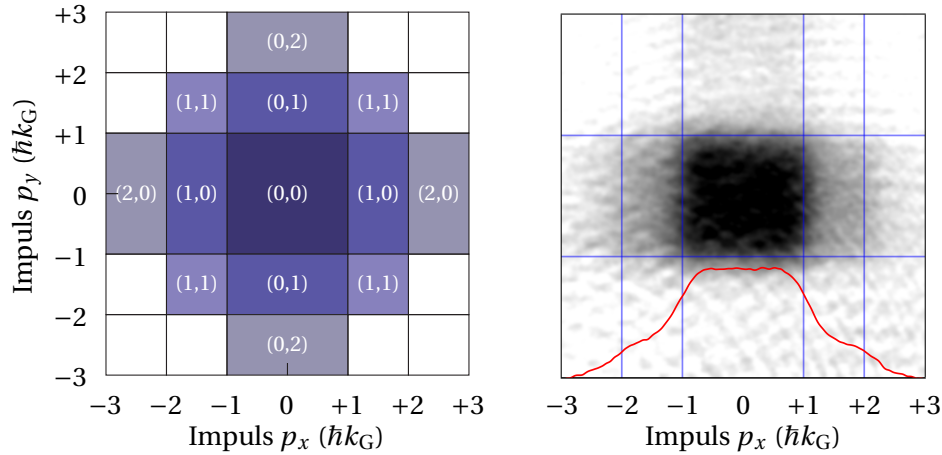
$$\left| \left\langle i, q \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| j, q \right\rangle \right| \ll (E_{i,q} - E_{j,q})^2 / \hbar, \quad (2.13)$$


**Abbildung 2.5:**

Gittertiefenmessung durch Intensitätsmodulation eines Gitterstrahls (Modulation der Gittertiefe um  $\pm 4E_r$  für 20 ms bei einer Gittertiefe von  $32E_r$ ). Auffallend sind die Resonanzen bei 64 kHz und 32 kHz, die durch Übergänge vom 0. ins 2. Band mit einem Energieabstand entsprechend der einfachen bzw. doppelten Modulationsfrequenz verursacht werden. Die breiten Resonanzen bei höheren Frequenzen lassen sich Übergängen in höhere Bänder zuordnen. Der  $2f$ -Übergang bei 32 kHz ist am schmalsten und erlaubt eine recht genaue Ermittlung der Gittertiefe. Die schattierten Bereiche zeigen die Energiebänder an. Die durchgezogene Linie dient zur Führung für das Auge.

damit kein Übergang vom Band  $i$  ins Band  $j$  beim Quasi-Impuls  $q$  erfolgt. Dabei ist der Hamilton-Operator  $H$  in Gleichung (2.2) definiert und  $E_{i,q}$  bezeichnet die Energie des Zustands  $|i, q\rangle$  (vgl. Abbildung 2.1 auf Seite 49). Daraus folgt die vereinfachte Bedingung  $\frac{dV_0}{dt} \ll 16E_r^2/\hbar$ , um Anregungen vom 0. Band in höhere Bänder bei  $q = 0$  zu vermeiden. Dies bedeutet, dass in unserem Fall eine Rampe von  $V_0 = 10E_r$  auf  $0E_r$  deutlich länger als  $30 \mu\text{s}$  dauern muss, damit keine Anregung in höhere Bänder erfolgt.

Das adiabatische Absenken des Gitters bildet die Besetzung der Blochzustände auf die Impulsverteilung von freien Teilchen ab. Besetzungen von höheren Bändern mit Band-Index  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  werden dabei auf Impulse  $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$  mit  $n_x \hbar k_G < |p_x| < (n_x + 1) \hbar k_G$  etc. abgebildet. Abbildung 2.6 auf der nächsten Seite zeigt die Zuordnung der Bänder für eine 2D-Situation. Nach Expansion der Atomwolke ist die Impulsverteilung dann direkt beobachtbar als eine räumliche Verteilung der Atome. Weitere Beispiele für solche von uns vorgenommenen Messungen finden sich in Abschnitt 4.3.4 auf Seite 97.

**Abbildung 2.6:**

Links: Zuordnung der Blochbänder auf die Impulse der freien Teilchen nach adiabatischem Absenken des Gitters. Die Ziffern geben die Bandindizes  $\mathbf{n} = (n_x, n_y)$  an. Rechts: Beispiel für die Beobachtung eines Zustands mit Besetzungen in den Bändern  $\mathbf{n} = (0, 0)$  und  $(1, 0)$ .

## 2.2 Mehrteilchen-Physik im optischen Gitter

Die effektive Stärke der Wechselwirkung zwischen den Atomen an einem Gitterplatz wird mit zunehmender Gittertiefe erhöht. Dies führt zu einer starken Korrelation der Teilchenzahl an den Gitterplätzen. So liegt z.B. im Mott-Isolator-Zustand an einem Gitterplatz eine genau definierte Anzahl von Atomen vor. Solche stark korrelierten Systeme finden ein Interesse in der Quanteninformationsverarbeitung oder als allgemeines Werkzeug zum Studium von Phänomenen, die eine Verbindung zur Festkörperphysik haben (JAKSCH UND ZOLLER, 2005; LEWENSTEIN *et al.*, 2006). Besondere Aufmerksamkeit hat die erstmalige Realisierung eines Mott-Isolator-Zustands mit ultrakalten Atomen in einem optischen Gitter durch GREINER *et al.* (2002) erregt. Im Rahmen unserer Experimente mit stark wechselwirkenden Atomen haben wir zunächst mit unserem Aufbau ebenfalls einen Mott-Isolator-Zustand erzeugt und untersucht. Bevor ich in diesem Abschnitt darauf näher eingehe, möchte ich zuvor die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung von Atomen in einem optischen Gitter mit starker Wechselwirkung in Rahmen des Bose-Hubbard-Modells beschreiben (JAKSCH *et al.*, 1998).

### 2.2.1 Kurze Einführung in die Theorie des Bose-Hubbard-Modells

In diesem Abschnitt möchte ich die theoretischen Grundlagen zusammenfassen, die zur Beschreibung von Atomen in tiefen optischen Gittern nötig sind. Bevor ich das Bose-Hubbard-Modell vorstelle, gehe ich auf die Wannier-Funktionen ein, die dabei eine wichtige Rolle spielen.

In dem Grenzfall eines tiefen optischen Gitters erscheint das Potential wie viele einzelne kleine Potentialtöpfe, die durch hohe Wände voneinander getrennt sind. Es stellt sich

daher die naheliegende Frage nach der Wellenfunktion eines einzelnen Atoms, das in einem einzelnen Töpfchen lokalisiert ist. Die in Abschnitt 2.1.1 auf Seite 47 diskutierten Bloch-Wellen beschreiben im Gegensatz dazu Zustände mit genau definiertem Quasi-Impuls, in denen ein Atom über das gesamte Gitter delokalisiert ist. Unter den vielen Möglichkeiten, solche lokalisierten Zustände zu konstruieren, spielen die Wannier-Funktionen (KITTEL, 1963; KOHN, 1959, 1973) eine besondere Rolle. Sie sind für ein 1D-Gitter im Ortsraum definiert durch

$$w_n(x) = C \int_{-\hbar k_G}^{+\hbar k_G} \phi_{n,q}(x) dq, \quad (2.14)$$

wobei  $\phi_{n,q}(x) = \langle x | n, q \rangle$  die Wellenfunktion zu einem Bloch-Zustand bezeichnet. Die Konstante  $C$  dient zur Normierung. Oft benötigt man nur die dem untersten Band zugeordnete Wannier-Funktion  $w_0(x)$ . Im Folgenden wird deshalb meist der Bandindex weggelassen. Die Wannier-Funktionen für ein 3D-Gitter der Form (2.3) erhält man in einfacher Weise durch

$$w(\mathbf{r}) = w(x)w(y)w(z) \quad (2.15)$$

aus den Wannier-Funktionen für den 1D-Fall.

Da die Bloch-Wellen  $|n, q\rangle$  nur bis auf eine globale Phase festgelegt sind, sind die durch (2.14) definierten Wannier-Funktionen nicht eindeutig. Man verlangt deshalb als wesentliche zusätzliche Bedingung, dass die Bloch-Wellenfunktionen  $\phi_{n,q}(x)$  als Funktion von  $q$  betrachtet ( $n$  und  $x$  fixiert) analytisch sind. Diese Bedingung wird am einfachsten dadurch erfüllt, indem für fixes  $x$  die Bloch-Wellen  $\phi_{n,q}(x)$  reell und positiv gewählt werden. Dann sind auch die Wannier-Funktionen reell.

Abbildung 2.7 auf der nächsten Seite zeigt den Betrag der Wannier-Funktion für das niedrigste Band eines Gitters mit  $V_0 = 10E_r$  Gittertiefe. Die Wannier-Funktion ähnelt der gaußförmigen Grundzustands-Wellenfunktion

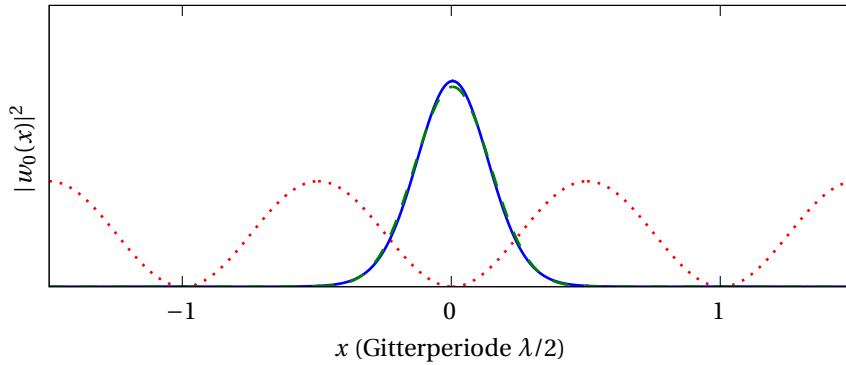
$$\psi_{\text{ho}}(x) = C \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{a_{\text{ho}}}\right)^2\right) = C \exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{V_0/E_r}(k_G x)^2\right) \quad (2.16)$$

eines harmonischen Oszillators (SLATER, 1952). Dabei beschreibt  $a_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\text{ho}}}}$  die Ausdehnung der Wellenfunktion und  $\omega_{\text{ho}} = \sqrt{2V_0 k_G^2/m}$  die Fallenfrequenz in einem einzelnen Gittertöpfchen. Die Konstante  $C$  dient zur Normierung und  $k_G$  ist die Wellenzahl des Gitterlichts. Für größere Entfernungen ist diese Näherung jedoch unzutreffend. Für tiefe Gitter fällt die Wannier-Funktion für das unterste Band für große Abstände asymptotisch wie

$$w(x) \sim \exp\left(-\frac{1}{2}\sqrt{V_0/E_r} k_G x\right) \quad (2.17)$$

ab (KOHN, 1959). Das ist ein deutlich langsamerer Abfall als in (2.16).

Die Wannier-Funktionen zeichnen sich dadurch aus, dass sie unter den exponentiell lokalisierten Funktionen die Gesamtenergie (2.2) minimieren (KOHN, 1973). Aufgrund dieser Eigenschaft ist es angebracht, die um die Position des Fallenminimums  $x_i = i\lambda_G/2$  zentrierte Wannier-Funktion  $w(x - x_i)$  zur Beschreibung eines in diesem Potentialminimum lokalisierten Atoms heranzuziehen.


**Abbildung 2.7:**

Betragsquadrat der Wannier-Funktion für das niedrigste Band  $|w_0(x)|^2$  für eine Gittertiefe von  $10E_r$ . Nähert man ein einzelnes Potentialminimum (Potential angedeutet durch punktierte Linie) durch eine harmonische Falle, so ist die zugehörige Gauß-förmige Wellenfunktion des Grundzustandes (gestrichelte Linie) kaum von der Wannier-Funktion zu unterscheiden. Für größere Entfernungen — hier nicht erkennbar — fällt die Wannier-Funktion jedoch deutlich langsamer ab.

Weiters lassen sich die Bloch-Wellen (und damit jeder Zustand) durch Wannier-Funktionen in der Form

$$\phi_{n,q}(x) = \sum_j w_n(x - x_j) \exp(iqx_j) \quad (2.18)$$

darstellen. Zudem sind Wannier-Funktionen zu verschiedenen Minima orthogonal, d. h.  $\int w(x - x_i)^* w(x - x_j) dx = 0$  für  $i \neq j$ . Deshalb eignen sich die Wannier-Funktionen auch als alternativer Satz von Basis-Funktionen anstelle der Bloch-Wellen. Die Wannier-Funktionen sind jedoch keine stationären Lösungen der Schrödingergleichung zu (2.2).

### Das Bose-Hubbard-Modell

Die Wannier-Funktionen ermöglichen eine einfache Beschreibung von ultrakalten Atomen im optischen Gitter mit Berücksichtigung der Atom-Atom Wechselwirkung. Dieses System wird durch den Bose-Hubbard-Hamiltonoperator (JAKSCH *et al.*, 1998)

$$H_{\text{BH}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} a_i^+ a_j + U/2 \sum_i n_i(n_i - 1) + \sum_i \epsilon_i n_i \quad (2.19)$$

beschrieben. Hier bezeichnet  $a_i^+$  ( $a_i$ ) den bosonischen Erzeuger- bzw. Vernichter-Operator für ein im Gitterplatz  $i$  lokalisiertes Atom, dessen Wellenfunktion durch die Wannier-Funktion  $w(x - x_i)$  gegeben ist. Der Operator  $n_i = a_i^+ a_i$  zählt die Anzahl der Atome an einem Gitterplatz. In diesem Modell wird angenommen, dass nur das unterste Band besetzt ist

und dass der Abstand zum nächsthöheren Band alle anderen Energieskalen, insbesondere die Wechselwirkung zwischen den Atomen übersteigt.

Der erste Term beschreibt die Bewegung der Atome im Gitter durch Tunneln von einem Gitterplatz zu einem der unmittelbar benachbarten, dementsprechend läuft die Summation nur über benachbarte Paare von Gitterplätzen. Die Wahrscheinlichkeit für Tunneln in weiter entfernte Gitterplätze ist viel kleiner und wird vernachlässigt. Den Parameter  $J$  bezeichnet man als Tunnel-Matrixelement oder manchmal nur kurz als Tunnelrate<sup>1</sup>. Dieser Parameter  $J$  lässt sich am einfachsten aus der Breite des (untersten) Blochbandes über die Beziehung

$$4J = \max_q E_{0,q} - \min_q E_{0,q} \quad (2.20)$$

berechnen (JAKSCH, 1999). Mit zunehmender Gittertiefe nimmt das Tunnel-Matrixelement  $J$  exponentiell ab (siehe Abb. 2.8) und lässt sich somit experimentell leicht über mehrere Größenordnungen variieren.

Der zweite Term in (2.19) beschreibt die Wechselwirkung zwischen den Atomen am gleichen Gitterplatz. Die Wechselwirkung zwischen Atomen an verschiedenen Gitterplätzen ist aufgrund der exponentiellen Lokalisierung (2.17) für tiefe Gitter um mehrere Größenordnungen kleiner und wird daher vernachlässigt. Der Parameter  $U$  ist gegeben durch (JAKSCH *et al.*, 1998)

$$U = \frac{4\pi\hbar^2 a_s}{m} \int d^3r |w(\mathbf{r})|^4. \quad (2.21)$$

Für den für uns relevanten Fall eines dreidimensionalen optischen Gitters mit einfach kubischer Struktur ist hier die Wannier-Funktion  $w(\mathbf{r}) = w(x)w(y)w(z)$  das Produkt aus den Wannier-Funktionen, wie man sie aus den Berechnungen für den 1D-Fall (2.14) erhält. Der Parameter  $U$  entspricht der Wechselwirkungsenergie von zwei am gleichen Platz lokalisierten Atomen und nimmt für ein dreidimensionales Gitter mit steigender Gittertiefe ungefähr linear zu (siehe Abbildung 2.8 auf der nächsten Seite).

Ein zusätzliches, externes Fallenpotential, wie es z.B. durch eine Magnetfalle oder den radialen Intensitätsverlauf der Gitterstrahlen gegeben ist, wird durch den letzten Term in (2.19) modelliert. Im Folgenden wird das externe Potential zunächst vernachlässigt bzw. durch ein Kastenpotential ersetzt, so dass für  $N$  Atome genau  $M$  Gitterplätze zur Verfügung stehen.

Abhängig von dem Verhältnis  $U/J$ , welches sich durch Ändern der Gittertiefe über weite Bereiche variieren lässt, findet man deutlich unterschiedliche Grundzustandslösungen für das System (2.19). In den folgenden beiden Abschnitten sollen die Ergebnisse des Bose-Hubbard-Modells für die Grenzfälle von vernachlässigbarer bzw. dominierender Wechselwirkung diskutiert werden.

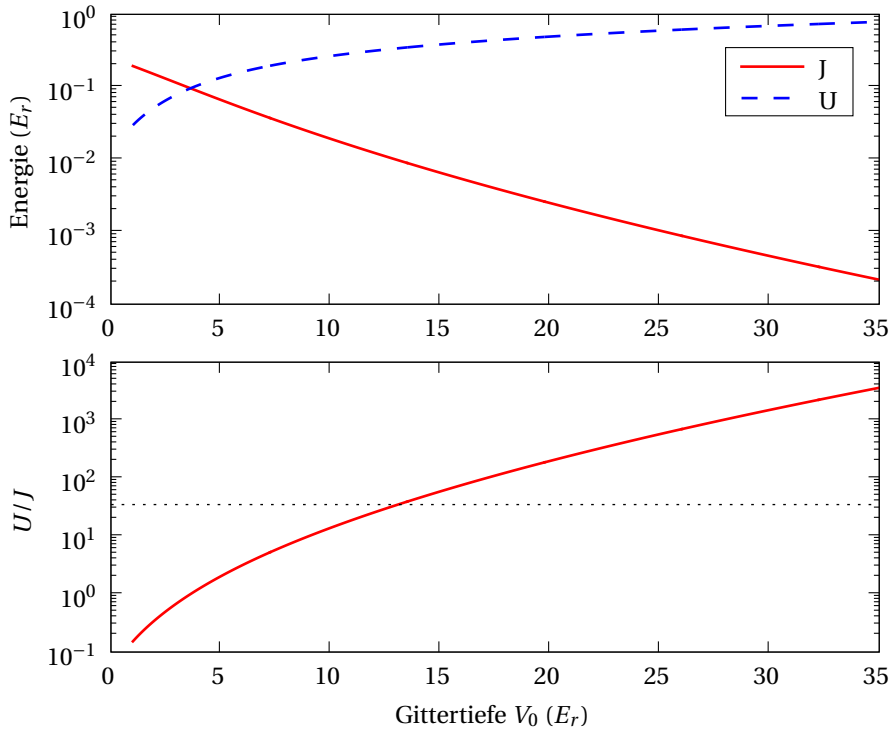
### Superfluider Zustand

Für niedrige Gitter ist  $U \ll J$ , d.h. die Wechselwirkung ist vernachlässigbar. In diesem Fall liefert das Bose-Hubbard-Modell im Wesentlichen die gleichen Ergebnisse wie durch das

---

<sup>1</sup> $J$  trägt die Einheit einer Energie.




**Abbildung 2.8:**

Tunnel-Matrixelement  $J$  und Wechselwirkungsenergie  $U$  (oben) bzw. Verhältnis  $U/J$  (unten) für ein isotropes dreidimensionales Gitter mit  $V(\mathbf{r}) = V_0 (\cos^2(k_G x) + \cos^2(k_G y) + \cos^2(k_G z))$  in Abhängigkeit von der Gittertiefe  $V_0$ . Die punktierte Linie gibt den Grenzwert für den Übergang zwischen superfluidem zu Mott-Isolator-Zustand bei  $U/J \approx 35$  an.

Modell (2.2), das wir in Abschnitt 2.1 zur Beschreibung eines schwach wechselwirkenden BECs im optischen Gitter benutzt haben, mit der Einschränkung, dass im Bose-Hubbard-Modell (2.19) nur das unterste Blochband berücksichtigt wird. Im Grundzustand besetzen alle Atome den gleichen Zustand geringster Energie, das ist der Bloch-Zustand  $|n=0, q=0\rangle$ . Ein einzelnes Teilchen ist dann mit gleicher Wahrscheinlichkeit an jedem Gitterplatz vorzufinden. Für die Teilchenzahlstatistik an einem einzelnen Gitterplatz erhält man dementsprechend eine Poisson-Statistik mit Erwartungswert  $\bar{n} = N/M$ . Dieser Zustand kann für große  $N$  und  $M$  geschrieben werden als (DALEY, 2005)

$$|\Psi_{\text{SF}}\rangle = \prod_{i=1}^M \left[ \exp\left(\sqrt{\bar{n}} a_i^+\right) |0\rangle_i \right]. \quad (2.22)$$

Für einen einzelnen Gitterplatz findet man einen kohärenten Zustand vor mit gleicher Phase zwischen einzelnen Gitterplätzen. Als experimentelle Signatur für den superfluiden Zustand beobachtet man nach schnellem Ausschalten des Gitters und freier Expansion scharfe

Beugungsordnungen, wie z.B. in Abbildung 2.9b auf der nächsten Seite sichtbar ist.

### Mott-Isolator Zustand

Bei tiefen Gittern dominiert die Wechselwirkung, d.h.  $U \gg J$ . Dies führt dazu, dass jedes Atom an einem Gitterplatz lokalisiert ist und an jedem Gitterplatz die gleiche Anzahl an Teilchen vorhanden ist (FISHER *et al.*, 1989). Dadurch wird die Wechselwirkungsenergie minimiert. Ein solcher Zustand ist nur möglich, falls der Füllfaktor, das ist das Verhältnis  $n = N/M$  zwischen Gesamtteilchenzahl und Anzahl an Gitterplätzen, ganzzahlig ist. Der Mott-Isolator-Zustand ist gegeben durch

$$|\Psi_{\text{MI}}\rangle = \prod_{i=1}^M (a_i^\dagger)^n |0\rangle_i. \quad (2.23)$$

In einem einzelnen Gitterplatz findet man also einen Fock-Zustand mit genau  $n$  Teilchen vor. Dieser Zustand besitzt keinen definierten Wert für die Phase im Sinne eines kohärenten Zustands (CASTIN UND DALIBARD, 1997). Nach dem schnellen Ausschalten des Gitters und der freien Expansion beobachtet man deshalb als Zeichen des Vorliegens des Mott-Isolator-Zustands kein scharfes Interferenzmuster mehr, wie dies in der Abbildung 2.9 auf der nächsten Seite gezeigt wird.

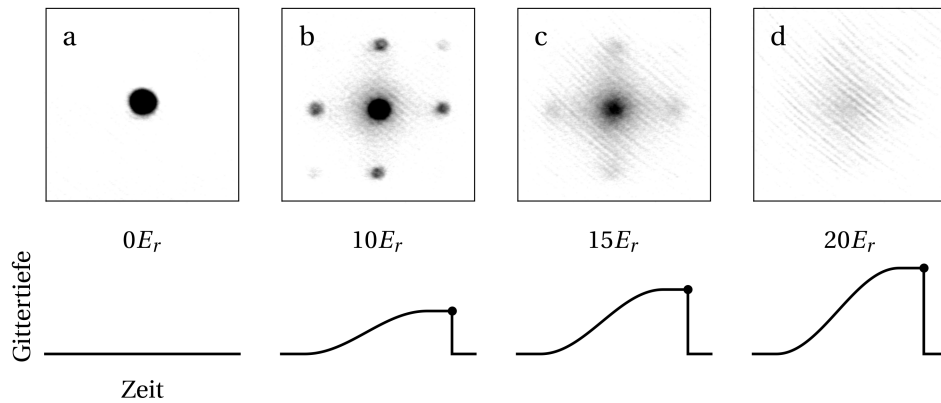
Der Übergang vom superfluiden zum Mott-Isolator-Zustand erfolgt beim Erhöhen der Gittertiefe kontinuierlich (GARCÍA-RIPOLL *et al.*, 2004). Für ein dreidimensionales optisches Gitter mit einem Atom pro Gitterplatz liegt der Übergangsbereich bei ungefähr  $U/J \approx 35$  (JAKSCH *et al.*, 1998). Für unsere Parameter entspricht das einer Gittertiefe von  $V_0 \approx 13E_r$  (siehe Abb. 2.8 auf der vorherigen Seite).

### 2.2.2 Realisierung des Mott-Isolator-Zustands in Innsbruck

Zur Realisierung eines Mott-Isolator-Zustands haben wir ein BEC ähnlich wie GREINER *et al.* (2002) adiabatisch in ein tiefes dreidimensionales optisches Gitter eingeladen. Beim langsamen Erhöhen der Gittertiefe ändert sich das Verhältnis  $U/J$  über mehrere Größenordnungen (siehe Abb. 2.8 auf der vorherigen Seite) und das System geht vom superfluiden zum Mott-Isolator-Zustand über.

Das Einladen in das Gitter hat dazu nicht nur adiabatisch in Hinsicht auf die Besetzung der Blochbänder (vgl. Abschnitt 2.1.3 auf Seite 53) zu erfolgen, sondern auch adiabatisch in Hinsicht auf kollektive Anregungen des BEC, damit das System immer im Grundzustand bleibt. Beim Einladen in das Gitter ändert sich das externe Fallenpotential als auch die Wechselwirkungsenergie aufgrund des verstärkten Einschlusses in den einzelnen Gittertöpfchen. Die Atome müssen sich durch Tunneln räumlich umverteilen, damit ein räumlich konstantes chemisches Potential erhalten bleibt (BAND *et al.*, 2002). Wie in GREINER (2003) ausgeführt ist, ist dieser Prozess dadurch erleichtert, dass die Änderung der Wechselwirkungsenergie großteils durch die Änderung des externen Einschlusses kompensiert wird.

Die relevanten Zeitskalen für ein adiabatisches Einladen sind gegeben durch das chemische Potential des Anfangszustands  $\tau_{\text{NL}} = \hbar/\mu \approx 1 \text{ ms}$  (BAND *et al.*, 2002) sowie durch

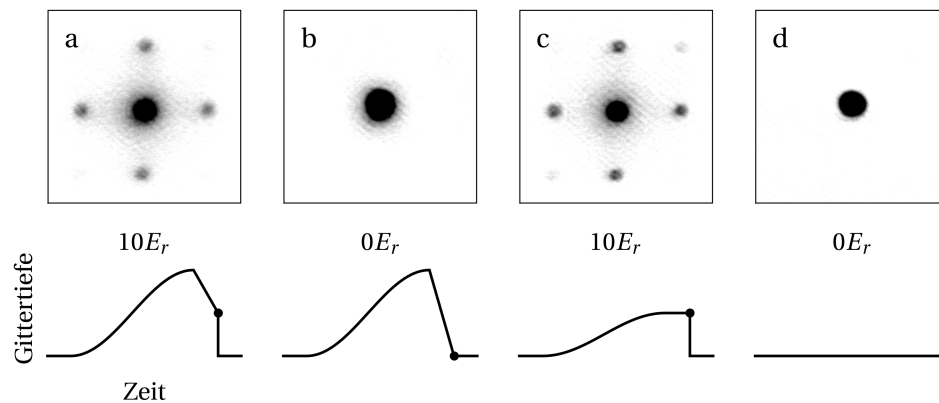
**Abbildung 2.9:**

Verschwinden der Kohärenz. Gezeigt sind Absorptionsbilder, die wir nach plötzlichem Abschalten des Gitters und anschließender freier Expansion aufgenommen haben. Zuvor haben wir die Atome adiabatisch in 200 ms in das optische Gitter eingeladen. Die Kurven unterhalb der Bilder zeigen schematisch den zeitlichen Verlauf der Gittertiefe. Die Zahlenwerte geben die Gittertiefe beim plötzlichen Ausschalten an. (a) Bild des BECs ohne optisches Gitter. (b) Das Beobachten eines Interferenzmusters mit scharfen Beugungsordnungen bei niedriger Gittertiefe ist ein klarer Hinweis auf das Vorliegen eines superfluiden Zustands mit langreichweiter Phasenkohärenz zwischen den Gitterplätzen. (c–d) Beim Übergang in den Mott-Isolator-Zustand verschwindet dieses Interferenzmuster zunehmend und wir beobachten eine breite Impulsverteilung, die durch die Nullpunktbewegung der Atome in einem einzelnen Gittertöpfchen bedingt ist.

das Tunnelmatrixelement  $\tau_{\text{Tunnel}} = \hbar/J$ . Letztere Zeitskala nimmt mit steigender Gittertiefe stark zu und beträgt ca.  $\tau_{\text{Tunnel}} \approx 30$  ms bei  $V_0 = 13E_r$  am Übergang zum Mott-Isolator-Zustand. Wir verwenden einen glatten Intensitätsverlauf mit einer Gesamtdauer von meist 100 ms zum Einladen ins Gitter. Numerische Simulationen des Bose-Hubbard-Modells durch CLARK UND JAKSCH (2004) haben gezeigt, dass diese Zeitspanne ausreichend langsam ist.

### Verschwinden und Wiederherstellen der Kohärenz

Als ein charakteristisches Indiz für den Übergang in den Mott-Isolator-Zustand beobachten wir (siehe Abbildung 2.9), dass die scharfen Beugungsmuster, die wir nach dem plötzlichen Ausschalten des Gitters erhalten, mit zunehmender Gittertiefe verschwinden (GREINER *et al.*, 2002). Dieser Übergang ist reversibel. Nach Absenken des Gitters (siehe Abbildung 2.10 auf der nächsten Seite) beobachten wir abermals scharfe Beugungsmuster und nach vollständi-



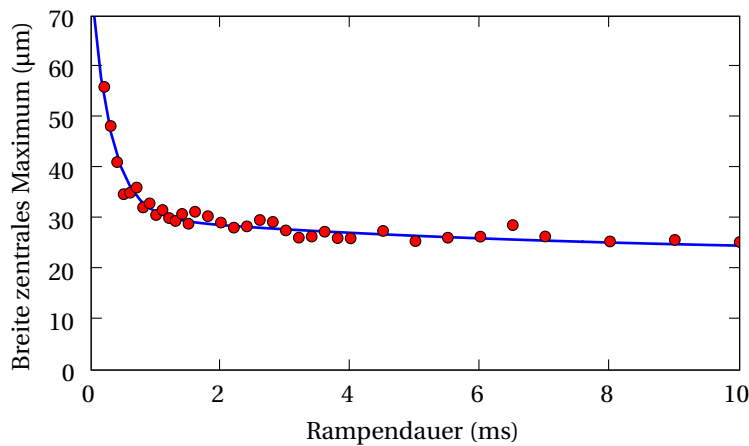
**Abbildung 2.10:**

Wiederherstellen der Kohärenz. (a) Fährt man das Gitter vom Maximalwert von ca.  $20E_r$  wieder adiabatisch auf einen Wert unterhalb des kritischen Wertes für den Übergang vom superfluiden in den Mott-Isolator-Zustand, so beobachten wir nach dem schnellen Ausschalten des Gitters wieder Beugungsordnungen (vgl. Abbildung 2.9d). (b) Beim vollständigen Ausschalten des Gitters erhalten wir wieder ein Kondensat, allerdings mit einem kleinen thermischen Anteil. Zum direkten Vergleich zeigt Bild (c) das Interferenzmuster nach Entlassen der Atome aus einem  $10E_r$  tiefen Gitter und Bild (d) das BEC vor dem Einladen ins Gitter.

gem Ausschalten erhalten wir wieder ein BEC. Bemerkenswert ist das rasche Wiederherstellen der Phasenkohärenz über die gesamte Wolke, siehe Abbildung 2.11 (GREINER *et al.*, 2002; CLARK UND JAKSCH, 2004).

### Lücke im Anregungsspektrum

Als ein weiteres Indiz für das Vorliegen eines Mott-Isolator-Zustandes beobachten wir eine Lücke im Anregungsspektrum, gezeigt in Abbildung 2.12 auf Seite 64 (vgl. GREINER *et al.*, 2002; STÖFERLE *et al.*, 2004; CLARK UND JAKSCH, 2006). Simulationen (KOLLATH *et al.*, 2006) zeigten jedoch erst kürzlich, dass die Beobachtung von schmalen Resonanzen, bei denen das System Energie absorbiert, auch bei Vorliegen eines superfluiden Zustands bei nicht ganzzahligem Füllfaktor möglich ist. Unabhängig davon zeigt dieses Experiment, dass die Atome in einem tiefen optischen Gitter im Vergleich zu einem BEC viel robuster gegenüber kleinen externen Störungen sind.



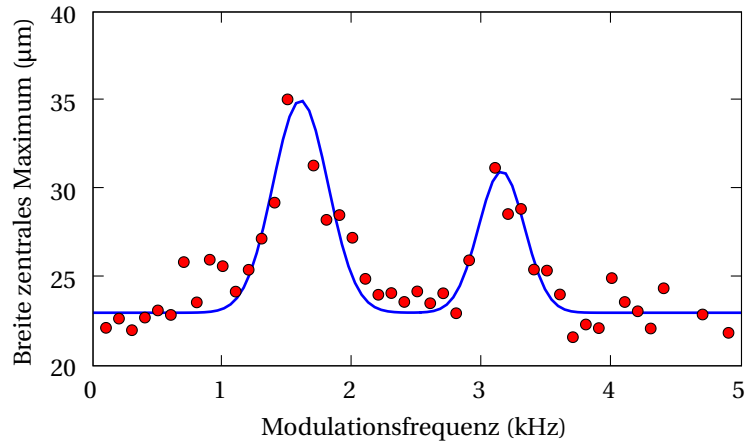
**Abbildung 2.11:**

Wiederherstellen der Kohärenz. In variabler Zeit haben wir das Gitter vom Maximalwert von  $25E_r$  auf  $8E_r$  linear runtergefahren und anschließend die Breite des zentralen Interferenzmaximums (vgl. Abbildung 2.10a) gemessen. Die durchgezogene Linie ist ein Fit mit einem doppel-exponentiellen Zerfall (Summe von zwei exponentiellen Zerfällen mit unterschiedlichen Zeitkonstanten) mit  $\tau_1 = 0.3$  ms und  $\tau_2 = 7$  ms.

### 2.2.3 Mott-Isolator-Zustand im optischen Gitter mit zusätzlichem Fallenpotential

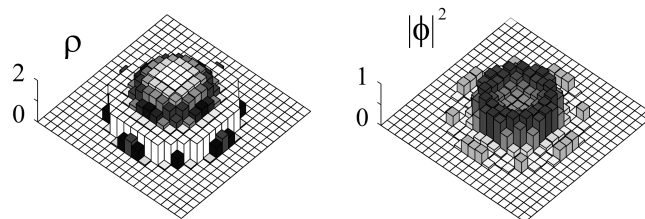
In einem inhomogenen System, wie es im Experiment durch die Magnetfalle und den zusätzlichen Einschluss durch den Intensitätsabfall der Gitterstrahlen vorliegt, ist die Besetzungszahl nicht überall gleich. Für typische Parameter bildet sich im Zentrum der Falle ein dichter Bereich mit drei Atomen pro Gitterplatz. Nach außen schließen sich dann Bereiche mit zwei und einem Atom pro Gitterplatz an. Die Verteilung der Atome auf diese Schalen mit unterschiedlichem Füllfaktor hängt von der Gesamtanzahl der Atome und der Stärke des externen Einschlusses ab.

In den Übergangsbereichen zwischen den Schalen und am äußeren Rand sind auch superfluide Anteile vorhanden. Fügt man einem System mit ganzzahligem Füllfaktor weitere Atome hinzu, ist es für ein lokal homogenes System energetisch ohne Bedeutung, an welchem Gitterplatz sie lokalisiert sind. Diese überzähligen Atome bilden deshalb einen superfluiden Zustand, der sich über einem Untergrund aus Atomen im Mott-Isolator-Zustand ausbreitet. Nur im Grenzfall von  $U/J \rightarrow \infty$  verschwinden diese superfluiden Anteile. Abbildung 2.13 auf der nächsten Seite zeigt die Ergebnisse numerischer Rechnungen von JAKSCH (1999). Experimentell wurde diese Schalenstruktur genauer von FÖLLING *et al.* (2006); CAMPBELL *et al.* (2006) untersucht. Für die effiziente Erzeugung von Molekülen im optischen Gitter (siehe dazu das nächste Kapitel 3) ist es von Interesse, möglichst viele doppelt besetzte Gitterplätze zu erzeugen. Aus einer einfachen Modellrechnung für ein tiefes Gitter bei  $T = 0$  (DEMARCO *et al.*, 2005) folgt, dass bei einem harmonischen externen Fallenpotential der An-



**Abbildung 2.12:**

Lücke im Anregungsspektrum. Ähnlich wie in Abbildung 2.10 auf Seite 62 fahren wir das Gitter in 100 ms auf einen Wert von  $18E_r$  hoch und wechseln dadurch in den Mott-Isolator-Zustand. Während einer Haltezeit von 20 ms modulieren wir die Intensität des Gitters mit variabler Frequenz. Nur bei Frequenzen, die der Wechselwirkungsenergie  $U$  bzw.  $2U$  zweier Atome am selben Gitterplatz entsprechen, kann das System angeregt werden. Diese Anregungen werden sichtbar in einer Vergrößerung der Breite des zentralen Beugungsmusters, das wir nach Runterrampen auf  $4E_r$  Gittertiefe und anschließendem schnellem Ausschalten des Gitters beobachten. Die durchgezogene Linie ist ein Fit basierend auf zwei Gauß-Kurven mit konstantem Untergrund.



**Abbildung 2.13:**

Numerisch ermittelte Dichteverteilung (links) und superfluider Anteil (rechts) in einem 2-dim. optischen Gitter mit zusätzlichem harmonischem Potential (entnommen aus JAKSCH, 1999).

## *2.2 Mehrteilchen-Physik im optischen Gitter*

teil von Atomen in doppelt besetzten Gitterplätzen maximal ca. 50% betragen kann. Bei welcher Gesamtteilchenzahl dieses Optimum erreicht wird, hängt insbesondere von der Stärke des externen Einschlusses ab.

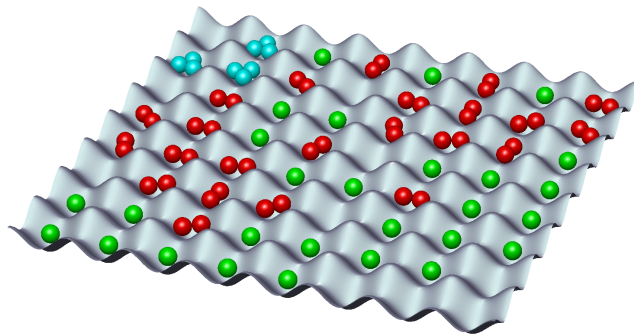




## Kapitel 3

# Beobachtung langlebiger ultrakalter Feshbach-Moleküle im optischen Gitter

Die herkömmlichen Techniken der Laserkühlung von Atomen sind bei Molekülen aufgrund des Fehlens von geschlossenen optischen Übergängen nicht anwendbar. Eine alternative Vorgehensweise zur Erzeugung von ultrakalten Molekülen ist die Assoziation von ultrakalten Atomen zu Molekülen mithilfe von Feshbach-Resonanzen. Eine ausgezeichnete Zusammenfassung des aktuellen Stands von Theorie und Experiment der Erzeugung ultrakalter Moleküle mithilfe von magnetischen Feshbach-Resonanzen gibt der Übersichtsartikel von KÖHLER *et al.* (2006).



**Abbildung 3.1:**

Ausgangszustand für die Erzeugung von Molekülen im optischen Gitter. Nur in Gitterplätzen mit mindestens zwei Atomen können Moleküle gebildet werden. Gitterplätze mit mindestens drei Atomen werden beim Kreuzen der Feshbach-Resonanz durch inelastische Drei-Körper-Stöße bzw. Atom-Molekül-Stöße geleert.

Bei früheren Experimenten zur Bildung von Feshbach-Molekülen in einem BEC (Xu *et al.*, 2003; HERBIG *et al.*, 2003; DÜRR *et al.*, 2004A) stellte sich heraus, dass die Lebensdauer der Moleküle sowie die maximale Konversionseffizienz limitiert sind durch Verluste aufgrund von inelastischen Stößen der gebildeten Moleküle mit anderen Atomen oder Molekülen. Zur Lösung dieses Problems verwenden wir ein optisches Gitter. Abbildung 3.1 zeigt schematisch den Ausgangszustand für die Erzeugung von Molekülen. Nach dem Einladen ultra-

kalter Atome aus einem BEC in das optische Gitter finden sich in einem einzelnen Gitterplatz einige wenige (1–3) Atome (JAKSCH *et al.*, 1998). Doppelt besetzte Gitterplätze sind ein optimaler Ausgangspunkt, um mit Hilfe einer Feshbach-Resonanz effizient aus zwei Atomen ein Molekül zu erzeugen. Durch das optische Gitter sind die gebildeten Moleküle vor inelastischen Stößen mit Atomen oder Molekülen geschützt. Dadurch erreichen wir eine außergewöhnlich lange Lebensdauer der Moleküle. Durch Entfernen der ungepaarten einzelnen Atome haben wir weiters ein reines Ensemble von langlebigen ultrakalten Feshbach-Molekülen im optischen Gitter erzeugt.

Bevor ich in den folgenden Abschnitten die experimentellen Schritte zur Erzeugung zur Erzeugung der Feshbach-Moleküle im optischen Gitter und die Charakterisierung von Lebensdauer und Konversionseffizienz der Moleküle beschreibe, möchte ich kurz in allgemeiner Form auf die Bildung von Molekülen mittels magnetischer Feshbach-Resonanzen eingehen.

### 3.1 Magnetische Feshbach-Resonanzen

#### 3.1.1 Ultrakalte Stöße

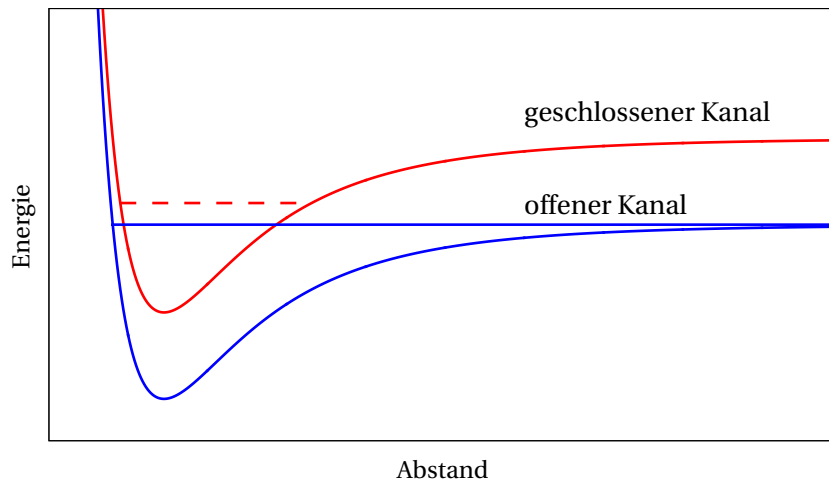
Die Wechselwirkung zweier Atome bei einem Stoß hängt vom Zustand der Atome ab. Ein sogenannter Streukanal wird durch Angabe der Quantenzahlen  $f$  und  $m_f$  der Atome bei großen Abständen sowie dem Bahndrehimpuls  $l$  charakterisiert. Bei einem Stoß zweier Atome ist u.U. ein Übergang zu anderen Streukanälen möglich. Abhängig davon, ob solch ein Übergang energetisch möglich ist, unterscheidet man zwischen offenen und geschlossenen Kanälen. Auswahlregeln reduzieren die Anzahl der möglichen Kopplungen zwischen den Streukanälen. Wird nur die dominierende Coulomb-Wechselwirkung berücksichtigt, dann ist der Gesamtspin  $F$  und damit  $m_F = m_{f_1} + m_{f_2}$  erhalten. Eine ausführliche Darstellung findet sich in KÖHLER *et al.* (2006).

#### 3.1.2 Magnetisch abstimmbare Feshbach-Resonanzen

Gebundene Zustände in einem geschlossenen Kanal, die energetisch knapp bei der Dissoziationsschwelle des einlaufenden offenen Kanals liegen (siehe Abbildung 3.2 auf der nächsten Seite) können einen starken Einfluss auf das Streuverhalten haben. Bei vorhandener Kopplung des offenen Kanals an den geschlossenen Kanal bildet sich ein metastabiler Resonanzzustand, durch den sich die Streueigenschaften drastisch ändern. Die genaue Lage des gebundenen Zustands relativ zum Kontinuum lässt sich durch Variation des externen Magnetfeldes kontrollieren. In Abhängigkeit vom Magnetfeld zeigt die Streulänge dann ein singuläres Verhalten der Form (siehe Abb. 3.3)

$$a(B) = a_{\text{bg}} \left( 1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right). \quad (3.1)$$

Die Parameter sind die Position  $B_0$  und Breite  $\Delta B$  der Feshbach-Resonanz sowie die Streulänge  $a_{\text{bg}}$  abseits der Resonanz. Die Breite ist definiert als der Abstand zwischen Position der

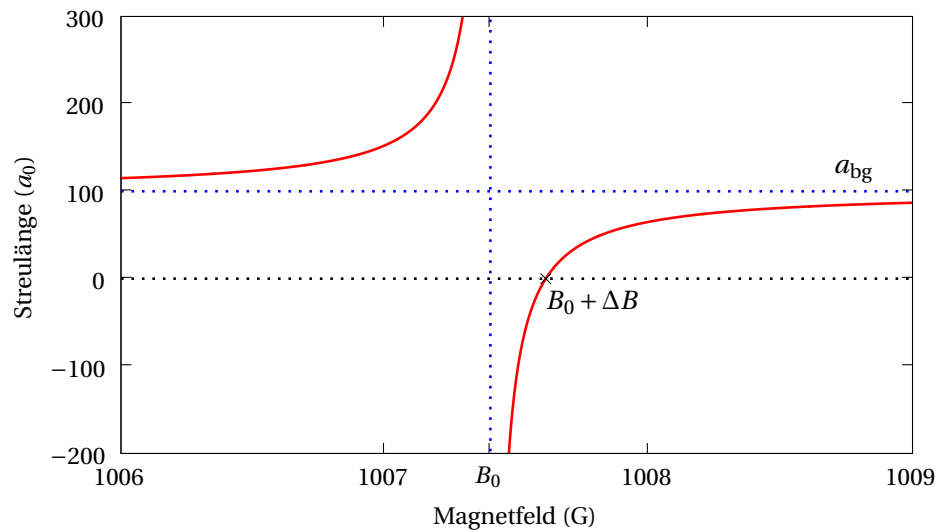
**Abbildung 3.2:**

Schematische Darstellung der Situation, die zu einer magnetischen Feshbach-Resonanz führt. Gebundene Zustände von geschlossenen Streukanälen, die knapp an der Schwelle zum Kontinuum des einlaufenden offenen Streukanals liegen, führen zu einer starken Veränderung des Streuverhaltens zweier Atome im offenen Streukanal. Mithilfe der Zeeman-Verschiebung in einem externen Magnetfeld lässt sich die genaue Lage des gebundenen Zustands relativ zum Kontinuum kontrollieren.

Singularität und dem Nulldurchgang der Streulänge. Diese Kontrolle der effektiven Wechselwirkung der Atome durch Änderung des Magnetfeldes war für uns ein essentielles Hilfsmittel für den Nachweise von repulsiv gebundenen Paaren im optischen Gitter (siehe Kapitel 4).

### 3.1.3 Erzeugung von ultrakalten Molekülen durch adiabatische Assoziation

Neben der Kontrolle der Streulänge verwenden wir magnetisch abstimmbare Feshbach-Resonanzen insbesondere zur Erzeugung von Molekülen. Eine eingehende Darstellung der zugehörigen Theorie enthält GÓRAL *et al.* (2004). Abbildung 3.4 auf Seite 71 zeigt das Prinzip. Die Kopplung zwischen dem einlaufenden und dem geschlossenen Streukanal, der den gebundenen Molekülzustand enthält, führt zu vermiedenen Kreuzungen zwischen dem Molekülzustand und den Vibrationsniveaus der Falle in der gezeigten Form. Für diese Rechnungen wurde das Fallenpotential eines einzelnen Gitterplatzes des optischen Gitters durch eine harmonisches Falle angenähert. Der Molekülzustand ist adiabatisch mit dem untersten Vibrationszustand der freien Atome in der Falle verbunden. Mit einer hinreichend langsamen Magnetfeldrampe können wir damit zwei Atome in einen gebundenen Molekülzustand überführen. Dazu fahren wir, von oberhalb startend, das Magnetfeld über die Feshbach-Resonanz. Eine Magnetfeldrampe in umgekehrter Richtung dissoziiert ein Molekül in



**Abbildung 3.3:**

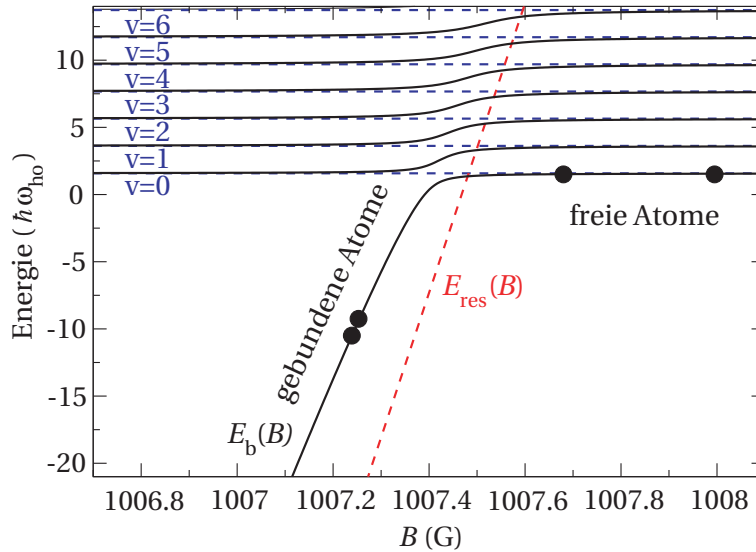
Streulänge in Abhängigkeit vom Magnetfeld in der Umgebung der Feshbach-Resonanz von  $^{87}\text{Rb}$  bei  $B_0 = 1007.4$  G. Im Bereich unterhalb von  $B_0$  mit positiver Streulänge liegt der gebundene Molekülzustand des geschlossenen Kanals unterhalb der Dissoziationsschwelle des einlaufenden Kanals.

zwei getrennte Atome im untersten Vibrationszustand. Paare von Atomen werden hingegen um ein Vibrationsniveau angehoben. Bei einem schnellen, nicht adiabatischen Kreuzen der Feshbach-Resonanz verbleiben die Atome dagegen im jeweiligen Vibrationszustand. Die genaue quantitative Abhängigkeit dieser Prozesse von der Rampgeschwindigkeit wird später im Abschnitt 3.4 auf Seite 82 diskutiert.

### 3.1.4 Feshbach-Resonanzen in Rubidium

In einer ersten experimentellen Suche wurden für den magnetisch fangbaren Zustand  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  (NEWBURY *et al.*, 1995) keine Feshbach-Resonanzen gefunden. Wie man inzwischen weiß, war das auch zu erwarten, denn im untersuchten Bereich sind in der Tat keine Feshbach-Resonanzen vorhanden. Später wurden aufgrund genauerer Daten im Bereich bis 1200 G über 20 Feshbach-Resonanzen für Atome im magnetisch nicht fangbaren Ausgangszustand  $|f = 1, m_f = 1\rangle$  vorhergesagt (VOGELS *et al.*, 1997; VAN KEMPEN *et al.*, 2002) und in der Gruppe von G. Rempe experimentell nachgewiesen (MARTE *et al.*, 2002). Unter diesen besitzt die Feshbach-Resonanz bei 1007.40 G bei weitem die größte Breite von  $\Delta B = 210$  mG. Diese Feshbach-Resonanz verwenden wir zur Erzeugung von Molekülen und zur Kontrolle der Streulänge. Das große Magnetfeld und die geringe Breite stellen hohe experimentelle Anforderungen, siehe dazu Abschnitt 1.5.4 auf Seite 34.

### 3.2 Erzeugung und Nachweis langlebiger Feshbach Moleküle im optischen Gitter



**Abbildung 3.4:**

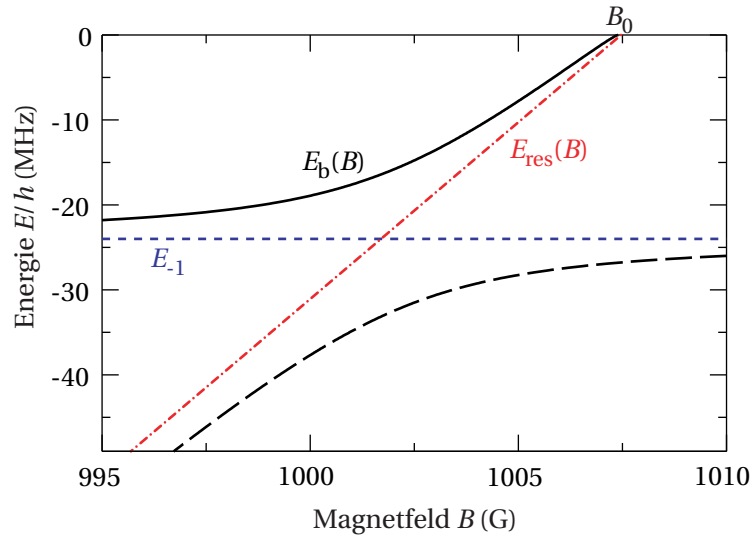
Energiediagramm für zwei Rb-Atome in einer harmonischen Falle mit einer Fallenfrequenz von 39 kHz in der Nähe der Feshbach-Resonanz bei 1007 G (entnommen aus KÖHLER *et al.*, 2006). Die strichlierten Linien zeigen die Vibrationsniveaus der Atome in der Falle bzw. die Energie  $E_{\text{res}}(B)$  des Molekülzustands ohne Berücksichtigung der Kopplung zwischen den Streukanälen. Mit Kopplung (durchgezogene Linien) beobachtet man vermiedene Kreuzungen, wobei der unterste Vibrationszustand adiabatisch mit dem Molekülzustand verbunden ist. Den weiteren Verlauf der Bindungsenergie des Molekülzustandes für größere Abstände von der Feshbach-Resonanz zeigt Abbildung 3.5 auf der nächsten Seite.

### 3.2 Erzeugung und Nachweis langlebiger Feshbach Moleküle im optischen Gitter

In einem tiefen optischen Gitter ist das Tunneln von Atomen und Molekülen stark verlangsamt und die gebildeten Moleküle sind vor Stößen mit anderen Atomen und Molekülen geschützt. Ein zusätzliches Entfernen der einzelnen, ungepaarten Atome führt zu einer weiteren deutlichen Erhöhung der Lebensdauer der Moleküle.

In den folgenden Abschnitten beschreibe ich im Detail die Vorgangsweise zur Erzeugung eines reinen, langlebigen Ensembles von Feshbach-Molekülen im optischen Gitter. Die dafür notwendigen experimentellen Schritte sind:

- Einladen der Atome ins optische Gitter
- Präparation des Spinzustands
- Adiabatische Assoziation der Atome zu Moleküle durch Rampen des Magnetfelds über die Feshbach-Resonanz
- Entfernen der ungepaarten Atome durch eine Reinigungsprozedur



**Abbildung 3.5:**

Energie der obersten Molekülzustände in Nähe der Feshbach-Resonanz bei 1007 G (entnommen aus KÖHLER *et al.*, 2006). Die Wechselwirkung zwischen dem gebundenen Molekülzustand des geschlossenen Kanals (strichpunktierte Linie) und dem letzten Molekülzustand des offenen Kanals (punktirierte Linie) führt zu einer vermiedenen Kreuzung. Verfährt man bei der adiabatischen Assoziation das Magnetfeld genügend weit, so produziert man folglich Moleküle im am schwächsten gebundenen Vibrationszustand des einfallenden Kanals mit einer Bindungsenergie von 24 MHz.

### Einladen in das optische Gitter

Als Ausgangspunkt für die Erzeugung von Feshbach-Molekülen dient ein BEC von  $^{87}\text{Rb}$  im Zustand  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  in der zentrierten Magnetfalle mit typisch  $5 \times 10^5$  Atomen. Durch langsames Einschalten des dreidimensionalen optischen Gitters in typischerweise 100 ms laden wir die Atome adiabatisch in den Grundzustand. Aus den in Abschnitt 2.2.2 auf Seite 60 vorgestellten Messungen wissen wir, dass dann ein Mott-Isolator-Zustand vorliegt. Für die im Weiteren vorgestellten Experimente zu Lebensdauer und Konversionseffizienz der Moleküle ist das Vorhandensein eines Mott-Isolator-Zustandes mit der typischen Schalenstruktur allerdings nicht essentiell. Wir können keine signifikanten Unterschiede in den Ergebnissen beobachten, falls das Einladen ins Gitter deutlich schneller (in ca. 10 ms) erfolgt. Wichtig ist vorerst nur das Vorliegen einer hinreichend großen Anzahl von doppelt besetzten Gitterplätzen im untersten Vibrationszustand. Nur in diesen können durch adiabatische Assoziation stabile Moleküle gebildet werden. Eine schematische Darstellung des Ausgangszustands zeigt Abbildung 3.1 auf Seite 67. Details zur Präparation dieses Zustands enthalten die Kapitel 1 und 2. Der Idealfall von exakt zwei Atomen pro Gitterplatz entspricht einer Dichte von  $2.8 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ . Im Vergleich dazu liegt die maximale Dichte des BEC in der Magnetfalle bei  $4 \times 10^{13} / \text{cm}^3$ . Damit ist ein wesentlicher Anteil von doppelt besetzten

Gitterplätzen zu erwarten.

#### Präparation und Analyse des Spinzustandes

Nachdem die Atome aus der Magnetfalle in das optische Gitter geladen wurden, liegen sie im Zustand  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  vor. Um sie in den Zustand  $|f = 1, m_f = +1\rangle$  zu transferieren, der die Feshbach-Resonanz bei 1007 G aufweist, wird die Richtung des angelegten magnetischen Führungsfeldes schnell umgekehrt (VOLZ *et al.*, 2003). Die Änderung erfolgt so schnell, dass die Ausrichtung der atomaren Spins dem Magnetfeld nicht folgen kann. Dazu wird nach dem langsamen Ausschalten der Magnetfalle in 20 ms mithilfe der Offset-Spulen (siehe Abschnitt 1.5.5 auf Seite 35) ein homogenes Magnetfeld angelegt und dieses plötzlich ausgeschaltet. Übrig bleibt das immer vorhandene Führungsfeld, das durch die Spulen des Kompensationskäfigs erzeugt wird und eine genau entgegengesetzte Richtung besitzt. Bei geeigneten Einstellungen für die Stärke des homogenen Feldes als auch für die Ströme im Kompensationskäfig erreichen wir, dass die Atome mit einer Effizienz von  $> 98\%$  in den richtigen Zustand transferiert werden.

Durch einen Magnetfeldgradienten während der freien Expansion vor der Abbildung, erzeugt durch die einzelne Levitationsspule, werden die unterschiedlichen Spinkomponenten räumlich aufgetrennt. Damit messen wir die Besetzung der einzelnen Spinkomponenten und optimieren damit die Einstellungen für die Spinpräparation.

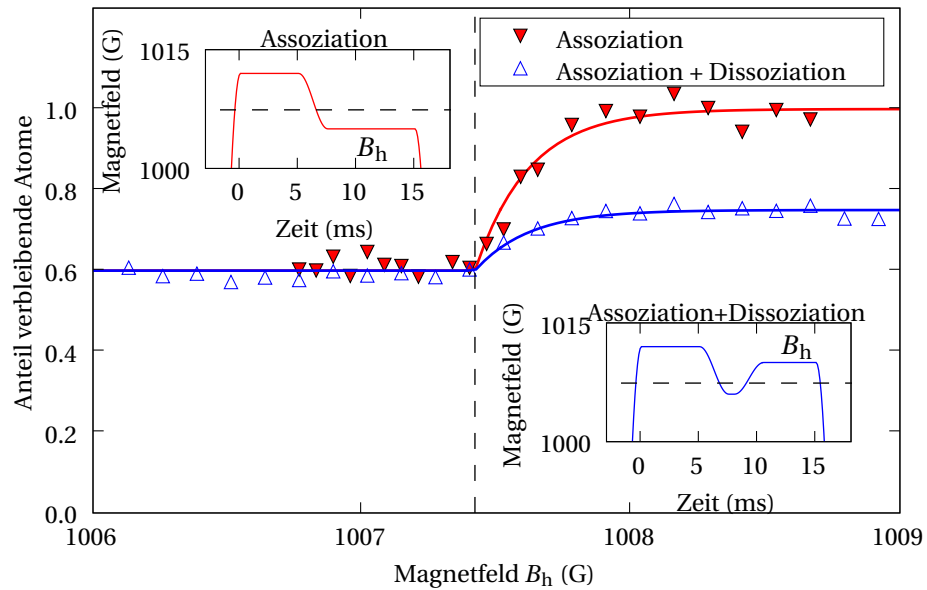
#### Adiabatische Assoziation

Zur Konvertierung von Atompaaaren in Moleküle verfahren wir ein homogenes Magnetfeld, das durch die Quadrupolspulen der Magnetfalle in Helmholtz-Konfiguration erzeugt wird (siehe Abbildung 3.7 auf Seite 75), von oberhalb der Feshbach-Resonanz startend langsam über die Resonanz. Dabei werden aus Atomen im untersten Vibrationszustand in zumindest doppelt besetzten Gitterplätzen Moleküle gebildet (siehe Abbildung 3.4 auf Seite 71).

Nach dem Einladen ins Gitter und der Spinpräparation ist jedoch nur ein geringes Magnetfeld von wenigen Gauss vorhanden. Als ersten Schritt schalten wir deshalb das homogene Magnetfeld auf einen Wert oberhalb der Feshbach-Resonanz ein. Aufgrund der Trägheit des Netzteils benötigt dies ca. 3 ms. Dabei wird die Feshbach-Resonanz einmal schnell mit einer Geschwindigkeit von ca. 150 G/ms gekreuzt. Wie später in Abschnitt 3.4.1 auf Seite 83 genauer diskutiert wird, verbleiben bei dieser Geschwindigkeit fast alle (ca. 90 %) Atome in doppelt besetzten Gitterplätzen im untersten Vibrationszustand.

Für die adiabatische Assoziation der Atompaaare in Moleküle fahren wir anschließend das Magnetfeld langsam (typischerweise in ca. 4 ms von 1015 G auf 1000 G) über die Feshbach-Resonanz bei 1007.4 G. Diese wird mit einer Geschwindigkeit von 6 G/ms gekreuzt. Dabei werden in den mehrfach besetzten Gitterplätzen effizient Moleküle gebildet. Wird nun das Magnetfeld ausgeschaltet, so sind die gebildeten Moleküle in der anschließenden Absorptionsabbildung der zurückbleibenden Atomwolke nicht sichtbar. Durch die Bildung von Molekülen beobachten wir also eine Verringerung der gemessenen Atomzahlen. Daten von allerersten Messungen zeigt Abbildung 3.6 auf der nächsten Seite.

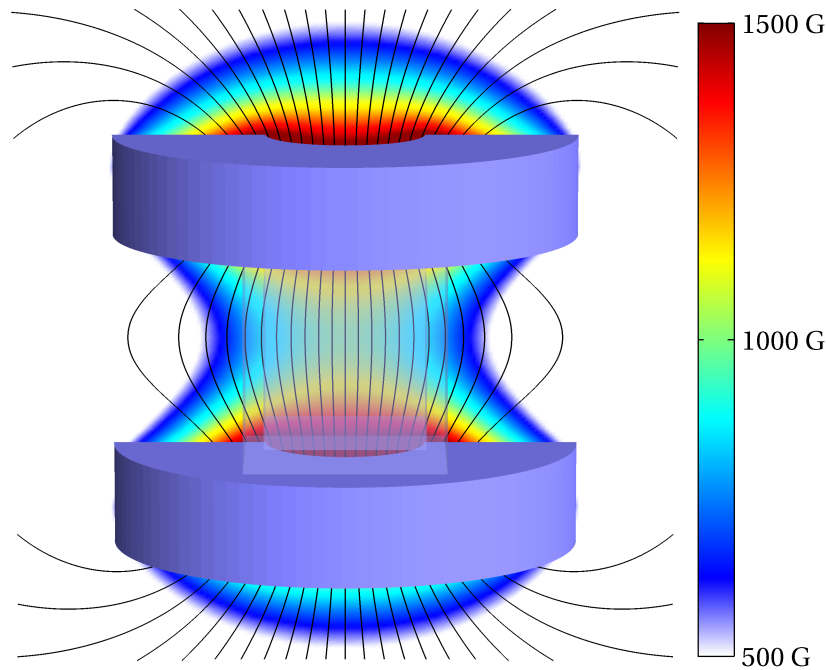
Um die Moleküle direkt nachzuweisen, fahren wir das Magnetfeld wieder zurück über


**Abbildung 3.6:**

Erste Experimente zur adiabatischen Assoziation und Dissoziation von Feshbach-Molekülen. Bei der Messung zur Assoziation von Molekülen haben wir das Magnetfeld schnell auf einen Wert oberhalb der Feshbach-Resonanz eingeschaltet und anschließend das Magnetfeld langsam in 2.5 ms auf einen variablen Wert  $B_h$  gefahren (siehe Inset). Anschließend messen wir nach dem schnellen Ausschalten des Magnetfelds die Anzahl der verbleibenden Atome. Falls bei der langsamen Magnetfeldrampe die Feshbach-Resonanz bei 1007.4 G (angedeutet durch gestrichelte Linie) gekreuzt wird, dann bilden wir durch adiabatische Assoziation Feshbach-Moleküle. Dies zeigt sich durch eine Verminderung in der Anzahl der beobachteten Atome. Für die Messung zur Dissoziation der Moleküle rampen wir zuerst das Magnetfeld über die Feshbach-Resonanz und bilden dabei Moleküle. Anschließend fahren wir das Magnetfeld zurück zu einem variablen Endwert  $B_h$ . Falls wir hierbei die Feshbach-Resonanz kreuzen, so dissoziieren wir die Moleküle und wir messen einen Anstieg in der Anzahl der Atome. Bei beiden Messungen beobachten wir eine Abrundung der stufenförmigen Abhängigkeit der Atomzahl vom Magnetfeld. Für Werte von  $B_h$  nur knapp oberhalb der Feshbach-Resonanz erreicht die beobachtete Atomzahl nicht sofort den Maximalwert. Dort wird die Feshbach-Resonanz beim finalen Ausschalten des Magnetfelds aufgrund der Trägheit des Netzteils so langsam gekreuzt, dass dabei wieder Moleküle gebildet werden (bei diesen frühen Messungen zur Bildung von Molekülen haben wir aus Vorsichtsgründen die MOSFET-Schalter nicht zum schnellen Ausschalten benutzt). Die durchgezogenen Linien berücksichtigen diesen Effekt. Sie basieren auf einer einfachen Modellierung des Verhaltens der Netzteile und benützen die exponentielle Abhängigkeit der Konversionseffizienz von der Rampengeschwindigkeit (siehe Abschnitt 3.4.1 auf Seite 83).



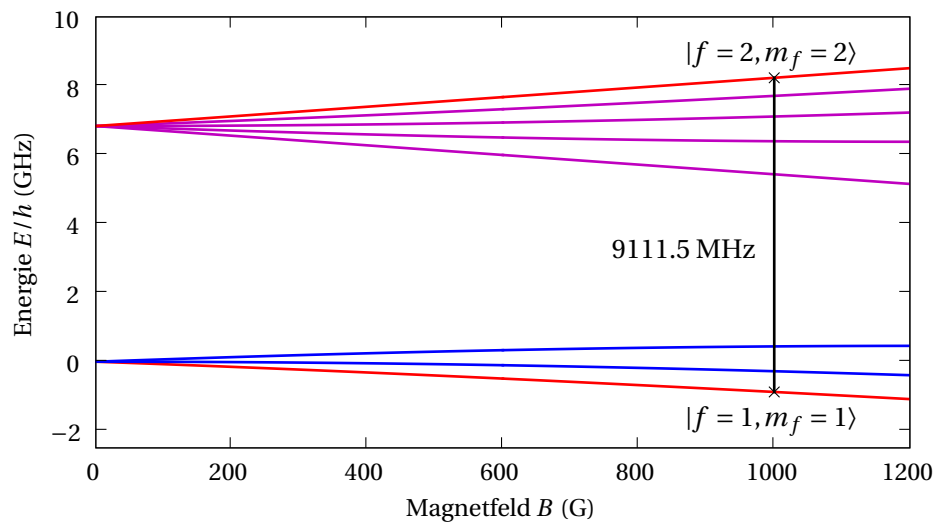
### 3.2 Erzeugung und Nachweis langlebiger Feshbach Moleküle im optischen Gitter



**Abbildung 3.7:**

Zur Erzeugung des Magnetfelds von ca. 1000 G für die Feshbachresonanz verwenden wir die Quadrupol-Spulen der QUIC-Falle in Helmholtz-Konfiguration (siehe Abschnitt 1.5.4). Die Abbildung zeigt schematisch Spulen und Glaszelle sowie den Verlauf der Feldlinien und die Magnetfeldstärke (farbig kodiert). Bei einer Magnetfeldstärke von  $B_0 = 1000$  G im Zentrum ist dort das Magnetfeld näherungsweise durch  $B(r, z) = B_0 - 1.15 \text{ G/mm}^2 r^2 + 2.3 \text{ G/mm}^2 z^2$  beschrieben, wobei  $r$  und  $z$  den Abstand in radialer bzw. axialer Richtung bezeichnen. Damit liegt bei genauer Positionierung der Atome im Zentrum die Variation des Magnetfelds entlang der größten Ausdehnung der Atomwolke von ca.  $80 \mu\text{m}$  bei  $< 2$  mG.

die Feshbach-Resonanz. Die Moleküle werden dabei adiabatisch in Atompaaire im untersten Vibrationszustand des Gitters dissoziiert, welche bei der Absorptionsabbildung detektiert werden. Da unsere Absorptionsabbildung bei einem niedrigen Magnetfeld von ca. 2 G erfolgt, muss zuvor das Feshbach-Magnetfeld ausgeschaltet werden. Dazu verwenden wir MOSFET-Schalter (siehe Abschnitt 1.5 auf Seite 22). Das Magnetfeld kreuzt beim Ausschalten die Feshbach-Resonanz mit einer Geschwindigkeit von mindestens 1000 G/ms. Dabei werden nahezu keine Moleküle mehr gebildet. Anschließend beobachten wir dann mehr Atome als ohne Dissoziation der Moleküle. Durch Vergleich der Atomzahlen mit und ohne Dissoziation der Moleküle in Atompaaire messen wir, dass typischerweise ca. 10–20% der anfänglich vorhandenen Atome als Moleküle vorgelegen sind (siehe Abbildung 3.6 auf der vorherigen Seite).



**Abbildung 3.8:**

Zeeman-Aufspaltung des Grundzustands. Für die Entfernung von ungepaarten Atomen benutzen wir u.a. einen Mikrowellenübergang, der Atome vom Zustand  $|f = 1, m_f = 1\rangle$  in den Zustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  transferiert. Bei einem Magnetfeld von  $1000$  G liegt die Übergangsfrequenz bei  $9111.5$  MHz.

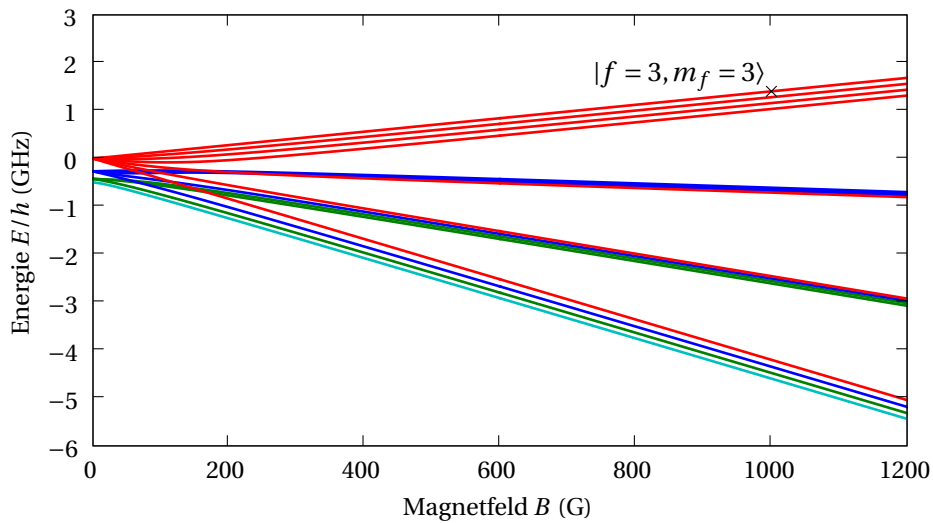
Wie in Abschnitt 3.3.2 auf Seite 79 noch genauer diskutiert wird, führen beim langsamen Kreuzen der Feshbach-Resonanz inelastische Stöße zwischen gebildeten Molekülen und Atomen bzw. resonant überhöhte Drei-Körper-Verluste in zumindest dreifach besetzten Gitterplätzen zu Verlusten. Typischerweise beträgt dieser Verlust ca. 20–30% der anfänglich vorhandenen Atome (siehe Abbildung 3.6). Beim schnellen zweifachen Kreuzen der Feshbach-Resonanz sind die Verluste in mehrfach besetzten Gitterplätzen durch diese Prozesse hingegen viel geringer. Wir messen dann Verluste von nur ca.  $3 \pm 0.6$  % der gesamten Atome.

### Reinigungsprozedur

Laut Abbildung 3.6 auf Seite 74 befinden sich ungefähr 60% der anfänglich vorhandenen Atome in einzeln besetzten Gitterplätzen. Zur Herstellung eines reinen Molekülensembles müssen diese einzelnen Atome sowie jene Atome, die bei der adiabatischen Assoziation keine Moleküle bildeten, aus dem Gitter entfernt werden. Dazu transferieren wir die einzelnen Atome bei einem Magnetfeld von  $1000$  G durch einen Mikrowellenübergang bei  $9111.5$  MHz vom Zustand  $|f = 1, m_f = 1\rangle$  nach  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  (siehe Abbildung 3.8). Die Moleküle haben bei diesem Magnetfeld eine Bindungsenergie von rund  $20$  MHz (siehe Abbildung 3.5 auf Seite 72) und werden durch die Mikrowelle nicht beeinflusst.

Als Mikrowellenantenne dient ein einseitig offener Wellenleiter, der von einem  $2$  W-Verstärker gespeist wird. Zur Erzeugung des Eingangssignals dient ein Mikrowellengenerator, dessen kontinuierliches Signal bei  $9900$  MHz mit einem weiteren, schaltbaren Signal bei

### 3.2 Erzeugung und Nachweis langlebiger Feshbach Moleküle im optischen Gitter



**Abbildung 3.9:**

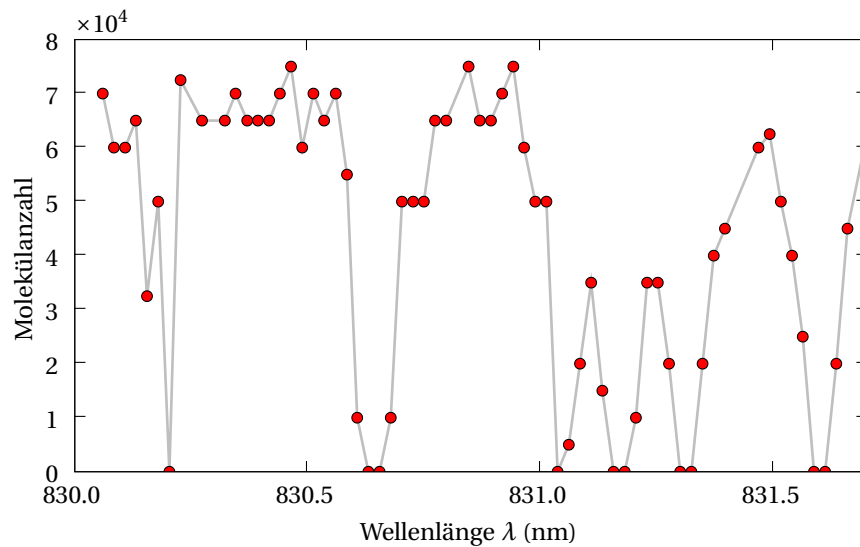
Frequenzverschiebung der Übergänge der  $D_2$ -Linie, ausgehend vom Zustand  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Zur Festlegung des Nullpunkts der vertikalen Skala wurde der Übergang  $|f = 2, m_f = 2\rangle \rightarrow |f = 3, m_f = 3\rangle$  bei  $B = 0$  genommen.

788.5 MHz gemischt wird. Zum kompletten Ausschalten der Mikrowelle unterbrechen wir die Stromversorgung der Endstufe. Wir haben diese Lösung gewählt, da uns beim Aufbau der Mikrowellenerzeugung kurzfristig kein hinreichend schneller Schalter für die Mikrowelle selbst zur Verfügung stand.

Gleichzeitig mit der Mikrowelle eingestrahktes Licht treibt den geschlossenen Übergang zwischen den Zuständen  $|f = 2, m_f = 2\rangle$  und  $|f = 3, m_f = 3\rangle$ . Dieser Übergang ist 1402 MHz blau verschoben gegenüber dem Übergang ohne Magnetfeld (siehe Abbildung 3.9). Durch den Impulsübertrag beim Streuen der Photonen werden die Atome aus dem Gitter förmlich weggeblasen.

Nach Anwendung eines Pulses von typischerweise 2 ms Dauer sind keine Atome mehr beobachtbar. Diese Mindestdauer ist bestimmt durch die verfügbare Leistung der Mikrowelle. Die Intensität des Lichtes haben wir so eingestellt, dass erst bei einer deutlichen Verringerung der Leistung ein Ansteigen der verbleibenden einzelnen Atome beobachtet werden kann. Einstrahlen des resonanten Lichtes allein (ohne Mikrowelle) führt erst ab viel längeren Zeiten von ca. 50 ms zu merklichen Verlusten. Bei zusätzlichen Reinigungspulsen beobachten wir keine weitere Abnahme der Molekülzahl. Zudem entspricht die gemessene Molekülzahl nach Ausführung der Reinigungsprozedur der Anzahl, die sich ohne Reinigungspuls aus der Differenz der Atomzahlen mit und ohne Rekonversion ergibt<sup>1</sup>. Ein direkter Einfluss

<sup>1</sup>Ein Hinweis für nachfolgende Studenten: Bei dieser Vergleichsmessung ist es wichtig, die Verstimmung des Absorptionslichtes groß genug zu wählen, so dass es nicht zu Fehlern in der Teilchenzahlbestimmung aufgrund einer zu hohen optischen Dichte (KETTERLE *et al.*, 1999) kommt.



**Abbildung 3.10:**

Die Abbildung zeigt die verbleibende Anzahl der Moleküle nach einer Haltezeit von 30 ms im Gitter in Abhängigkeit von der Wellenlänge des Gitterlichts. In der Nähe von Übergängen zu angeregten Molekülzuständen beobachten wir starke Verluste.

des kombinierten Mikrowellen- und Lichtpulses auf die Molekülzahl ist demnach nicht gegeben.

### 3.3 Lebensdauer der Feshbach-Moleküle im optischen Gitter

Wie schon in der Einleitung erwähnt, erreichen wir durch die Verwendung eines optischen Gitters einen guten Schutz der erzeugten Feshbach-Moleküle vor inelastischen Stößen mit anderen Atomen oder Molekülen. Dadurch erzielen wir eine lange Lebensdauer der Moleküle im Gitter von bis zu 700 ms. Die Messung der Lebensdauer der Moleküle erfolgt durch Variation der Haltezeit der Moleküle im optischen Gitter vor der abschließende Messung der Molekülanzahl. Bevor unsere Messungen zur Lebensdauer präsentiert werden, sollen zuvor kurz die möglichen Verlustmechanismen diskutiert werden.

#### 3.3.1 Lichtinduzierte Verluste

Ein spezifischer Verlustmechanismus von Molekülen in optischen Gittern bzw. optischen Dipolfallen ist das Treiben von Übergängen zu elektronisch angeregten Zuständen durch das Gitterlicht. Die angeregten Moleküle zerfallen entweder in tiefer gebundene Vibrationszustände des elektronischen Grundzustandes oder in zwei getrennte Atome im Kontinuum. Die tief gebundenen Moleküle entziehen sich der Beobachtung. Die getrennten Atome ge-

hen aufgrund ihrer kinetischen Energie aus der Falle verloren. Beide Prozesse erscheinen als Verlust von Molekülen.

Wir benutzen einen Laser bei rund 830 nm für das optische Gitter. Abbildung 3.10 auf der vorherigen Seite zeigt das stark wellenlängenabhängige Verhalten dieser Verluste in dem untersuchten Bereich rund um 831 nm. Wir beobachten 6 getrennte Linien mit typischen Abständen von 100 GHz. Bei 830.4 nm befindet sich die größte Lücke zwischen zwei Linien. Diese Wellenlänge haben wir deshalb für das optische Gitter gewählt.

Um ein nahresonantes Treiben von Übergängen zu angeregten Zuständen mit Sicherheit zu vermeiden, müsste man für das Gitter einen Laser mit einer Wellenlänge größer als 1.7  $\mu\text{m}$  verwenden. Erst ab dieser Wellenlänge wären Übergänge in gebundene Zustände von angeregten Potentialen nicht mehr möglich (SPIEGELMANN *et al.*, 1989).

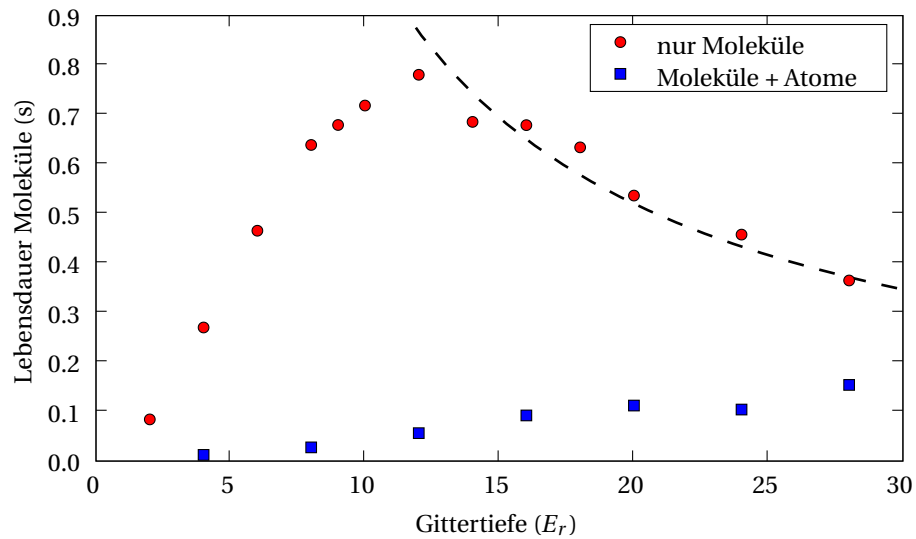
#### 3.3.2 Stoßinduzierte Verluste

Während es für ein einzelnes Molekül in einem angeregten Vibrationszustand aufgrund des Fehlens eines Dipolmomentes nicht möglich ist, durch Aussenden eines Photons in einen tiefer gebundenen Zustand zu zerfallen, ist eine Abregung des Moleküls bei einem Stoß mit einem weiteren Partner (Atom oder Molekül) möglich. Die frei werdende Bindungsenergie wird dabei in kinetische Energie umgewandelt. Dies führt zu Verlusten aus der Falle.

In bisherigen Experimenten zur Bildung von Feshbach-Molekülen ohne optisches Gitter wurde versucht, diesen Prozess durch Wahl geeigneter Dichten zu minimieren. Ein möglichst schnelles Abtrennen der Moleküle von den übrigen Atomen durch Stern-Gerlach-Separation (HERBIG *et al.*, 2003; DÜRR *et al.*, 2004A) oder Entfernen der Atome durch resonantes Licht (XU *et al.*, 2003) reduziert die Verluste durch Atom-Molekül Stöße. Dennoch liegt für Rb die maximale erzielte Konversionseffizienz bei 10% (DÜRR *et al.*, 2004B). Bei Verwendung eines tiefen optischen Gitters mit zwei Atomen pro Gitterplatz als Ausgangspunkt sind diese Verlustprozesse stark unterdrückt.

In SMIRNE *et al.* (2007) werden berechnete Ratenkoeffizienten für Verluste durch Atom-Molekül-Stöße in der Nähe der Feshbach-Resonanz bei 1007 G angegeben. Diese liegen typischerweise im Bereich zwischen  $10^{-10} - 10^{-9} \text{ cm}^3/\text{s}$ . Nimmt man als ganz grobe Abschätzung für die Dichte im optischen Gitter  $n = 1/a_{\text{ho}}^3$  mit  $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\omega}$  die harmonische Oszillatorlänge, die bei einer Gittertiefe von  $35E_r$  von  $a_{\text{ho}} \approx 50 \text{ nm}$  beträgt, so erhält man damit eine Lebensdauer  $1/\tau = K_{\text{am}}n$  von Atom plus Molekül am gleichen Gitterplatz in der Größenordnung von nur 1  $\mu\text{s}$ . Moleküle, die bei der adiabatischen Assoziation an Gitterplätzen mit mindestens drei Atomen gebildet werden, gehen deshalb sehr schnell verloren. Es ist sogar davon auszugehen, dass an dreifach besetzten Gitterplätzen schon vor dem Kreuzen der Feshbach-Resonanz durch Drei-Körper-Rekombination spontan Moleküle gebildet werden, die allerdings aufgrund ihrer dabei gewonnenen kinetischen Energie sofort verloren gehen. Der Ratenkoeffizient dafür ist nämlich in der Nähe der Feshbach-Resonanz resonant überhöht und steigt stark von ca.  $1 \times 10^{-30}$  auf über  $1 \times 10^{-18} \text{ cm}^6/\text{s}$  an (SMIRNE *et al.*, 2007).

Damit ein Molekül mit einem anderen Atom oder Molekül aus einem benachbarten Gitterplatz stoßen kann, müssen diese erst durch Tunneln an einem gemeinsamen Gitterplatz zusammenkommen. Die Zeitskala dafür ist durch das Tunnelmatrixelement  $J$  gegeben (siehe Abschnitt 2.2.1 auf Seite 57). Bei einer Gittertiefe von  $35E_r$  beträgt dessen Wert für Atome



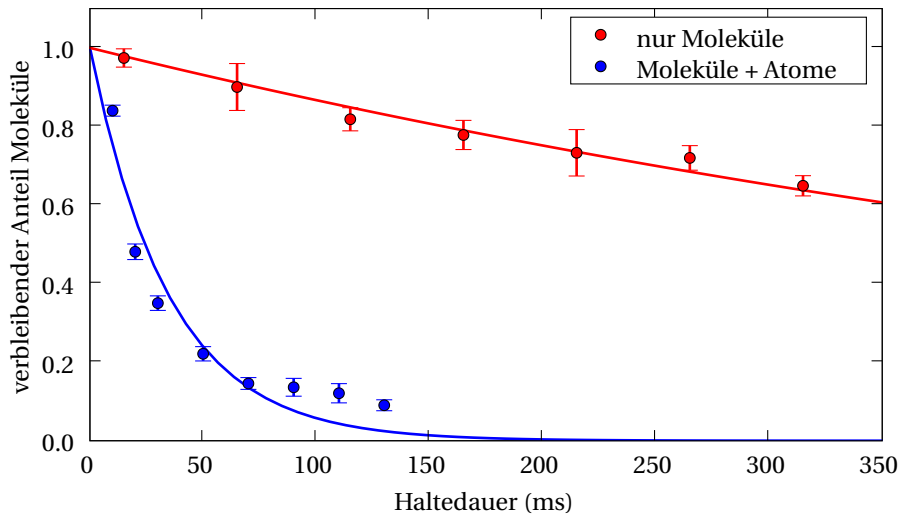
**Abbildung 3.11:**

Lebensdauer der Moleküle in Abhängigkeit von der Gittertiefe. Gezeigt sind Daten für ein reines Ensemble von Molekülen bzw. für ein gemischtes Ensemble aus Molekülen und Atomen. Die Daten für das reine Ensemble zeigen für Gittertiefen  $> 12E_r$  eine Lebensdauer, die umgekehrt proportional zur Gittertiefe ist (strichlierte Linie).

nur mehr  $J/\hbar \approx 1$  Hz. Die Verlustrate durch inelastische Atom-Molekül-Stöße ist folglich durch die Tunnelrate der Atome limitiert. Weiters ist auch zu beachten, dass die Moleküle im Vergleich zu Atomen das doppelte Dipol-Potential spüren sowie die doppelte Masse besitzen. Wegen Gleichungen (2.6) und (2.20) entspricht die Tunnelrate von Molekülen der von Atomen bei der vierfachen Lichtintensität des Gitters. Aufgrund der exponentiellen Abhängigkeit von  $J$  von der Gittertiefe ist deshalb die Tunnelrate von Molekülen erheblich kleiner als die von Atomen. Folglich sind in einem gemischten Ensemble aus Atomen und Molekülen im optischen Gitter die Verluste durch Atom-Molekül-Stöße sehr viel wahrscheinlicher als durch Molekül-Molekül-Stöße. Dies bedeutet auch, dass durch die Entfernung der Atome die Verluste der Moleküle aufgrund von inelastischen Stößen stark reduziert werden.

### 3.3.3 Messung der Lebensdauer der Moleküle in Abhängigkeit von der Gittertiefe

Um die unterschiedlichen Verlustmechanismen voneinander unterscheiden zu können, haben wir die Lebensdauer der Moleküle in Abhängigkeit von der Gittertiefe gemessen. Abbildung 3.11 zeigt die Ergebnisse für ein reines bzw. ein gemischtes Ensemble. Dazu haben wir das Gitter nach der adiabatischen Assoziation für eine Zeitspanne von 300 ms (nur Moleküle) bzw. 50 ms (Moleküle plus Atome) auf den angegebenen Wert abgesenkt. Für die Untersuchung der Lebensdauer der Moleküle in einem gemischten Ensemble fand die Rei-

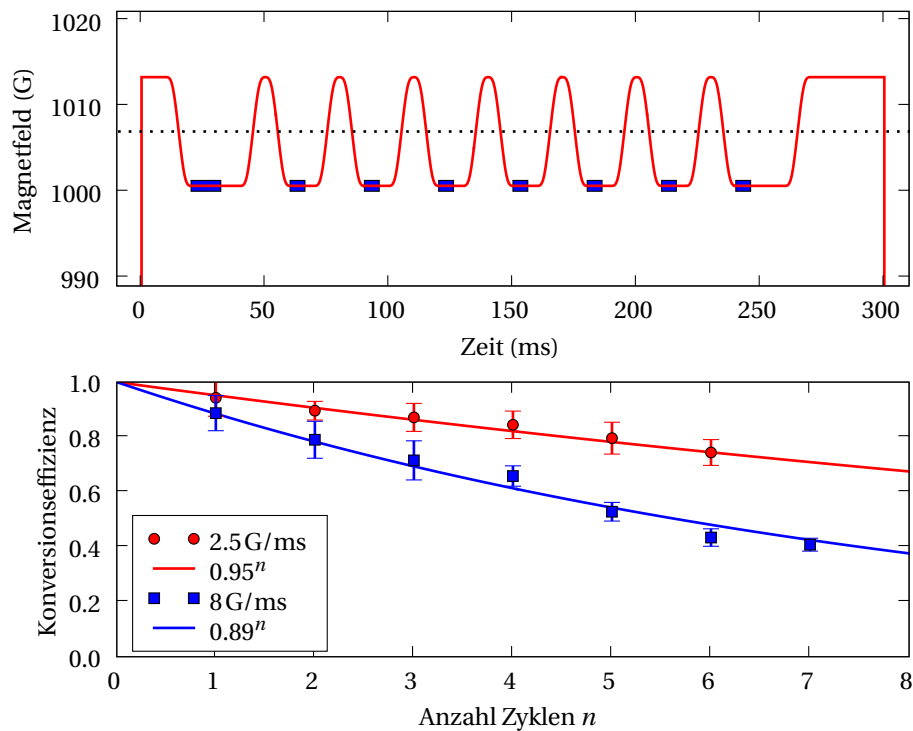
**Abbildung 3.12:**

Zerfall der Moleküle in einem Gitter mit  $10E_r$  Tiefe. Für diese Gittertiefe sind die Verluste noch dominiert durch Tunneln mit anschließenden inelastischen Stößen. Der Unterschied zwischen einem reinem Molekülensemble (Lebensdauer 700 ms) und einer Mischung von Molekülen und Atomen (Lebensdauer der Moleküle ca. 35 ms) ist erheblich und ist bedingt durch die deutlich größere Tunnelrate der Atome. Die durchgezogenen Linien zeigen exponentielle Zerfälle.

nigungsprozedur erst am Ende anstatt am Beginn der Haltezeit statt. Die gezeigte Lebensdauer wurde aus der verbleibenden Molekülanzahl unter der Annahme eines exponentiellen Zerfalls berechnet. Obwohl dieses Modell bei Verlusten durch inelastische Stöße nicht korrekt ist — der Zerfall der Moleküle hängt von Dichte und Verteilung der Atome und Moleküle ab — lassen sich die Daten (vgl. Abbildung 3.12) zumindest anfangs recht gut dadurch modellieren.

Für eine Gittertiefe größer als  $12E_r$  beobachten wir in Abbildung 3.11 auf der vorherigen Seite eine Lebensdauer für das reine Ensemble von Molekülen, die umgekehrt proportional zur Gittertiefe und damit zur Lichtintensität ist. Daraus lässt sich folgern, dass in diesem Bereich die Lebensdauer durch lichtinduzierte Verluste limitiert ist. Für eine Gittertiefe von ca.  $12E_r$  zeigt sich ein Maximum der Lebensdauer der Moleküle im reinen Ensemble von 700 ms. Für niedrigere Gitter dominieren hingegen Verluste durch Tunneln und darauf folgende inelastische Stöße, wie am Abnehmen der Lebensdauer mit geringer werdender Gittertiefe zu erkennen ist.

Für das gemischte Ensemble liegen die Lebensdauern deutlich unter denen für das reine Molekülensemble. Selbst bei den größten gemessenen Gittertiefen ist die Lebensdauer noch limitiert durch das Tunneln der Atome. Wie sehr die Lebensdauer der Moleküle durch



**Abbildung 3.13:**

Messung der Konversionseffizienz. Oben: Verlauf des Magnetfeldes, hier dargestellt für 7 Dissoziations/Assoziations-Zyklen. Die punktierte Linie zeigt die Position der Feshbach-Resonanz an. Am Ende eines jeden Zyklus wurde die Reinigungsprozedur zur Entfernung der einzelnen Atome durchgeführt, angedeutet durch die dunklen Balken. Unten: Für zwei verschiedene Rampengeschwindigkeiten haben wir Konversionseffizienzen für bis zu 7 Zyklen gemessen. Für die langsame Rampe (2 G/ms) erhalten wir eine Effizienz von 95 % pro komplettem Zyklus, für die schnellere (8 G/ms) ein Effizienz von 89 %. Die durchgezogenen Linien sind gegeben durch  $0.95^n$  bzw.  $0.89^n$ , wobei  $n$  die Anzahl der Zyklen bezeichnet.

das Entfernen der Atome verlängert wird, wird in Abbildung 3.12 auf der vorherigen Seite nochmals deutlich gemacht.

### 3.4 Konversionseffizienz bei der adiabatischen Assoziation von Molekülen

Für die adiabatische Assoziation bzw. Dissoziation von Atomepaare in Moleküle und zurück erwarten wir für genügend langsame Magnetfeldrampen theoretisch (siehe Abschnitt 3.1.3



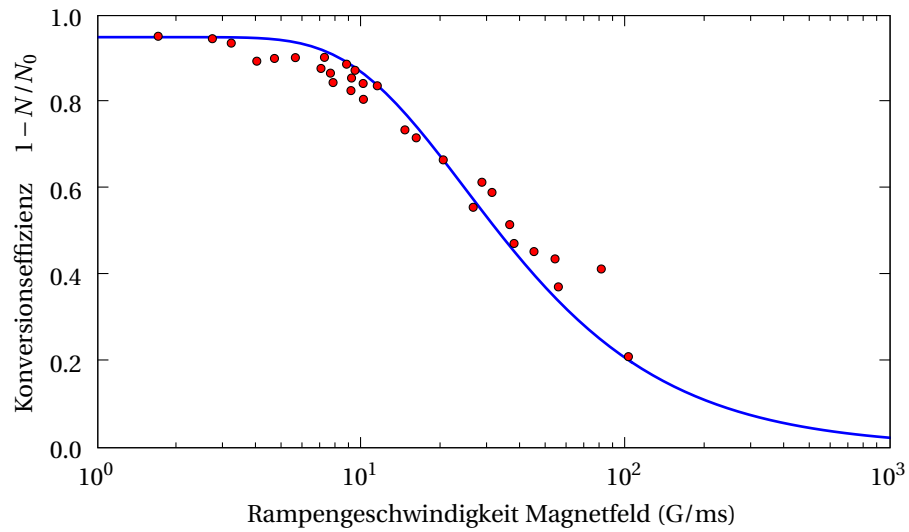
### 3.4 Konversionseffizienz bei der adiabatischen Assoziation von Molekülen

auf Seite 69) ein vollständige Konversion. Abbildung 3.13 auf der vorherigen Seite zeigt die Ergebnisse für die Konversionseffizienz mit einer langsamen Rampe. Ausgangspunkt dieser Messungen war ein reines Ensemble von Molekülen. Um die Konversionseffizienz zu messen, haben wir durch Rampen des Magnetfelds über die Feshbach die Moleküle zuerst dissoziiert und anschließend wieder assoziiert. Durch eine anschließende Anwendung der Reinigungsprozedur wurden Atome entfernt, die bei der Assoziation keine Moleküle gebildet hatten oder die nach der Dissoziation in höhere Bänder angeregt wurden bzw. sich durch Tunneln in unterschiedliche Gitterplätze aufgetrennt hatten. Um die Messgenauigkeit zu steigern, haben wir bis zu 7 dieser Dissoziations/Assoziations-Zyklen inklusive Reinigungsprozedur hintereinander ausgeführt. Den ersten Reinigungspuls, der zur Herstellung des reinen Molekülensembles dient, haben wir mit 2 ms deutlich länger als die darauf folgenden Reinigungspulse mit 300  $\mu$ s gewählt, da anfangs fast 100 mal mehr Atome entfernt werden müssen.

Aus dem Vergleich der Molekülzahlen, die wir erhalten haben, wenn das Magnetfeld entweder über die Feshbach-Resonanz gefahren oder stattdessen unterhalb der Resonanz gehalten wurde, ergibt sich die Konversionseffizienz. Dabei muss beachtet werden, dass beim Halten der Moleküle im Gitter lichtinduzierte Verluste auftreten, die bei Atompaaren nicht vorhanden sind. Diese wurden mithilfe der gemessenen Lebensdauer der Moleküle (siehe Abschnitt 3.3.3 auf Seite 80) von 300 ms bei einer Gittertiefe von  $35E_r$  aus den Daten herausgerechnet. Für eine langsame Rampe, wobei die Feshbach-Resonanz mit 2 G/ms gekreuzt wird, erhalten wir eine Effizienz von 95% für einen vollständigen Dissoziations/Assoziations-Zyklus.

#### 3.4.1 Abhängigkeit der Konversionseffizienz bei der Bildung von Molekülen von der Rampengeschwindigkeit

In Ergänzung zum vorherigen Abschnitt, wo die Konversionseffizienz für langsame Rampen studiert wurde, sollen nun Messungen der Konversionseffizienz für beliebige Rampengeschwindigkeiten gezeigt werden. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Abbildung 3.14 auf der nächsten Seite gezeigt. Dazu wurde zuerst ein reines Ensemble von Molekülen erzeugt und diese dann durch langsames Rampen mit einer Geschwindigkeit von 2 G/ms zurück über die Feshbach-Resonanz in Paare dissoziiert. Aus den im vorherigen Abschnitt beschriebenen Messungen wissen wir, dass dann mindestens 95 % der Atome in doppelt besetzten Gitterplätzen vorliegen. Anschließend wird in variabler Geschwindigkeit das Magnetfeld über die Feshbach-Resonanz gefahren und schließlich ganz ausgeschaltet. Bei langsamen, vollständig adiabatischen Magnetfeldrampen erzielen wir eine hohe Effizienz bei der Bildung von Molekülen, d.h. bei der folgenden Abbildung beobachten wir nur wenige übrig gebliebene Atome. In der Tat beobachten wir einen verbleibenden Rest von ca. 5 %, in Übereinstimmung mit dem nach den Messungen des obigen Abschnitts zu erwartenden Wert. Wir vermuten, dass dieser Rest durch eine mangelhafte Präparation des Ausgangszustandes bedingt ist, d.h. dass bei der vorausgehenden Dissoziation sich Atompaare durch Tunneln in verschiedene Gitterplätze auftrennen oder in höhere Vibrationsniveaus angeregt werden. Als Referenzwert  $N_0$  für die anfangs vorliegende Anzahl an Atomen verwenden wir die gemessene Atomzahl, wenn wir das Magnetfeld plötzlich mithilfe der MOSFET-Schalter aus-



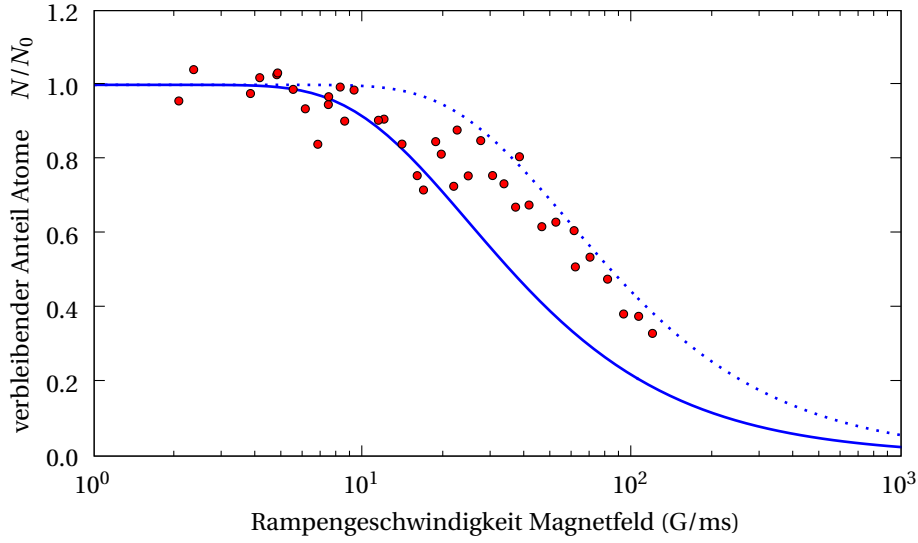
**Abbildung 3.14:**

Konversionseffizienz von Atompaaren in Moleküle in Abhängigkeit von der Rampengeschwindigkeit. Die Konversionseffizienz  $1 - N/N_0$  wurde aus der Anzahl  $N$  der nach dem Kreuzen der Feshbach-Resonanz verbleibenden Atomzahl sowie der anfänglich vorhandenen Atomzahl  $N_0$  berechnet. Letztere haben wir durch plotzliches Ausschalten des Magnetfeldes ermittelt. Die durchgezogene Linie basiert auf der theoretischen Modellierung durch Gleichung (3.2). Diese wurde zusätzlich mit einem Faktor von 0.95 multipliziert, um die begrenzte maximale Konversionseffizienz zu berücksichtigen.

schalten. Damit erreichen wir Geschwindigkeiten  $> 1000$  G/ms. Nach dem im Folgenden diskutierten Modell (3.2) erwarten wir, dass bei dieser Geschwindigkeit beim Kreuzen der Feshbach-Resonanz nur  $< 2\%$  der anfänglich vorliegenden Atome in Moleküle konvertiert werden.

In Abbildung 3.14 ebenfalls eingezeichnet ist der theoretisch zu erwartende Verlauf. Reduziert man das Zustandsdiagramm, wie es in Abbildung 3.4 auf Seite 71 gezeigt ist, nur auf den Vibrationsgrundzustand und den Molekülzustand, so lässt sich das Landau-Zener-Modell (LANDAU, 1932; ZENER, 1932) für die Übergangswahrscheinlichkeit beim Passieren einer vermiedenen Kreuzung darauf anwenden. Für die Wahrscheinlichkeit, beim linearen Herunterfahren des Magnetfeldes über die Resonanz ein Molekül zu bilden, erhält man dann das bemerkenswert einfache Resultat (MIES *et al.*, 2000; JULIENNE *et al.*, 2004; KÖHLER *et al.*, 2006)

$$p = 1 - e^{-2\pi\delta_{12}^{\text{ho}}} \quad (3.2)$$


**Abbildung 3.15:**

Abhängigkeit des verbleibenden Anteils an Atomen nach Dissoziation von der Rampengeschwindigkeit. Die durchgezogene Linie beschreibt die Effizienz für die Dissoziation in das niedrigste Vibrationsniveau (Gleichung 3.2), die punktierte Linie die Verluste der Atome aus dem Gitter durch Anregung zu Energien größer als  $25E_r$  (Gleichung 3.5).

mit

$$\delta_{LZ}^{\text{ho}} = \frac{\sqrt{6\hbar}}{\pi m a_{\text{ho}}^3} \left| \frac{a_{\text{bg}} \Delta B}{\dot{B}} \right|, \quad (3.3)$$

wobei  $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\text{ho}}}$  die harmonische Oszillator-Länge in einem einzelnen Gittertöpfchen ist. Weiters ist  $\Delta B = 210$  mG die Breite der Feshbach-Resonanz und  $a_{\text{bg}} = 100 a_0$  die Streulänge abseits der Feshbach-Resonanz. Bei diesem Modell wird angenommen, dass die Endpunkte der Rampe weit oberhalb bzw. unterhalb der Resonanz gewählt werden. Dieses Resultat ist übrigens auch unverändert gültig, berücksichtigt man alle Vibrationszustände wie in Abbildung 3.4 (GÓRAL *et al.*, 2004). Unsere Daten stimmen sehr gut mit den theoretischen Erwartungen aufgrund dieses Modells (3.2) überein. Für die Rechnung wurde die gemessene Gittertiefe von  $35E_r$  verwendet, dies entspricht einer Fallenfrequenz (Gleichung 1.5) von  $\omega_{\text{ho}} = 2\pi \times 39$  kHz. Die berechnete Kurve wurde zusätzlich mit einem Faktor von 0.95 skaliert, um die wie am Abschnittsbeginn diskutierte begrenzte maximale Konversionseffizienz zu berücksichtigen.

### 3.4.2 Verluste aus der Falle bei der Dissoziation von Molekülen

Analoge Messungen wie für die adiabatischen Assoziation haben wir auch für die Konversionseffizienz bei Dissoziation von Molekülen durchgeführt, siehe Abbildung 3.15 auf der vorherigen Seite. Ein reines Ensemble von Molekülen wurde mit variabler Rampengeschwindigkeit dissoziiert und anschließend noch für mindestens 50 ms im Gitter gehalten. Anschließend wurde das Magnetfeld schnell ausgeschaltet und die Anzahl  $N$  der verbliebenen Atome detektiert. Zur Normierung dient diesmal die beobachtete Teilchenzahl  $N_0$  bei langsamen Rampen. Grundsätzlich gilt, dass bei der Dissoziation unabhängig von der Geschwindigkeit der Rampe alle Moleküle in Atome umgewandelt werden. Bei höheren Rampengeschwindigkeiten besetzen die gebildeten Atompaaire jedoch nicht nur den untersten Vibrationszustand, sondern zerfallen in höhere Zustände oder in das darüber liegende Kontinuum. Bei letzterem Prozess gehen die Atome aufgrund der dabei übertragenen kinetischen Energie aus dem Gitter verloren.

Für die Effizienz der Dissoziation in den untersten Vibrationszustand gilt — als inverser Vorgang zur Assoziation — die gleiche Abhängigkeit (3.2) von der Rampengeschwindigkeit wie bei der Assoziation (KÖHLER *et al.*, 2006). Vor der abschließenden Abbildung schalten wir das Gitter adiabatisch aus. Damit könnten wir im Prinzip nur die Besetzung des untersten Bandes messen (vgl. Abschnitt 2.1.3 auf Seite 53). Durch die Projektion der dreidimensionalen Atomverteilung auf eine nur eindimensionale Verteilung bei der Abbildung und der Datenanalyse werden jedoch Atome aus höheren Bändern fälschlich der Besetzung der ersten Brillouin-Zone zugeordnet. Deshalb ist es nicht verwunderlich, dass mehr Atome detektiert werden als aus dieser Beziehung zu erwarten wäre.

Im Folgenden soll versucht werden, die Abhängigkeit der beobachteten Atomverluste aus dem Gitter von der Rampengeschwindigkeit genauer zu beschreiben. Hierzu verwenden wir ein vereinfachtes Modell der Dissoziation der Moleküle ohne Berücksichtigung des Gitters. Durch das zeitabhängige Magnetfeld bei der Dissoziation erfolgt ein Energieübertrag auf die aufgetrennten Atome. Für die Verteilung der Besetzung auf die verschiedenen Werte  $E$  der Energie der Relativbewegung nach der Dissoziation ins Kontinuum gilt die Beziehung (KÖHLER *et al.*, 2006, Gleichung 147)

$$n_{\text{diss}}(E) = \frac{\partial}{\partial E} \exp\left(-\frac{4}{3} \sqrt{\frac{mE}{\hbar^2}} \frac{|a_{\text{bg}} \Delta B|}{\hbar |\dot{B}|} E\right). \quad (3.4)$$

Daraus kann man unmittelbar berechnen, welcher Anteil  $p$  der Atome nach der Dissoziation eine Energie größer als  $E_0$  besitzt, nämlich

$$p = \int_{2E_0}^{\infty} n_{\text{diss}}(E) dE = 1 - \exp\left(-\frac{4}{3} \sqrt{\frac{m2E_0}{\hbar^2}} \frac{|a_{\text{bg}} \Delta B|}{\hbar |\dot{B}|} 2E_0\right). \quad (3.5)$$

Diese Beziehung zeigt in Abhängigkeit von der Rampengeschwindigkeit die gleiche Form wie die Landau-Zener-Formel (3.2). Aus der Bandstruktur für das 3D-Gitter, Abbildung 2.3 auf Seite 50, ist ersichtlich, dass bei einer Gittertiefe von  $35E_r$  schon ca.  $25E_r$  oberhalb des untersten Zustandes breite Bänder liegen, die fast vollständig alle Energien oberhalb abdecken. Atome in diesen Zuständen fallen während der Haltezeit aus dem Gitter heraus bzw.

### 3.4 Konversionseffizienz bei der adiabatischen Assoziation von Molekülen

werden bei der Absorptionsabbildung nicht erfasst, da sie sich nach der Expansion auf einen großen Raumbereich ausbreiten. Mit diesem Grenzwert von  $E_0 = 25E_r$  können die Messwerte für die nach der Dissoziation im optischen Gitter verbliebenen Atome gut durch die Abschätzung (3.5) beschrieben werden (punktierte Linie in Abbildung 3.15 auf Seite 85).



## Kapitel 4

# Repulsiv gebundene Atompaare im optischen Gitter

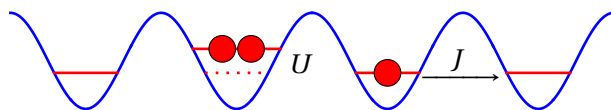
In diesem Kapitel werde ich unsere Beobachtung von repulsiv gebundenen Atompaaren (WINKLER *et al.*, 2006) kurz beschreiben. Eine ausführlichere Darstellung wird die Doktorarbeit von Klaus Winkler enthalten.

### 4.1 Motivation

Das Verhalten von kalten Atomen in tiefen optischen Gittern (siehe Abschnitt 2.2.1 auf Seite 55) ist wesentlich von der Wechselwirkung zwischen den Atomen bestimmt. Das einfachste System, wo dies eine Rolle spielt, sind zwei Atome am selben Gitterplatz. Dieses System zeigt trotz seiner Einfachheit überraschende Eigenschaften. Wie im Folgenden gezeigt werden wird, führt die abstoßende Wechselwirkung der Atome dazu, dass beide Atome sich nicht voneinander trennen. Aufgrund des Fehlens von dissipativen Prozessen in einem optischen Gitter ist dieser Zustand stabil.

### 4.2 Theorie

Das Verhalten von Atomen in hinreichend tiefen optischen Gittern wird durch das Bose-Hubbard-Modell beschrieben, wie es schon in Abschnitt 2.2.1 auf Seite 55 besprochen wurde. Die zwei wichtigen Parameter, durch die das System charakterisiert wird, sind die Wech-



**Abbildung 4.1:**

Zwei am selben Gitterplatz lokalisierte Atome zeigen eine Wechselwirkungsenergie  $U$ . Die maximale kinetische Energie bei der Bewegung eines Atoms im untersten Blochband durch das Gitter ist durch  $4J$  gegeben. In einem tiefen Gitter ist ein Aufbrechen des Paares aus Energieerhaltungsgründen unterdrückt.

selbstwirkungsenergie  $U$  für zwei Atome am selben Gitterplatz sowie das Tunnelmatrixelement  $J$ , die durch Änderung der Streulänge in der Nähe einer Feshbachresonanz bzw. durch Änderung der Gittertiefe unabhängig voneinander über weite Bereiche variiert werden können.

Aus dem Bose-Hubbard-Modell lässt sich unmittelbar ein einfaches Argument für die Stabilität eines einzelnen Atompaars in einem hinreichend tiefen Gitter ableiten: Die maximale kinetische Energie, die ein Atom im untersten Blochband (vgl. Abbildung 2.1 auf Seite 49) bei der Bewegung durch das Gitter erreichen kann, ist durch  $4J$  gegeben (gilt für den 1D-Fall). Für ein tiefes Gitter mit  $U > 8J$  kann ein Paar aus zwei am selben Gitterplatz lokalisierten Atomen aus Gründen der Energieerhaltung nicht in zwei getrennte Atome mit jeweils größtmöglicher kinetischer Energie von  $4J$  zerfallen. Aufgrund des Fehlens von dissipativen Prozessen bleiben die Atome dann zwangsläufig zusammen. Aus der im Folgenden dargestellten detaillierteren Beschreibung von Atompaaren im optischen Gitter folgt, dass im 1D-Fall sogar für beliebig kleine Wechselwirkung  $U$  die Atome zusammenbleiben.

#### 4.2.1 Analytische Lösung

Tiefere Einsichten in die Eigenschaften eines einzelnen Atompaars im Gitter erhält man aus der analytischen Lösung (DA VEIGA *et al.*, 2002; BÜCHLER, 2005; WINKLER *et al.*, 2006) des Bose-Hubbard-Modells für zwei Atome. Die Annahmen für dieses Modell sind, dass das Gitter hinreichend tief ist, so dass der Abstand zum nächsthöheren Band viel größer ist als die anderen relevanten Energieskalen  $U$  und  $J$ . Das Gitter wird als homogen und unendlich ausgedehnt angenommen, ein externes Potential wie es z.B. die Gravitation, die Magnetfalle oder die endliche Größe der Gitterstrahlen verursachen, wird vernachlässigt.

Für mehr Teilchen und mit Berücksichtigung externer Potentiale wurden in der Gruppe von Peter Zoller numerische Simulationen durchgeführt (DALEY *et al.*, 2006; HECKER DEN-SCHLAG UND DALEY, 2006). Diese erlauben einen unmittelbaren Vergleich unserer Messergebnisse mit theoretischen Berechnungen (WINKLER *et al.*, 2006).

Für die Lösung des Bose-Hubbard-Modell für zwei Atome ist es günstig, das System durch die Paar-Wellenfunktion  $\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  zu beschreiben. Diese ist nur für diskrete Positionen  $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^d x_i \mathbf{e}_i$  und  $\mathbf{y} = \sum_{i=1}^d y_i \mathbf{e}_i$  der beiden Atome definiert, wobei die  $\mathbf{e}_i$  die primitiven Gittervektoren des  $d$ -dimensionalen optischen Gitters und  $x_i$  ( $y_i$ ) die  $i$ -te ganzzahlige Koordinate eines Gittertöpfchens in Einheiten des Gitterabstands  $a$  sind. Aus dem Bose-Hubbard-Modell (2.19) ohne externes Fallenpotential ergibt sich direkt die Schrödinger-Gleichung  $H\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = E\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  für die Paarwellenfunktion mit

$$H = -J(\Delta_x + \Delta_y) + U\delta_{\mathbf{x},\mathbf{y}} \quad (4.1)$$

wobei

$$\Delta_x \psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^d \psi(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i, \mathbf{y}) - 2\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \psi(\mathbf{x} - \mathbf{e}_i, \mathbf{y}). \quad (4.2)$$

der diskrete Laplace-Operator im Gitter ist ( $\Delta_y$  analog). Eine wesentliche Vereinfachung erreicht man durch die Verwendung von Relativkoordinaten  $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$  und Schwerpunktkoordinaten  $\mathbf{R} = (\mathbf{x} + \mathbf{y})/2$ . Da das Wechselwirkungspotential selbst nur vom Relativabstand



abhängt, lässt sich die Schwerpunktsbewegung mit dem Ansatz  $\psi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \exp(i\mathbf{K}\mathbf{R})\psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  abseparieren. Dann reduziert sich das Problem (4.1) für ein Atompaar mit Gesamt-Quasi-Impuls  $\mathbf{K}$  der Schwerpunktsbewegung auf eine Schrödingergleichung für  $\psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  mit Hamilton (BÜCHLER, 2005; DA VEIGA *et al.*, 2002)

$$H = -2J\Delta_{\mathbf{K}} + E_{\mathbf{K}} + U\delta(\mathbf{r}), \quad (4.3)$$

dabei ist  $\Delta_{\mathbf{K}}$  mit

$$\Delta_{\mathbf{K}}\psi(\mathbf{r}) = \sum_i \cos(\mathbf{K}\mathbf{e}_i/2) (\psi(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i) - 2\psi(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r} - \mathbf{e}_i)) \quad (4.4)$$

der modifizierte diskrete Laplace-Operator und

$$E_{\mathbf{K}} = 4J \sum_i \left( 1 - \cos\left(\frac{\mathbf{K}\mathbf{e}_i}{2}\right) \right) \quad (4.5)$$

die kinetische Energie der Schwerpunktsbewegung. Dieselbe Gleichung (4.3) dient zur Beschreibung des Verhaltens eines einzelnen Teilchens in einem anisotropen Gitter mit einem einzelnen Punktdefekt (KOSTER UND SLATER, 1954).

Die stationären Lösungen  $H\psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r}) = E\psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{r})$  lassen sich in zwei Klassen einteilen. Zum einen gibt es die Streulösungen. Diese entsprechen im Wesentlichen (für große Abstände) zwei unabhängigen Teilchen mit Gesamt-Quasi-Impuls  $\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$ . Für  $\mathbf{K} = 0$ , beispielsweise, sind die Impulse der einzelnen Teilchen entgegengesetzt gleich ( $\mathbf{k}_1 = -\mathbf{k}_2$ ) und die Gesamtenergie  $E = E_{\mathbf{K}} + \epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}}$  mit

$$\epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}} = 4J \sum_i \cos(\mathbf{K}\mathbf{e}_i/2) (1 - \cos\mathbf{k}\mathbf{e}_i) \quad (4.6)$$

kann Werte zwischen 0 und  $8dJ$  einnehmen, jeweils bezogen auf das Minimum des untersten Bandes (siehe Abbildung 4.2 auf Seite 93). Hierbei ist  $\mathbf{k} = \frac{1}{2}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)$  der Relativ-Quasi-Impuls der beiden Teilchen mit Impulsen  $\mathbf{k}_1$  und  $\mathbf{k}_2$ . Die zugehörige Wellenfunktionen eines einzelnen Teilchens und damit auch des Paares entspricht im Wesentlichen einer Bloch-Welle und ist über das ganze Gitter ausgedehnt.

### Gebundene Zustände

Die Bindungsenergie  $E_{\mathbf{K}}^b$  von gebundenen Zuständen des Systems mit Hamilton (4.3) ist bestimmt durch die Bedingung (KOSTER UND SLATER, 1954; DA VEIGA *et al.*, 2002; BÜCHLER, 2005)

$$\int \frac{d^3\mathbf{k}}{\mathcal{V}_0} \frac{1}{E_{\mathbf{K}}^b - E_{\mathbf{K}} - \epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}}} = \frac{1}{U}, \quad (4.7)$$

dabei geht die Integration über die erste Brillouin-Zone, wobei  $\mathcal{V}_0$  deren Volumen bezeichnet. Für ein  $d$ -dimensionales einfach kubisches Gitter ist  $\mathcal{V}_0 = (2\pi/a)^d$ . Zumindest für den

1D-Fall lässt sich dieses Integral geschlossen darstellen und man erhält als Lösung (für  $U > 0$ )

$$E_{\mathbf{K}}^b = 4J \left( 1 + \sqrt{\left(\frac{U}{4J}\right)^2 + \cos^2 \frac{Ka}{2}} \right). \quad (4.8)$$

Daraus lässt sich ablesen, dass so ein gebundener Zustand — soweit die Näherungen des Bose-Hubbard-Modell noch zutreffend sind — für beliebige repulsive Wechselwirkungen  $U > 0$  existiert.

Wie in Abbildung 4.2 auf der nächsten Seite gezeigt, liegt die Energie dieses gebundenen Zustands oberhalb eines Kontinuums von Streuzuständen, d.h. die Paare weisen eine positive Bindungsenergie auf. Diese Eigenschaft ist ungewöhnlich und widerspricht der gewohnten Eigenschaft eines gebundenen Zustands, dass Energie aufgebracht werden muss, um ihn aufzubrechen:

» If  $E$  belongs to the point spectrum of  $H$ , the solution  $|\psi\rangle$  is called a *bound state* and its norm is finite. [This terminology only corresponds to relevant physical ideas in the cases in which  $E$  is less than the threshold energy of the essential spectrum, so that some energy, the binding energy, must be provided to break up a system in this state.] «

GALINDO UND PASCUAL (1990, S. 73), *Quantum Mechanics I*

Um diese besondere Eigenschaft herauszustreichen, wird deshalb vielfach die Bezeichnung »antibound state« verwendet (z.B. von DEMLER UND ZHANG (1995); TCHERNYSHYOV *et al.* (2001); TREBST *et al.* (2006) für bei der Beschreibung von Elektronen im Festkörper vorhergesagten gebundenen Zustände oberhalb des Kontinuums von Streuzuständen).

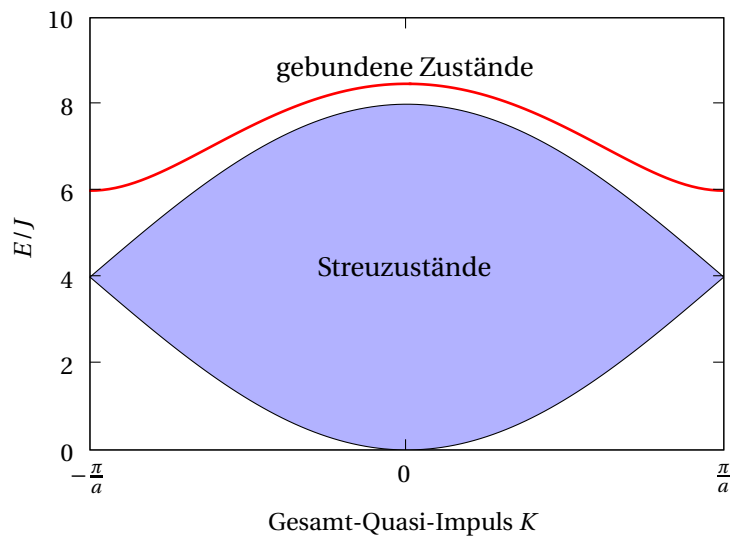
Für die 3D-Situation existiert so ein repulsiv gebundener Zustand — anders als im 1D-Fall — nur bei genügend starker Wechselwirkung bzw. genügend tiefem Gitter. Dieser Grenzwert hängt vom Gesamt-Quasi-Impuls  $\mathbf{K}$  des Paares ab. Abbildung 4.3 zeigt die Bindungsenergie

$$E_{\mathbf{K}}^b - \max_{\mathbf{k}} \{E_{\mathbf{K}} - \epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}}\} = E_{\mathbf{K}}^b - 4J \sum_i (1 + \cos(\mathbf{K}\mathbf{e}_i/2)) \quad (4.9)$$

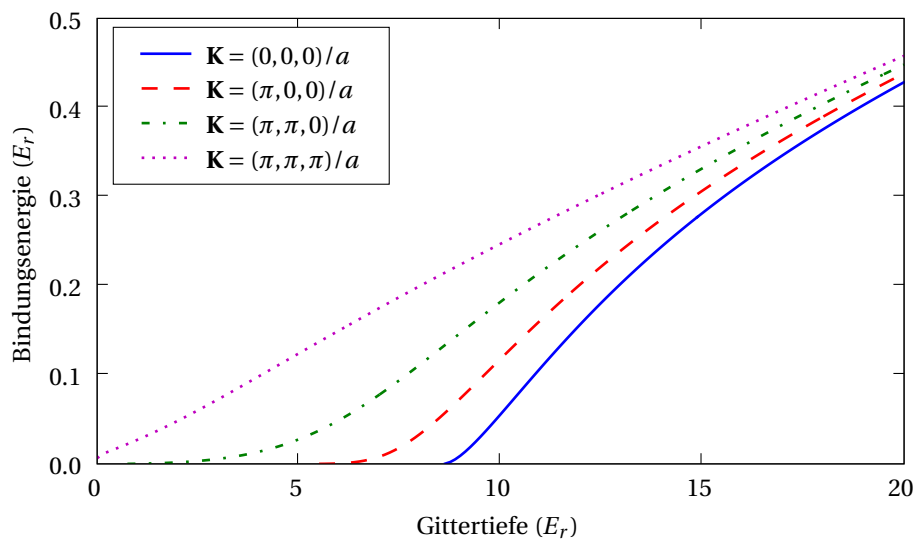
der Paare, das ist der kleinste Abstand zum Kontinuum, in Abhängigkeit von der Gittertiefe. Für  $\mathbf{K} = \mathbf{0}$  existiert der gebundene Zustand nur für  $U \gtrsim 7.9J$ , das entspricht für unsere Parameter (siehe Abbildung 2.8 auf Seite 59) einer Gittertiefe von  $V_0 \gtrsim 8.5E_r$ . Für  $\mathbf{K}$  am Rande der Brillouin-Zone verschiebt sich dieser Grenzwert hin zu kleineren Werten.

**Wellenfunktion** Die zur Bindungsenergie  $E_{\mathbf{K}}^b$  (Gleichung 4.7) gehörige Wellenfunktion hat im Impulsraum die einfache Form

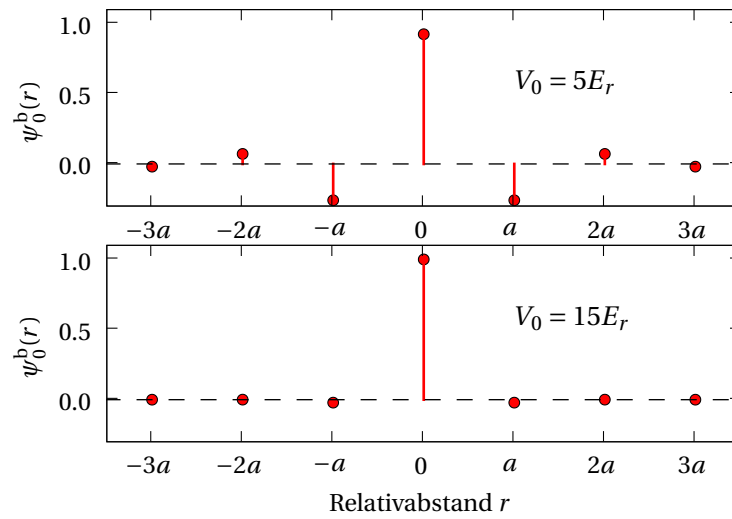
$$\psi_{\mathbf{K}}^b(\mathbf{k}) = c \frac{1}{E_{\mathbf{K}}^b - E_{\mathbf{K}} - \epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}}} \quad (4.10)$$



**Abbildung 4.2:** Energiespektrum zu (4.3) für den 1D-Fall in Abhängigkeit vom Gesamt-Quasi-Impuls  $K$  (mit  $U/J = 2$ ).

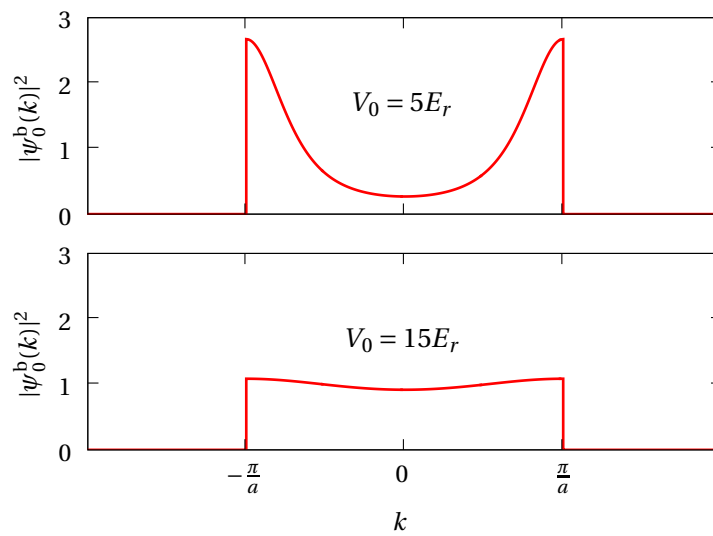


**Abbildung 4.3:** Bindungsenergie (4.9) der repulsiv gebundenen Paare für die 3D-Situation in Abhängigkeit von der Gittertiefe für verschiedene Werte des Gesamt-Quasi-Impulses  $\mathbf{K}$ . Für diese Berechnungen wurden  $U$  und  $J$  wie in Abbildung 2.8 auf Seite 59 verwendet.



**Abbildung 4.4:**

Paarwellenfunktion  $\tilde{\psi}_K^b(r)$  im Ortsraum (Gleichung 4.11) für  $K = 0$  (1D-Situation).



**Abbildung 4.5:**

Betrag der Paarwellenfunktion im Quasi-Impulsraum für  $K = 0$  (1D-Situation).

mit  $\epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}} = 4J \sum_i \cos(\mathbf{K}\mathbf{e}_i/2)(1 - \cos\mathbf{k}\mathbf{e}_i)$ ,  $E_{\mathbf{K}}$  wie in Gleichung (4.5) und  $c$  eine Normierungskonstante. Die Wellenfunktion in Relativkoordinaten ergibt sich daraus durch Fouriertransformation zu

$$\psi_{\mathbf{K}}^b(\mathbf{r}) = c \int \frac{d\mathbf{k}}{\mathcal{V}_0} \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})}{E_{\mathbf{K}}^b - E_{\mathbf{K}} - \epsilon_{\mathbf{K},\mathbf{k}}}. \quad (4.11)$$

Im Gegensatz zu den Streuzuständen ist die Wellenfunktion  $\psi_{\mathbf{K}}^b(\mathbf{r})$  in Relativkoordinaten lokalisiert (siehe Abbildung 4.4 auf der vorherigen Seite). Für niedrige Gittertiefen erstreckt sich die Wellenfunktion des repulsiv gebundenen Paares auch über benachbarte Gitterplätze, für tiefe Gitter hingegen sind beide Atome fast vollständig am selben Gitterplatz lokalisiert. Das Paar als Ganzes ist in seiner Schwerpunktskoordinate über das Gitter delokalisiert und kann von Gitterplatz zu Gitterplatz tunneln.

Die Abhängigkeit der Lokalisation von der Gittertiefe zeigt sich auch in charakteristischer Weise in der Wellenfunktion (4.10) im Impulsraum, siehe dazu Abbildung 4.5 auf der vorherigen Seite. Für tiefe Gitter, wenn beide Atome im gleichen Gittertopf lokalisiert sind, ist sie flach. Bei niedrigen Gittern zeigt sich hingegen eine Überhöhung der Besetzung am Rand der Brillouin-Zone. Diese charakteristische Impulsverteilung ist eine typische Signatur für repulsive gebundene Paare, die experimentell einfach zu beobachten ist, siehe Abbildung 4.7 auf Seite 97.

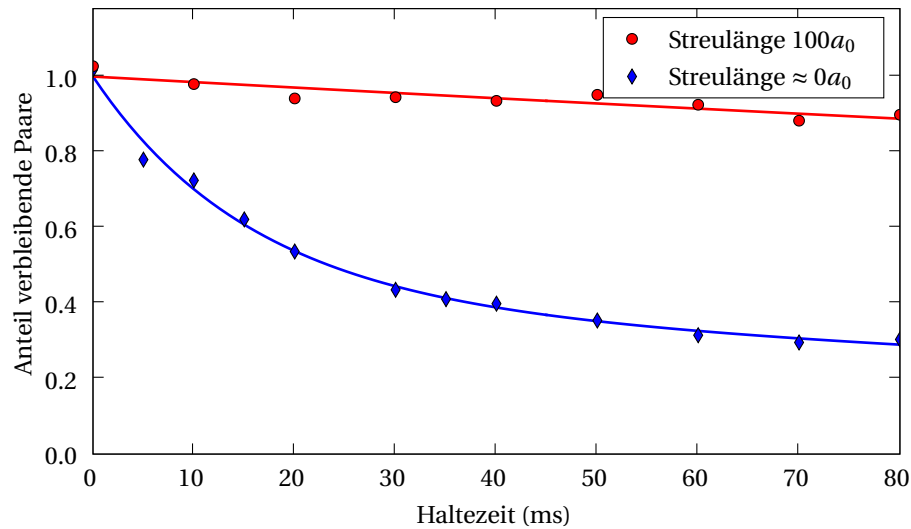
## 4.3 Experimentelle Beobachtungen

### 4.3.1 1D-Situation

Nachdem die 1D-Situation theoretisch so einfach beschreibbar ist, haben wir uns auch in den experimentellen Untersuchungen auf eine 1D-Situation konzentriert. Diese erreichen wir dadurch, indem wir beim 3D-Gitter zwei der drei Gitterstrahlenpaare immer bei maximaler Intensität halten. Das optische Potential dieser beiden Strahlen erzeugt ein Anordnung von vielen zigarrenförmigen Mikrofallen mit starkem radialem Einschluß. Ein Tunneln der Atome zwischen diesen Mikrofallen ist zu vernachlässigen. Das Strahlenpaar in der dritten Richtung mit variabler Intensität erzeugt nun entlang der Achse dieser Mikrofallen ein im Wesentlichen eindimensionales optisches Gitter, d.h. die Atome tunneln nur entlang dieser Richtung.

### 4.3.2 Präparation und Detektion von repulsiv gebundenen Paaren

Die gleichen experimentellen Techniken, die wir für die Erzeugung von Feshbach-Molekülen in optischen Gittern entwickelt und verwendet haben, erlauben auch die Präparation und Untersuchung von Atompaaren in einem optischen Gitter. Insbesondere die Herstellung von Atompaaren ist damit sehr einfach. Dazu dissoziieren wir in einem tiefen optischen Gitter Moleküle durch Rampen über die Feshbachresonanz in Atompaare (siehe Abschnitt 3.4). Auch die Detektion, wieviele Atompaare bzw. einzelne Atome vorliegen, erfolgt mit erprobten Techniken aus der Erzeugung von Feshbach-Molekülen. Dazu werden Paare durch adiabatische Assoziation (Abschnitt 3.2) in Moleküle umgewandelt und verbliebene



**Abbildung 4.6:**

Verbleibende Anzahl Paare nach Reduktion der Gittertiefe von  $35E_r$  auf  $10E_r$  Gittertiefe ( $J/\hbar = 63$  Hz). Bei Verringerung der Streulänge auf (fast) Null ergibt sich ein deutlich schnellerer Zerfall.

einzelne Atome durch die Reinigungsprozedur (Abschnitt 3.2) entfernt. Nach abschließender Dissoziation der Moleküle messen wir durch eine Absorptionsabbildung die Anzahl der Paare.

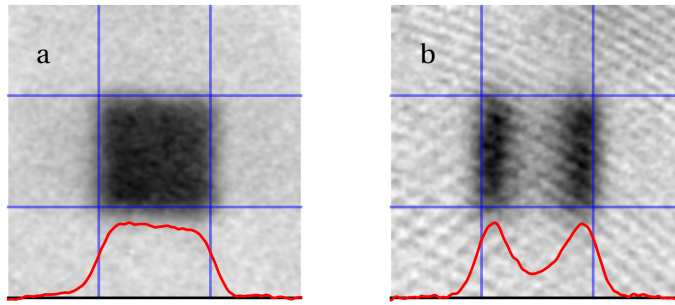
### 4.3.3 Lebensdauer repulsiv gebundener Paare

Ein klarer Nachweis der Stabilität der repulsiv gebundenen Paare erfolgt über die Messung der Lebensdauer. Im Folgenden wird gezeigt, dass die Paare viel länger zusammenbleiben als die Zeitspanne, die ein einzelnes Atom typischerweise zum Tunneln in ein benachbartes Gittertöpfchen benötigt.

Für diese Messung werden durch Dissoziation von Molekülen im tiefen Gitter Paare erzeugt. Anschließend wird für eine variable Zeitspanne die Gittertiefe in einer Richtung auf  $10E_r$  reduziert und danach die Anzahl der verbleibenden Paare gemessen. Das Reduzieren der Gittertiefe von  $35E_r$  auf  $10E_r$  ist nötig, um die Tunnelrate für einzelne Atome deutlich auf  $J/\hbar = 63$  Hz zu erhöhen.

Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 4.6 gezeigt. In der Tat beobachten wir nur einen langsamen Zerfall der repulsiv gebundenen Paare mit einer Zeitkonstante von ca. 700 ms. Zum Vergleich wurde eine exponentielle Zerfallskurve mit dieser Zeitkonstante eingezeichnet.

Im Gegensatz dazu haben wir die Lebensdauer der Paare gemessen, wenn in der Nähe der Feshbach-Resonanz die Streulänge und damit die Wechselwirkung anstatt von  $100 a_0$

**Abbildung 4.7:**

Absorptionsbilder nach freier Expansion. Die Linien geben die Grenzen der ersten Brillouin-Zone an. **(a)** Für diese Messung haben wir einen Zustand aus nur einzeln besetzten Gitterplätzen präpariert. Wie beobachten eine flache Impulsverteilung. **(b)** Im Gegensatz dazu zeigen repulsiv gebundene Paare eine charakteristische Überhöhung der Impulsverteilung am Rande der Brillouin-Zone, hier gezeigt für die 1D-Situation.

auf ungefähr  $0 a_0$  (siehe Abbildung 3.3 auf Seite 70) eingestellt wurde. Der genaue Wert der Streulänge  $a$  ist aufgrund der geringen Breite der Feshbach-Resonanz etwas unsicher, anhand des Stromrauschens (Abschnitt 1.5.1) von ca. 35 mG können wir eine ungefähre Obergrenze von  $|a| < 18a_0$  abschätzen. Dadurch reduziert sich die Wechselwirkungsenergie von anfangs  $U/h = 1800$  Hz auf  $|U/h| < 300$  Hz. Für diesen Fall von geringer Wechselwirkung beobachten wir einen deutlich schnelleren Zerfall der Paare als mit starker repulsiver Wechselwirkung. Er ist klar nicht-exponentiell. Um ihn dennoch in Zahlen fassen zu können, wurde ein doppel-exponentieller Zerfall  $a_1 \exp(-t/\tau_1) + a_2 \exp(-t/\tau_2)$  angepasst. Es ergeben sich Zeitkonstanten von  $\tau_1 = 15$  ms und  $\tau_2 = 200$  ms. Im Vergleich dazu beträgt die charakteristische Zeitskala  $h/J$  für das Tunneln bei einer Gittertiefe von  $10E_r$  ca. 16 ms.

#### 4.3.4 Impulsverteilung

Die Wellenfunktion  $\psi_{\mathbf{K}}^b(\mathbf{r})$  eines repulsiv gebundenen Paares (siehe Abschnitt 4.2.1 auf Seite 92) war uns einer direkten Beobachtung nicht zugänglich. Hingegen lässt sich nach einer freien Expansion die Impulsverteilung der Atome unmittelbar messen. Dazu wurde, wie in Abschnitt 2.1.3 auf Seite 53 beschrieben, das Gitter in typischerweise 3 ms heruntergefahren. Dadurch bleibt die Band- und Quasi-Impuls-Besetzung erhalten.

Die beobachtete Impulsverteilung (siehe Abbildung 4.7) zeigt für eine repulsive Wechselwirkung eine charakteristische Überhöhung am Rand der Brillouin-Zone. Die in Gleichung (4.10) gegebene Wellenfunktion  $\psi_{\mathbf{K}}^b(\mathbf{k})$  (vgl. Abbildung 4.5) beschreibt jedoch nicht unmittelbar diese beobachtete Verteilung. Gleichung (4.10) stellt nur die Wellenfunktion für einen Zustand mit Gesamt-Quasi-Impuls  $\mathbf{K}$  in Abhängigkeit vom Relativ-Quasi-Impuls  $\mathbf{k}$  dar. Die Wahrscheinlichkeit, nach der freien Expansion ein Atom mit Impuls  $\mathbf{k}_0$  zu beobach-

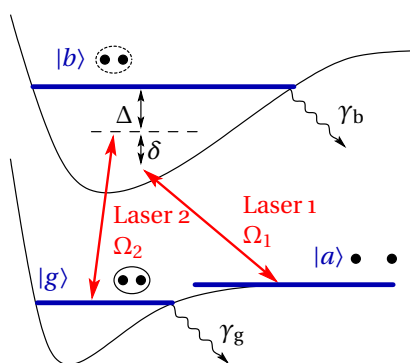
ten, ist hingegen durch  $|\psi_{\mathbf{k}}^b(\mathbf{k}_0 + \mathbf{K}/2)|^2$  gegeben. Weiters liegt nicht ein einzelner, genau definierter Wert von  $\mathbf{K}$  vor, sondern eine kontinuierliche Verteilung des Gesamtimpulses. Bei der Präparation der Paare, insbesondere bei der Erzeugung der Moleküle und der anschließenden Reinigungsprozedur, werden die Paare an einem bestimmten Gitterplatz lokalisiert (vgl. GARCÍA-RIPOLL, 2006). Dies bewirkt eine gleichmäßige Verteilung des Gesamtimpulses über die erste Brillouin-Zone. Selbst nach der Mittelung über diese flache Verteilung des Gesamt-Quasi-Impulses bleibt die charakteristische Überhöhung der beobachtete Impulsverteilung am Rande der Brillouin-Zone erhalten, wenn auch weniger ausgeprägt als z.B. in Abbildung 4.5 gezeigt.



## Kapitel 5

# Atom-Molekül-Dunkelzustände in einem Bose-Einstein-Kondensat

In diesem Kapitel berichte ich über die Beobachtung von Atom-Molekül-Dunkelzuständen bei der Zwei-Farben-Photoassoziation in einem  $^{87}\text{Rb}$ -BEC. Dunkelzustände sind in kohärent getriebenen atomaren Drei-Niveau-Systemen ein bekanntes Phänomen (siehe z.B. ARIMONDO UND ORRIOLS, 1976). Abbildung 5.1 zeigt die beteiligten Zustände für das von uns untersuchte System. Hierbei werden zwei Atome durch Licht an einen elektronisch angeregten Molekülzustand  $|b\rangle$  angekoppelt. Ein zweiter Laser koppelt diesen kurzlebigen Zustand an ein weiteres langlebiges Molekülniveau  $|g\rangle$  im elektronischen Grundzustand. Für den Fall, dass die Zwei-Photon-Verstimmung  $\delta = 0$  ist, bildet sich ein Dunkelzustand mit verschwindender Besetzung des angeregten Zustands  $|b\rangle$ . Wie später noch genauer diskutiert wird, ist dieser Zustand eine kohärente Überlagerung der Zustände  $|a\rangle$  und  $|g\rangle$ . Im Gegensatz zu den schon vertrauten Überlagerungen von Zuständen eines Objektes (z.B. elektronischen



**Abbildung 5.1:**

Schematische Darstellung der beteiligten Zustände und Übergänge für die Zwei-Farben-Photoassoziation. Zwei Atome im Zustand  $|a\rangle$  werden durch den Laser 1 an den elektronisch angeregten Molekülzustand  $|b\rangle$  angekoppelt. Dieser Zustand ist wiederum via Laser 2 mit dem Molekülzustand  $|g\rangle$  im elektronischen Grundzustand verbunden.  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  sind die Rabi-Frequenzen für die Kopplungen durch Laser 1 bzw. 2. Die Verstimmungen der Laser (wie eingezeichnet) werden durch  $\delta$  und  $\Delta$  bezeichnet. Den Zuständen  $|b\rangle$  und  $|g\rangle$  sind Zerfallsraten  $\gamma_b$  bzw.  $\gamma_g$  zugeordnet.

Zuständen eines Atoms) handelt es sich hier um eine Überlagerung von Atomen und Molekülen. Da wir mit einem BEC aus  $^{87}\text{Rb}$  als Ausgangspunkt arbeiten, ist die Beobachtung eines Dunkelzustands zudem ein klarer Hinweis für das Vorliegen eines kohärenten Überlagerungszustandes von einem BEC aus Rb-Atomen und einem quantenentarteten Gas von  $\text{Rb}_2$ -Molekülen.

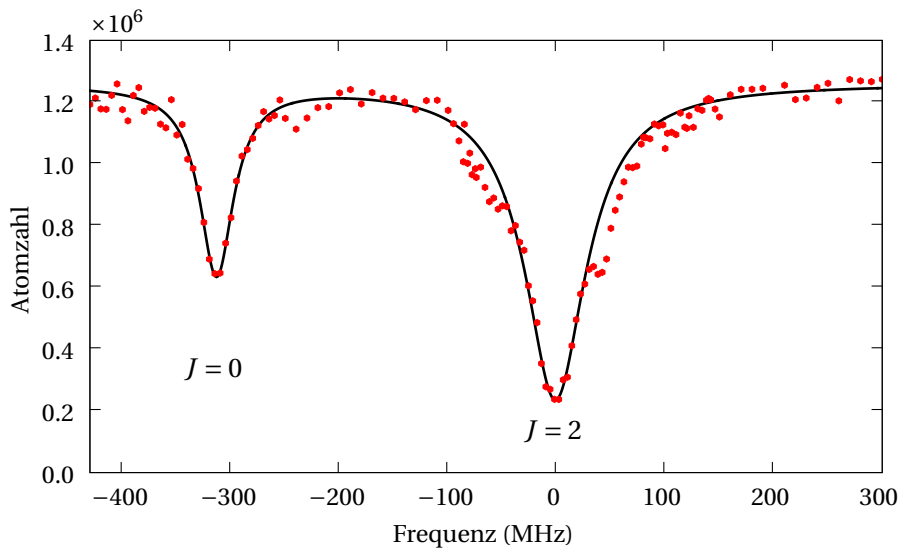
Neben dieser besonderen Eigenschaft ist die Untersuchung der Atom-Molekül-Dunkelzustände interessant in Hinblick auf eine effiziente Erzeugung von ultrakalten Molekülen mittels Photoassoziation (eine generelle Übersicht gibt JONES *et al.*, 2006). Atom-Molekül-Dunkelzustände sind eine Voraussetzung für die Anwendung eines analogen Verfahrens zu STIRAP (»stimulated Raman adiabatic passage«, BERGMANN *et al.* (1998)) für die vollständige Umwandlung eines atomaren BECs in ein Molekül-BEC, wie es von HOPE *et al.* (2001) vorgeschlagen wurde.

In den folgenden Abschnitten stelle ich zuerst die durchgeführten Messungen vor und in weiterer Folge das theoretische Modell, das wir zur Analyse dieser Daten verwendet haben. Mithilfe dieses Modells und den aus den Daten gewonnenen Parametern lässt sich dann u.a. die Frage beantworten, wie groß der Molekülanteil bei dem von uns untersuchten System ist.

## 5.1 Beobachtung von Atom-Molekül-Dunkelzuständen bei der Zwei-Farben-Photoassoziation

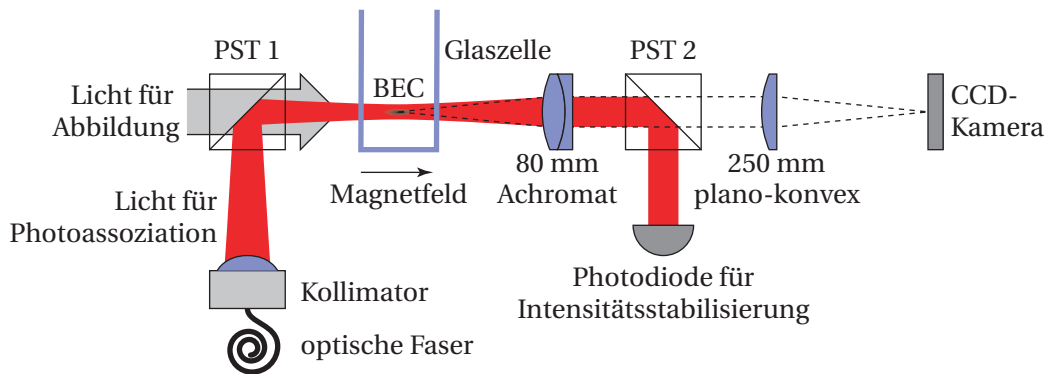
Als Ausgangszustand für die im Folgenden vorgestellten Experimente verwenden wir ein BEC im Zustand  $|f = 1, m_f = -1\rangle$  in der Magnetfalle. Als Molekülniveau  $|b\rangle$  haben wir den angeregten Zustand  $|v = 1, J = 2\rangle$  ausgewählt. Dieser gehört zum  $0_g^-$ -Potential, das für große Kernabstände asymptotisch mit den atomaren Zuständen  $S_{1/2} + P_{3/2}$  verbunden ist. Er liegt  $26.8 \text{ cm}^{-1}$  unterhalb der  $D_2$ -Linie bei einer Wellenlänge (in Luft) von ca. 781.63 nm. Dieses Niveau haben wir schon zur Untersuchung von optischen Feshbach-Resonanzen (THEIS *et al.*, 2004; THALHAMMER *et al.*, 2005) verwendet und dort genauer untersucht. Moleküle in diesem Zustand zerfallen sehr schnell (Zerfallsrate  $\gamma_b/2\pi = 12 \text{ MHz}$ ) in eine Vielzahl von anderen Zuständen. Zum Teil zerfallen sie in Molekülzustände des elektronischen Grundzustands, zum Teil in zwei getrennte Atome im Kontinuum. Experimentell beobachten wir dies als Verluste in der Atomzahl. Abbildung 5.2 auf der nächsten Seite zeigt eine Ein-Farben-Photoassoziationsmessung. Erwähnenswert ist, dass ca. 300 MHz unterhalb der verwendeten Linie eine weitere, schwächere Rotations-Linie  $|v = 1, J = 0\rangle$  liegt.

Als Molekülzustand  $|g\rangle$  im elektronischen Grundzustandpotential verwenden wir den vorletzten gebundenen Zustand im  $^3\Sigma_u^+$ -Potential mit einer Bindungsenergie von  $E_b/h = 636 \text{ MHz}$ . Die Bindungsenergie ist klein genug, um beide Photoassoziationsstrahlen mithilfe eines AOM im doppeltem Durchgang aus einem Laser (Titan-Saphir bzw. Diodenlaser, siehe Abschnitt 1.2) abzuleiten. Damit ist die Differenzfrequenz sehr genau definiert. Der Photoassoziations-Laser selbst ist mithilfe eines optischen Resonators auf ca. 1 MHz genau stabilisiert (siehe Abschnitt 1.2.1 auf Seite 15). Beide Strahlen werden in eine gemeinsame Glasfaser eingekoppelt, dadurch ist ein sehr guter räumlicher Überlapp der beiden Strahlen zueinander gewährleistet. Abbildung 5.3 auf der nächsten Seite zeigt schematisch den



**Abbildung 5.2:**

Ein-Farben-Photoassoziationmessung des angeregten Zustands. Bei dieser Messung wurde die Verstimmung von Laser 1, der die Atome an den angeregten Molekülzustand  $|b\rangle$  koppelt, variiert. Sichtbar sind die zwei Rotationslinien  $J = 0$  und  $J = 2$  des Vibrationszustandes  $|0_g^-, \nu = 1\rangle$ . Diese Messung wurde bei einer Intensität von  $460 \text{ W/cm}^2$  und einer Pulslänge von  $70 \mu\text{s}$  durchgeführt. Die durchgezogene Linie stammt von einem Fit zweier Lorentz-Kurven an die Verlustkoeffizienten, die mittels (5.31) aus den Teilchenzahlen berechnet wurden.



**Abbildung 5.3:**

Experimenteller Aufbau für Photoassoziationsmessungen, von oben betrachtet. Ähnlich wie beim Aufbau für das optische Gitter (Abbildung 1.14 auf Seite 20) wird das Photoassoziationslicht mittels polarisierender Strahlteiler (PST) mit dem Licht für die Absorptionsabbildung überlagert. Dies erleichtert die Justage auf die Atome erheblich.

optischen Aufbau. Um die nötigen Intensitäten zu erreichen, wurde ein Strahldurchmesser (waist) von ca. 150  $\mu\text{m}$  gewählt. Der Strahl verläuft entlang der Achse der Ioffe-Spule und ist linear polarisiert mit einer Richtung normal auf das Offset-Magnetfeld der QUIC-Falle. Beide Strahlen werden, je nach Intensität, für Zeiten zwischen 100  $\mu\text{s}$  und 100 ms eingestrahlt, anschließend wird die verbleibende Atomzahl gemessen.

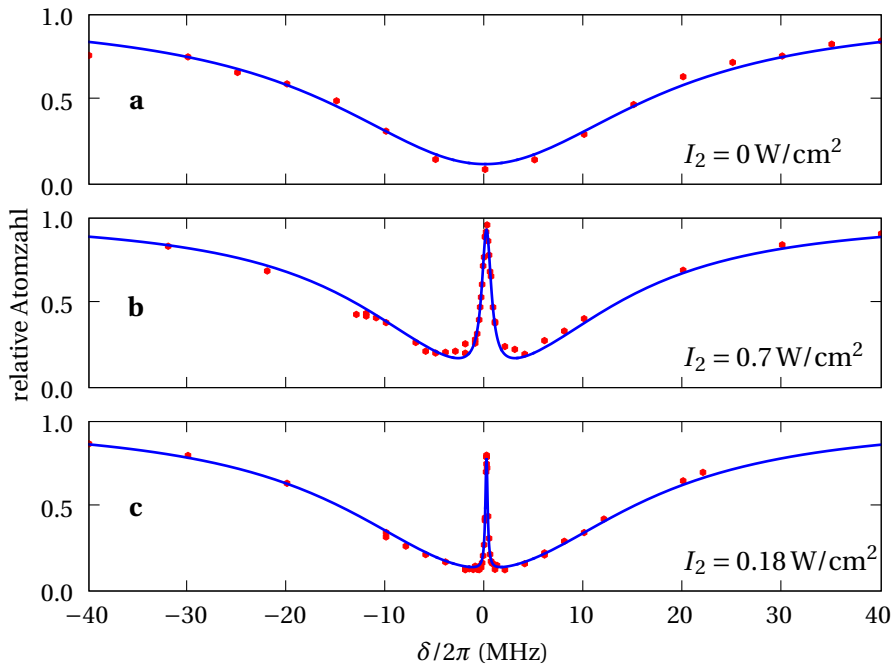
Die Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen experimentelle Daten von Zwei-Farben-Photoassoziationsmessungen. Als experimentelle Parameter können die Verstimmungen  $\Delta$  und  $\delta$  sowie die Intensitäten  $I_1$  und  $I_2$  variiert werden. Gemessen wird immer die verbleibende Atomzahl nach Einstrahlen des Photoassoziationslichts. Für die gezeigten Messkurven wurde nach dem Schema einer Autler-Townes-Spektroskopie die Verstimmung  $\Delta$  von Laser 2 bzgl. des Molekül-Molekül-Übergangs konstant gehalten und die Zwei-Photon-Verstimmung  $\delta$  variiert (siehe Abbildung 5.1 auf Seite 99). Ohne Laser 2 handelt es sich um Ein-Farben-Photoassoziation und man beobachtet eine breite Verlustkurve (Abb. 5.4a), verursacht durch den spontanen Zerfall der elektronisch angeregten Moleküle. Mit Laser 2 auf Resonanz werden bei  $\delta = 0$  hingegen die Verluste stark unterdrückt, es bildet sich dort ein Atom-Molekül-Dunkelzustand. Bemerkenswert ist die starke Unterdrückung der Verluste (um Faktor 70 in Abb. 5.4b) und die geringe Breite der Dunkelresonanz.

Abbildung 5.5 auf Seite 104 zeigt Messungen für unterschiedliche Werte von  $\Delta$  bei höheren Intensitäten, insbesondere von Laser 2. Die Dunkelresonanz für  $\Delta = 0$  ist dann deutlich verbreitert (Abb. 5.5a). Der angeregte Zustand spaltet sich durch die Kopplung an den Grundzustand in zwei Linien auf. Dieser Effekt ist als Autler-Townes-Aufspaltung (AUTLER UND TOWNES, 1955) bekannt. Für größere Verstimmungen von  $\Delta$  teilt sich die Kurve in eine breite und eine schmale Verlustlinie. Die breite Linie bei  $\delta \approx -\Delta$  ist bedingt durch Ein-Farben-Photoassoziation von Laser 1 und ist nur minimal abhängig von der Präsenz von Laser 2. Die schmälere, aber genauso tiefe Verlustkurve ist ein sogenannter Hellzustand. Wie die im nächsten Abschnitt beschriebene Modellierung ergibt, hat dort die Besetzung des angeregten Molekülzustandes ein Maximum. Damit einhergehend sind verstärkte Verluste. Auch die Anzahl der Grundzustandsmoleküle hat bei dieser Verstimmung ein Maximum, jedoch stammen die beobachteten Verluste aus dem angeregten Zustand und nicht aus Verlusten der Grundzustandsmoleküle. Entgegen der naiven Erwartung sinken sogar die beobachteten Verluste bei diesem Hellzustand, falls die Grundzustandsmoleküle eine signifikante Zerfallsrate aufweisen. Dies ist ein wohlbekannter Effekt bei kohärent getriebenen atomaren Mehrniveausystemen (siehe z.B. SHORE, 1990).

## 5.2 Modellierung der Zwei-Farben-Photoassoziation

In diesem Abschnitt gehe ich ausführlich auf die Modellierung der Zwei-Farben-Photoassoziation ein. Insbesondere beschäftige ich mich mit den Besonderheiten bei Vorliegen eines BECs. Aus der exakten Beschreibung der Photoassoziation im Mehrteilchen-Modell werden vereinfachte Lösungen gewonnen, die für die Beschreibung unserer Daten geeignet sind.

Ein Zugang zur Beschreibung der Photoassoziation (insbesondere in einem thermischen Gas) erfolgt über die Streutheorie (siehe z.B. BOHN UND JULIENNE, 1999; WEINER *et al.*, 1999). Dahinter steckt die Vorstellung, dass zwei Atome nur dann ein Molekül bilden können, falls


**Abbildung 5.4:**

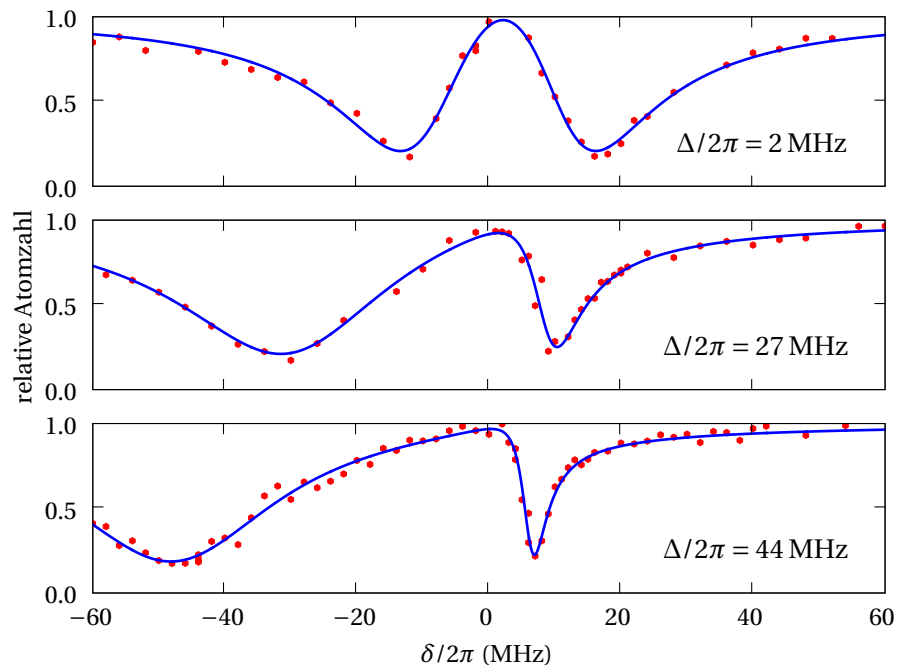
Messungen der verbleibenden Atomzahl nach 10 ms bei Zwei-Farben-Photoassoziation für  $\Delta = 0$  und  $I_1 = 7 \text{ W/cm}^2$  für unterschiedliche Werte von  $I_2$ . Mit Laser 2 beobachtet man bei  $\delta = 0$  eine starke Unterdrückung der Verluste als eindeutiges Zeichen für das Vorliegen eines Atom-Molekül-Dunkelzustandes.

sie sich (zufällig) nahe kommen, d.h. miteinander stoßen. Damit spielt die Dichte für die Erzeugung von Molekülen eine wesentliche Rolle. Unter Vernachlässigung von besonderen, durch die Wechselwirkung induzierten Korrelationen zwischen den Atomen ist dann die Rate für die Bildung eines Moleküls proportional zur Dichte. Damit folgen Verluste durch die Bildung von Molekülen via Photoassoziation (und generell Verluste durch Zwei-Teilchen-Prozesse) der Differentialgleichung

$$\dot{n} = -Kn^2. \quad (5.1)$$

Im Prinzip ist eine Berechnung des Ratenkoeffizienten  $K$  möglich, dies ist aber sehr komplex und erfordert eine sehr genaue Kenntnis der Molekülpotentiale.

Die Streutheorie lässt sich auch für ultrakalte Stöße in einem entarteten Gas anwenden. Als Besonderheit soll nur die Reduzierung der Streurrate um eine Faktor 2 gegenüber einem thermischen Ensemble (KETTERLE UND MIESNER, 1997) erwähnt werden. Ergebnisse der Streutheorie wurden von uns auch für die Beschreibung von optischen Feshbach-Resonanzen, d.h. die Änderung der elastischen Streueigenschaften in der Nähe einer Ein- oder



**Abbildung 5.5:**

Zwei-Farben-Photoassoziationsmessungen für  $I_1 = 80 \text{ W/cm}^2$  und  $I_2 = 20 \text{ W/cm}^2$  für unterschiedliche Werte der Ein-Photon-Verstimmung  $\Delta$ .

Zwei-Farben-Photoassoziationslinie verwendet (THEIS *et al.*, 2004; THALHAMMER *et al.*, 2005).

### 5.2.1 Photoassoziation in einem BEC

Der im Folgenden dargestellte Zugang zur Beschreibung der Zwei-Farben-Photoassoziation folgt Ideen (MACKIE UND JAVANAINEN, 1999; HEINZEN *et al.*, 2000), die ursprünglich in der Quantenoptik zur Beschreibung von Frequenzverdopplung bzw. von parametrischer Konversion verwendet wurden und die besonders die Ähnlichkeiten zu atomaren Mehr-Niveau-Systemen unterstreichen. Insbesondere berücksichtigt dieser Zugang von vornherein die Besonderheiten beim Vorliegen eines quantenentarteten Gases. Dies ist deshalb von Bedeutung, da unter anderem vorhergesagt wurde, dass für ein nichtentartetes Gas kohärente Prozesse wie z.B. STIRAP nicht möglich sind (KOŠTRUN *et al.*, 2000; MACKIE UND JAVANAINEN, 2000).

In diesem Zugang werden die Atome im Kondensat durch ein kohärentes, Materiewellenfeld beschrieben, das eine einzelne räumliche Mode besetzt. Die Zwei-Farben-Photoassoziation bewirkt eine Ankopplung dieses atomaren Materiewellenfeldes an Materiewellenfelder von angeregten bzw. Grundzustandsmolekülen, wobei aus Gründen der Einfachheit

ebenfalls jeweils nur eine einzelne räumliche Mode berücksichtigt wird. Dieses Modell wird deshalb als »Drei-Moden-Modell« bezeichnet (MACKIE *et al.*, 2000). Eine wichtige Annahme in diesem Modell ist, dass beim umgekehrten Prozess zur Photoassoziation, der Photodissoziation eines Moleküls in zwei Atome, die Atome wieder im Kondensat landen. Möglich ist auch der alternative Fall, dass ein Molekül aufgetrennt wird in zwei Atome mit entgegengesetzt gleichem Impuls ungleich Null (KOŠTRUN *et al.*, 2000). Die Atome gehen dabei aus dem Kondensat und möglicherweise sogar aus der Falle verloren. Dieser Prozess wird im Folgenden vernachlässigt.

### Photoassoziation im Mehrteilchenmodell

Zur Beschreibung des Systems wählen wir als Basis die Fock-Zustände  $|n, k, m\rangle$  mit  $n$  Atomen,  $k$  angeregten Molekülen und  $m$  Grundzustandsmolekülen. Weiters verwenden wir die Erzeugungs- und Vernichtungs-Operatoren  $a$ ,  $b$  und  $g$ . Die Wirkung dieser Operatoren auf die Basiszustände  $|n, k, m\rangle$  ist gegeben durch

$$\begin{aligned} a|n, k, m\rangle &= \sqrt{n}|n-1, k, m\rangle, \\ a^+|n, k, m\rangle &= \sqrt{n+1}|n+1, k, m\rangle. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Analoge Beziehungen gelten für  $b$  und  $g$ . Allgemein lassen sich die Fock-Zustände  $|n, k, m\rangle$  durch wiederholte Anwendung der Erzeugungs-Operatoren auf den Vakuumzustand  $|0, 0, 0\rangle$  erzeugen, d.h.

$$|n, k, m\rangle = \frac{(a^+)^n (b^+)^k (g^+)^m}{\sqrt{n!} \sqrt{k!} \sqrt{m!}} |0, 0, 0\rangle. \quad (5.3)$$

Die Operatoren erfüllen die üblichen Kommutator-Relationen für Bosonen

$$[a, a^+] = \mathbf{1}, \quad [b, b^+] = \mathbf{1}, \quad [g, g^+] = \mathbf{1}, \quad (5.4)$$

$$[a, b^+] = 0, \quad [a, g^+] = 0, \quad [b, g^+] = 0. \quad (5.5)$$

Eine einfache Modellierung der 2-Farben-Photoassoziation in einem BEC ist dann gegeben durch den Hamilton-Operator (vgl. MACKIE *et al.*, 2000)

$$\begin{aligned} H_{\text{WW}}/\hbar &= (\Delta + \delta - i\gamma_b/2)b^+b + \\ &(\delta - i\gamma_g/2)g^+g + \\ &\frac{\Omega_1}{2\sqrt{2}}(b^+aa + a^+a^+b) + \\ &\frac{\Omega_2}{2}(g^+b + b^+g). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die Definition der Verstimmungen der Laser  $\Delta$  und  $\delta$  sind in Abbildung 5.1 auf Seite 99 gezeigt. Die Kopplungsstärken  $\Omega_1$  und  $\Omega_2$  skalieren beide mit der Wurzel der Laserintensität. Die Atom-Molekül-Kopplung  $\Omega_1$  zeigt weiters die Abhängigkeit

$$\Omega_1 \propto \frac{1}{\sqrt{V}}, \quad (5.7)$$

wobei  $V$  ein charakteristisches Volumen für die Ausdehnung des BEC ist (KOŠTRUN *et al.*, 2000). Etwas ungewöhnlich ist der Faktor  $1/\sqrt{2}$  bei der Atom-Molekül-Rabifrequenz  $\Omega_1$ . Dieser ergibt sich aufgrund der Ununterscheidbarkeit der Atome in einem BEC und erleichtert die Notation im Folgenden.

Verluste durch die endliche Lebensdauer der Moleküle, die in Zustände außerhalb des untersuchten Systems zerfallen, werden durch imaginäre Anteile bei den Verstimmungen modelliert. Bei der im nächsten Abschnitt 5.3 auf Seite 113 beschriebenen Analyse der Daten hat es sich herausgestellt, dass die Lebensdauer der Grundzustands-Moleküle für typische Laser-Intensitäten durch nichtresonante Ankopplungen an kurzlebige Niveaus, die in diesem einfachen Drei-Moden-Modell nicht inkludiert sind, limitiert ist. Diese Verluste werden in Form einer effektiven Lebensdauer  $\gamma_g$  der Grundzustands-Moleküle berücksichtigt.

Ohne Verluste erhält der Hamilton-Operator (5.6) die Gesamtteilchenzahl

$$\begin{aligned} N &= a^\dagger a + 2b^\dagger b + 2g^\dagger g \\ &= N_a + N_b + N_g, \end{aligned} \tag{5.8}$$

d.h.  $[H, N] = 0$ . Diese Kommutator-Relation ist übrigens auch mit Verlusten erfüllt, allerdings ist dann die Norm der Lösung der zugehörigen Schrödingergleichung nicht erhalten. Sie nimmt in dem Maße ab, wie Teilchen aus dem System verloren gehen.

Die Erzeugung eines (angeregten) Moleküls aus zwei Atomen ist durch den Term  $b^\dagger a a$  beschrieben. Die quadratische Abhängigkeit von dem Vernichter  $a$  führt eine Nichtlinearität in das System ein, die im allgemeinen eine analytische Lösung des Problems verhindert. Nur in einigen Grenzfällen lassen sich einfache Lösungen angeben, ansonsten ist es nötig, das Problem numerisch zu lösen.

In diesem Modell werden die Wechselwirkungen der Atome und Moleküle mit- und untereinander vernachlässigt. Diese sind erstens klein gegenüber den anderen Energieskalen und führen vorwiegend zu Verschiebungen der Resonanzfrequenzen, die im Prinzip durch Kontrolle der Verstimmungen berücksichtigt werden könnten (KOŠTRUN *et al.*, 2000).

### Dunkelzustand im Zwei-Teilchen-Problem

In diesem Abschnitt beschäftige ich mit der Eigenschaften des soeben beschriebenen Systems mit Hamilton-Operator (5.6) für den einfachen Spezialfall, dass nur zwei Atome vorliegen. Dies reduziert die Komplexität des Problems erheblich. Dennoch lassen sich wesentliche Merkmale dieses Systems, insbesondere die Kriterien für das Vorliegen eines Dunkelzustandes sowie dessen grundlegenden Eigenschaften damit studieren.

Als Basiszustände für ein System mit Gesamtteilchenzahl 2 hat man dann nur die drei Zustände  $|a\rangle = |2, 0, 0\rangle$ ,  $|b\rangle = |0, 1, 0\rangle$  und  $|g\rangle = |0, 0, 1\rangle$ . Wie einleitend schon erwähnt, wird der Bewegungszustand der Atome bzw. Moleküle nicht berücksichtigt. Für die Matrixelemente des Hamilton-Operators (5.6) erhält man dann

$$H = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \Omega_1/2 & 0 \\ \Omega_1/2 & \Delta + \delta - i\gamma_b/2 & \Omega_2/2 \\ 0 & \Omega_2/2 & \delta - i\gamma_g/2 \end{pmatrix} \tag{5.9}$$



Dies ist die gleiche Matrix, wie sie auch bei der Beschreibung eines atomaren  $\Lambda$ -Systems auftritt (SHORE, 1990, siehe z.B.) .

Unter der Voraussetzung, dass  $\delta - i\gamma_g/2 = 0$  ist, d.h. die Zwei-Photon-Verstimmung  $\delta$  (siehe Abbildung 5.1 auf Seite 99) als auch Zerfallsrate  $\gamma_g$  des Zustands  $|g\rangle$  verschwinden, gibt es einen Eigenzustand mit  $H|\psi_D\rangle = E_D|\psi_D\rangle$  dieses Systems, dessen Eigenwert  $E_D$  keinen Imaginärteil aufweist. Dies bedeutet, dass dieser Eigenzustand keinem Zerfall unterliegt. Aufgrund dieser Eigenschaft wird dieser als »Dunkelzustand« bezeichnet. Mit der Wahl des Energie-Nullpunkts, wie er in (5.9) vorgenommen wurde, gilt sogar  $E_D = 0$ . Der Dunkelzustand erfüllt somit

$$H|\psi_D\rangle = E_D|\psi_D\rangle \quad \text{mit} \quad E_D = 0. \quad (5.10)$$

Der Dunkelzustand selbst ist gegeben durch

$$|\psi_D\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}} (\Omega_2|a\rangle - \Omega_1|g\rangle). \quad (5.11)$$

Dieser ist also eine kohärente Überlagerung von Atom- und Molekülzustand und enthält keinen Anteil des angeregten Molekülzustands.

Die Wahrscheinlichkeit für die Besetzung des Molekülzustandes ist

$$|\langle g|\psi_D\rangle|^2 = \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} \approx \left(\frac{\Omega_1}{\Omega_2}\right)^2 \quad \text{für} \quad \Omega_1 \ll \Omega_2. \quad (5.12)$$

Damit vorwiegend Moleküle vorliegen, muss  $\Omega_1 \gg \Omega_2$  sein. Diese Beziehung erklärt auch die Vorgehensweise bei STIRAP: Dabei wird der Dunkelzustand durch langsames Ändern der Laserintensitäten adiabatisch von anfangs vorwiegend Atomen zu vorwiegend Molekülen am Ende übergeführt. Dazu ist anfangs Laser 2 stärker, am Ende hingegen dominiert die Kopplung durch Laser 1.

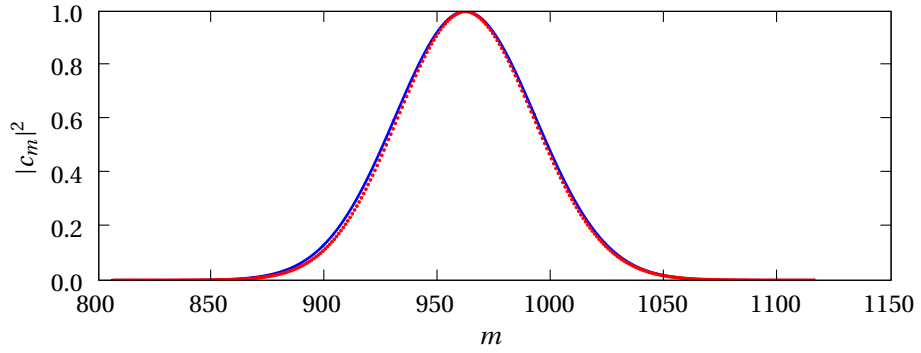
### Dunkelzustand im Mehr-Teilchen-System

Für mehr als zwei Teilchen lässt sich zur Bestimmung des Dunkelzustandes eine analoge Argumentation wie für das Zwei-Teilchen-System verfolgen (RITSCH, private Mitteilung). Wir setzen den Dunkelzustand in der Teilchenzahlbasis (5.3) an als Überlagerung von Zuständen mit unterschiedlicher Molekülanzahl mit insgesamt  $N$  Teilchen,

$$|\psi_D\rangle = \sum_{m=0}^{N/2} c_m |N - 2m, 0, m\rangle, \quad (5.13)$$

wobei der angeregte Zustand nicht besetzt ist. Diesen Ansatz unterwerfen wir der Bedingung (5.10),  $H|\psi_D\rangle = 0$ , mit dem Hamilton (5.6). Dabei setzen wir gleich von Anfang als Bedingung für das Vorliegen eines Dunkelzustandes  $\delta - i\gamma_g/2 = 0$ . Da laut Ansatz  $\langle e|\psi_D\rangle = 0$  ist, reduziert sich die Wirkung des Hamilton-Operators auf

$$H|\psi_D\rangle = \hbar \sum_{m=0}^{N/2} c_m \left( \frac{\Omega_1}{2} aae^+ + \frac{\Omega_2}{2} e^+g \right) |N - 2m, 0, m\rangle = 0. \quad (5.14)$$


**Abbildung 5.6:**

Molekülvzahlverteilung für  $N = 10^5$  und  $\left(\frac{\Omega_1 N}{\Omega_2}\right)^2 = 1000$ . Die Koeffizienten  $c_m$  wurden so skaliert, dass sie beim Maximum den Wert 1 annehmen. Zum Vergleich wurde eine Normalverteilung eingezeichnet mit Mittelwert  $m_0$  wie in (5.17) und Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{m_0}$ .

Daraus erhält man die Rekursionsgleichung

$$\frac{c_{m+1}}{c_m} = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2} \sqrt{\frac{(N-2m)(N-2m-1)}{m+1}} \quad (5.15)$$

und damit die Besetzung ( $C$  dient zur Normierung)

$$|c_m|^2 = C \left[ \left( \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \right)^2 \right]^m \frac{N(N-1)\dots(N-2m+1)}{m!}. \quad (5.16)$$

Die Besetzungen  $|c_m|^2$  der Zustände mit  $m$  Molekülen zeigen einen klar ausgeprägtes Maximum. Dessen Position gibt die mittlere Anzahl an Molekülen an und lässt sich aus der Bedingung  $\frac{c_{m_0+1}}{c_{m_0}} = 1$  berechnen. Man erhält in guter Näherung

$$m_0 \approx \frac{1}{2} \left( N + \left( \frac{\Omega_1}{2\Omega_2} \right)^2 \right) - \frac{\Omega_1}{2\Omega_2} \sqrt{\frac{1}{2}N + \frac{1}{4} \left( \frac{\Omega_1}{2\Omega_2} \right)^2}. \quad (5.17)$$

Dieses Ergebnis wird verständlicher in der Näherung geringer Molekülanzahlen  $m_0 \ll N$ , wie wir es für unsere experimentellen Parameter erwarten können. Dann reduziert sich (5.16) für die relevanten Koeffizienten mit  $m \approx m_0$  zu

$$|c_m|^2 \approx \left[ \left( \frac{\Omega_1 N}{\Omega_2} \right)^2 \right]^m \frac{1}{m!}. \quad (5.18)$$

Das ist eine Poisson-Verteilung mit Erwartungswert  $\mu = \left( \frac{\Omega_1 N}{\Omega_2} \right)^2$  und Varianz ebenfalls  $\mu$  und entspricht genau der Verteilung eines kohärenten Zustandes. Für  $\mu \gg 1$  ist die Verteilung

kaum zu unterscheiden von einer Normalverteilung mit gleichen Parametern (siehe Abbildung 5.6 auf der vorherigen Seite). Der Anteil der in Moleküle gebundenen Atome an der Gesamtzahl ist

$$\frac{2m_0}{N} = \left( \frac{\Omega_1 \sqrt{N}}{\Omega_2} \right)^2. \quad (5.19)$$

Dieser Wert stimmt mit dem Ergebnis des Zwei-Teilchen-Modells (5.12) überein, jedoch ist die Rabi-Frequenz  $\Omega_1$  mit dem Faktor  $\sqrt{N}$  skaliert. Zusammen mit der Abhängigkeit (5.7),  $\Omega_1 \propto \frac{1}{\sqrt{V}}$ , bedeutet dies einen zusätzlichen Faktor  $\sqrt{n}$ , wobei  $n$  die Atomdichte bezeichnet. Der Molekülanteil lässt sich also durch Erhöhen der Dichte vergrößern.

Es stellt sich heraus, dass der Zustand mit ungefährender Gleichbesetzung von Atomen und Molekülen ( $m_0 = N/4$ ) besonders interessant ist. Da dieser Bereich für unsere Parameter experimentell nicht zugänglich ist, möchte ich auf diesen Fall nur ganz kurz eingehen. Die Molekül-Atomzahlverteilung (5.16) zeigt dann eine um den Faktor 2 reduzierte Streuung gegenüber einem kohärenten Zustand mit gleicher Teilchenanzahl. Es handelt sich um einen Quetschzustand. Dies bedeutet zugleich auch das Vorliegen eines verschränkten Zustandes (SCERENSEN *et al.*, 2001). Es wurde gezeigt (CALSAMIGLIA *et al.*, 2001), dass ausgehend von diesem Zustand bei Berücksichtigung der Atom-Molekül-Wechselwirkung ein hochgradig verschränkter Zustand entstehen kann, der im Wesentlichen eine Überlagerung von zwei Zuständen ist, wo alle Atome als Moleküle bzw. als freie Atome vorliegen, ein sogenannter Schrödinger-Katzen-Zustand.

Der Dunkelzustand (5.16) und insbesondere (5.18) ähnelt dagegen für geringe Molekülzahlen  $m_0 \ll N$  einem Zustand

$$\left( (a^+)^2 + \sqrt{m_0} g^+ \right)^{N/2} |0, 0, 0\rangle, \quad (5.20)$$

bei dem alle Atome den gleichen Überlagerungszustand von Atom- und Molekülzustand einnehmen, d.h. es liegt ein Atom-Molekül-BEC vor.

### Näherung für große Teilchenzahlen

Die Berechnung der Dynamik für ein System aus vielen Teilchen (typisch  $10^6$  Atome im BEC) unmittelbar durch Integration der Schrödinger-Gleichung mit Hamilton-Operator (5.6) ist aufgrund der großen Zahl von Basiszuständen extrem aufwändig. Für die Modellierung der Messungen zu Atom-Molekül-Dunkelzuständen verwenden wir deshalb eine Näherungslösung für das Mehr-Teilchen-Problem. Dazu nützen wir aus, dass wie im vorherigen Abschnitt beispielhaft für die Dunkelzustände gezeigt wurde, die Atom- bzw. Molekülzahlverteilungen ein ausgeprägtes Maximum besitzen und gut durch die mittlere Atom- bzw. Molekülanzahl charakterisiert werden.

Wir gehen aus von den Gleichungen für die Zeitentwicklung der Erwartungswerte der Vernichter-Operatoren  $\alpha(t) = \langle a \rangle(t) = \langle \psi(t) | a | \psi(t) \rangle$ ,  $\beta(t) = \langle b \rangle(t)$  und  $\gamma(t) = \langle g \rangle(t)$  ( $\psi(t)$

bezeichnet eine Lösung der Schrödingergleichung des Systems (5.6))

$$\begin{aligned}
 \dot{\alpha} &= \frac{d}{dt} \langle a \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{WW}}, a] \rangle = -i \left\langle 2 \frac{\Omega_1}{2\sqrt{2}} a^+ b \right\rangle \\
 \dot{\beta} &= \frac{d}{dt} \langle b \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{WW}}, b] \rangle = -i \left\langle (\Delta + \delta - i\gamma_b/2) b + \frac{\Omega_1}{2\sqrt{2}} a a + \frac{\Omega_2}{2} g \right\rangle \\
 \dot{\gamma} &= \frac{d}{dt} \langle g \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [H_{\text{WW}}, g] \rangle = -i \left\langle (\delta - i\gamma_g/2) g + \frac{\Omega_2}{2} b \right\rangle
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Daraus ergibt sich ein einfaches Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}
 i \dot{\alpha} &= \frac{\Omega_1}{\sqrt{2}} \alpha^* \beta \\
 i \dot{\beta} &= (\Delta + \delta - i\gamma_b/2) \beta + \frac{\Omega_1}{2\sqrt{2}} \alpha^2 + \frac{\Omega_2}{2} \gamma \\
 i \dot{\gamma} &= (\delta - i\gamma_g/2) \gamma + \frac{\Omega_2}{2} \beta
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

für  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  und  $\gamma(t)$ , falls die sogenannte semi-klassische Näherung, nämlich  $\langle a^+ b \rangle = \langle a^+ \rangle \langle b \rangle = \alpha^* \beta$  und  $\langle a a \rangle = \alpha^2$ , angewandt wird. Diese Näherung ist gerechtfertigt, falls kohärente Zustände  $|\alpha, \beta, \gamma\rangle = C \exp(\alpha a^+) \exp(\beta b^+) \exp(\gamma g^+) |0, 0, 0\rangle$  vorliegen ( $C$  ist eine Normierungskonstante). Diese sind Eigenzustände zu den Operatoren  $a$ ,  $b$  und  $g$ , d.h.  $a|\alpha, \beta, \gamma\rangle = \alpha|\alpha, \beta, \gamma\rangle$  etc. Daraus folgt, dass für kohärente Zustände obige Voraussetzung erfüllt ist. Aus den Ergebnissen des vorherigen Abschnitt wissen wir, dass für typische Verhältnisse ( $N$  groß, geringer Molekülanteil  $m_0 \ll N$ ) im Wesentlichen kohärente Zustände vorliegen und diese Näherung damit gerechtfertigt ist.

Die mittleren Atom- und Molekülzahlen  $\langle a^+ a \rangle = |\alpha|^2$  etc. erfüllen die Relationen  $0 \leq |\alpha|^2 \leq N$ ,  $0 \leq |\beta|^2 \leq N/2$  und  $0 \leq |\gamma|^2 \leq N/2$  ( $N$  ist die Gesamtanzahl der Atome, die anfangs vorhanden ist). Es ist praktischer, mit den skalierten Größen  $\tilde{\alpha} = \frac{\alpha}{\sqrt{N}}$ ,  $\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\sqrt{N/2}}$  und  $\tilde{\gamma} = \frac{\gamma}{\sqrt{N/2}}$  zu arbeiten. Dann ist z.B.  $0 \leq |\tilde{\gamma}|^2 \leq 1$  der relative (zur Anfangszahl bezogene) Anteil an Atomen, die in Grundzustandsmolekülen gebunden sind. Das Differentialgleichungssystem (5.22) lautet dann

$$\begin{aligned}
 i \dot{\tilde{\alpha}} &= \frac{\Omega_1 \sqrt{N}}{2} \tilde{\alpha}^* \tilde{\beta} \\
 i \dot{\tilde{\beta}} &= (\Delta + \delta - i\gamma_b/2) \tilde{\beta} + \frac{\Omega_1 \sqrt{N}}{2} \tilde{\alpha}^2 + \frac{\Omega_2}{2} \tilde{\gamma} \\
 i \dot{\tilde{\gamma}} &= (\delta - i\gamma_g/2) \tilde{\gamma} + \frac{\Omega_2}{2} \tilde{\beta}.
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Es ähnelt der Schrödingergleichung für das Zwei-Teilchen-Problem, enthält jedoch nichtlineare Terme und wir lösen es deshalb numerisch. Formal erhält man (5.23) aus der Schrödingergleichung zu (5.9), wenn man die Atom-Molekül-Rabifrequenz  $\Omega_1$  für das Zwei-Teilchen-Problem ersetzt durch

$$\Omega_1^{\text{eff}} = \Omega_1 \sqrt{N} \alpha = \Omega_1 \sqrt{N_a}. \tag{5.24}$$

Da nach (5.7) die Kopplungsstärke  $\Omega_1 \propto \frac{1}{\sqrt{V}}$  erfüllt, ist damit die effektive Atom-Molekül-Rabi-Frequenz  $\Omega_1^{\text{eff}} \propto \sqrt{\frac{N_a}{V}}$  proportional zur Wurzel der Atomdichte  $\sqrt{n_a}$ . Die Modellierung geht dabei von einem homogenen System mit konstanter Dichte aus.

### 5.2.2 Ratenmodell

In diesem Abschnitt stelle ich eine einfache Methode zur näherungsweise Lösung der Differentialgleichung (5.23) vor. Diese Methode bringt eine erhebliche Beschleunigung der Berechnungen für die Anpassung der Theoriekurven an die Messdaten. Zudem erlaubt diese Methode eine einfache Berechnung der Zeitentwicklung in einem inhomogenen System. Dahinter steckt die Beobachtung, dass die Zeitentwicklung für die Anzahl der Atome in unserem System für typische Parameter gut durch die Ratengleichung  $\dot{n} = -Kn^2$  (Gleichung 5.1) beschrieben wird. Im Folgenden zeige ich, wie der Ratenkoeffizient  $K$  bestimmt werden kann.

Abbildung 5.7 auf der nächsten Seite zeigt die numerische Lösung von (5.23) für typische Parameterwerte. Anfangs liegen ausschließlich Atome vor, jedoch nach kurzer Zeit ( $\lesssim 1 \mu\text{s}$ , man beachte die logarithmische Zeitachse) bildet sich eine Besetzung des Molekülzustandes. Dabei auftretende Rabi-Oszillationen sind stark gedämpft. Der Molekülanteil ist nur klein und führt deshalb zu keiner nennenswerten Verringerung der Atomanzahl. Erst für sehr viel längere Zeiten ist eine Abnahme der Atom- und Molekülanzahl zu beobachten. Für nicht allzu lange Zeiten ist die nichtlineare Abhängigkeit in (5.23) von  $\tilde{\alpha}$  deshalb ohne Bedeutung und die Zeitentwicklung wird durch ein lineares Differentialgleichungssystem ähnlich (5.9) beschrieben, jedoch mit  $\Omega_1$  ersetzt durch  $\Omega_1^{\text{eff}}$ . Dieses ergibt exponentielle Verluste  $|\tilde{\alpha}(t)|^2 = \exp(-\gamma_{\text{eff}}t)$  mit einer Zerfallsrate gegeben durch den betragsmäßig kleinsten Imaginäranteil  $\gamma_{\text{eff}}/2 = \min_i \{|\Im(\lambda_i)|\}$  der Eigenwerte  $\lambda_i$ . Vergleicht man dies mit der Differentialgleichung (5.1) in der Form

$$\dot{N} = -(Kn)N, \quad (5.25)$$

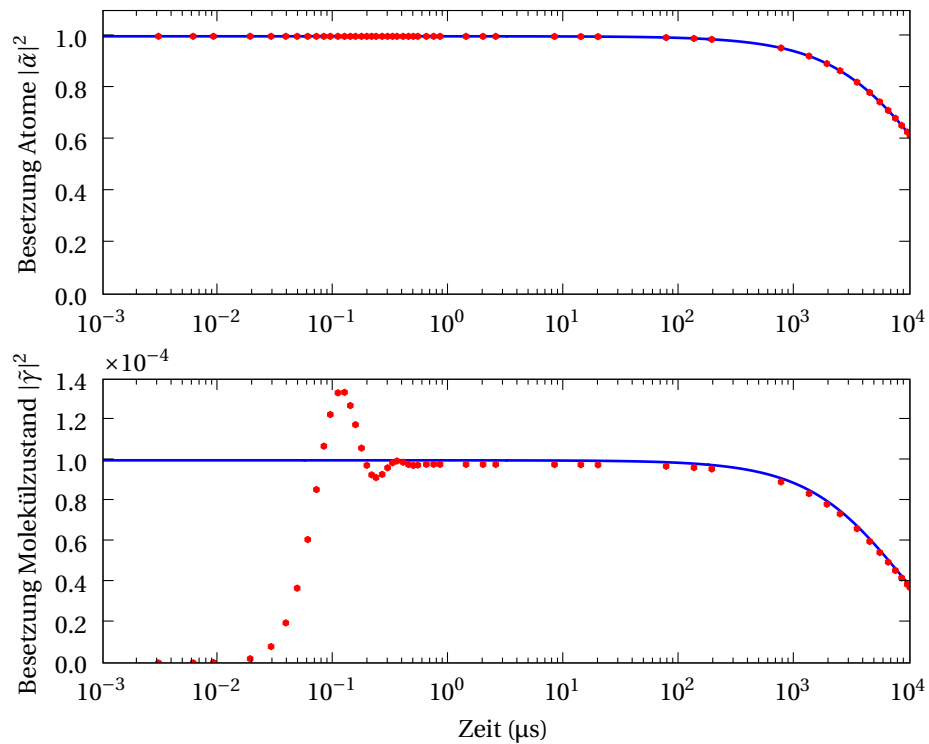
gültig für ein homogenes System, deren Lösung für kurze Zeiten ebenfalls ein exponentielles Zerfallsverhalten  $N(t)/N(0) = \exp(-Kn(0)t)$  zeigt, so liest man ab

$$Kn = \gamma_{\text{eff}}. \quad (5.26)$$

Die Differentialgleichung (5.25) und damit auch die Zeitentwicklung von (5.23) für lange Zeiten hat die einfache Lösung

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \frac{1}{1 + Kn(0)t} = \frac{1}{1 + \gamma_{\text{eff}}t}. \quad (5.27)$$

Für die Bestimmung der Zeitentwicklung genügt es somit, nur einmal die Eigenwerte einer kleinen Matrix (5.9) zu berechnen, anstatt die Differentialgleichung (5.23) numerisch zu integrieren. Abbildung 5.7 auf der nächsten Seite zeigt die gute Übereinstimmung zwischen der numerischen Lösung und der näherungsweise Lösung (5.27).


**Abbildung 5.7:**

Zeitentwicklung der Differentialgleichung (5.23) für Parameterwerte  $\Omega_1^{\text{eff}}/2\pi = 100$  kHz,  $\Omega_2/2\pi = 10$  MHz,  $\gamma_b/2\pi = 10$  MHz,  $\gamma_b/2\pi = 100$  kHz und  $\Delta = \delta = 0$ . Die Zeitachse wurde logarithmisch skaliert, um die unterschiedlichen Zeitskalen besser zu verdeutlichen. Als Anfangszustand wurde eine ausschließliche Besetzung des Atomzustands  $\tilde{a} = 1$  verwendet. Die roten Punkte zeigen die numerische Lösung der Differentialgleichung, die durchgezogene Linie ergibt sich aus der vereinfachten Lösungsmethode (siehe Text).

### Ratenmodell im inhomogenen System

Das im vorigen Abschnitt eingeführte Ratenmodell geht von der Annahme aus, dass ein homogenes System mit konstanter Dichte vorliegt. Diese Annahme trifft allerdings auf ein Experiment mit einem BEC in einer Magnetfalle nicht zu. In einem einfachen Zugang, dies zu berücksichtigen, geht man analog zum vorherigen Abschnitt auf die Differentialgleichung (5.1) zurück und berücksichtigt die räumliche Dichteverteilung im Kondensat. Diese Vorgangsweise entspricht der Beschreibung durch eine modifizierte Gross-Pitaevskii-Gleichung im Rahmen einer »mean field« Theorie (DRUMMOND *et al.*, 1998, 2002; KOŠTRUN *et al.*, 2000). Zwei Grenzfälle sind einfach lösbar:

**Langsame Verluste** Falls die Verluste nur langsam in Relation zu den Fallenfrequenzen erfolgen, kann davon ausgegangen werden, dass sich das Kondensat stets im Gleichgewicht befindet und die Dichteverteilung zu jedem Zeitpunkt durch ein parabolisches Thomas-Fermi-Profil (für eine harmonische Falle)

$$n(r) = n_{\max} \left( 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right) \quad \text{für } |r| < r_0 \quad (5.28)$$

mit Maximaldichte  $n_{\max} = 0.118 \left( Nm^3 \bar{\omega}^3 / (\hbar^3 a^{\frac{3}{2}}) \right)^{\frac{2}{5}}$  und Thomas-Fermi-Radius  $r_0$  beschrieben werden kann.

Durch räumliche Integration von (5.1) erhält man daraus die Differentialgleichung für die Gesamtzahl

$$\dot{N} = -K \frac{\int n^2(r) d^3r}{\int n(r) d^3r} N = -K \frac{n_{\max}}{4} N. \quad (5.29)$$

Da nun wie oben angegeben  $n_{\max} \propto N^{\frac{2}{5}}$  ist, erhält man als Lösung für die Zeitentwicklung der Gesamtzahl

$$N(t) = N(0) \left( \frac{1}{1 + \frac{2}{5} K \frac{n_{\max}(0)}{4} t} \right)^{\frac{5}{2}}. \quad (5.30)$$

Dieses Modell wurde für die Analyse aller Daten mit Pulslängen  $\geq 10$  ms angewendet, wie sie typischerweise für Intensitäten  $I_1 \leq 10$  W/cm<sup>2</sup> verwendet wurden.

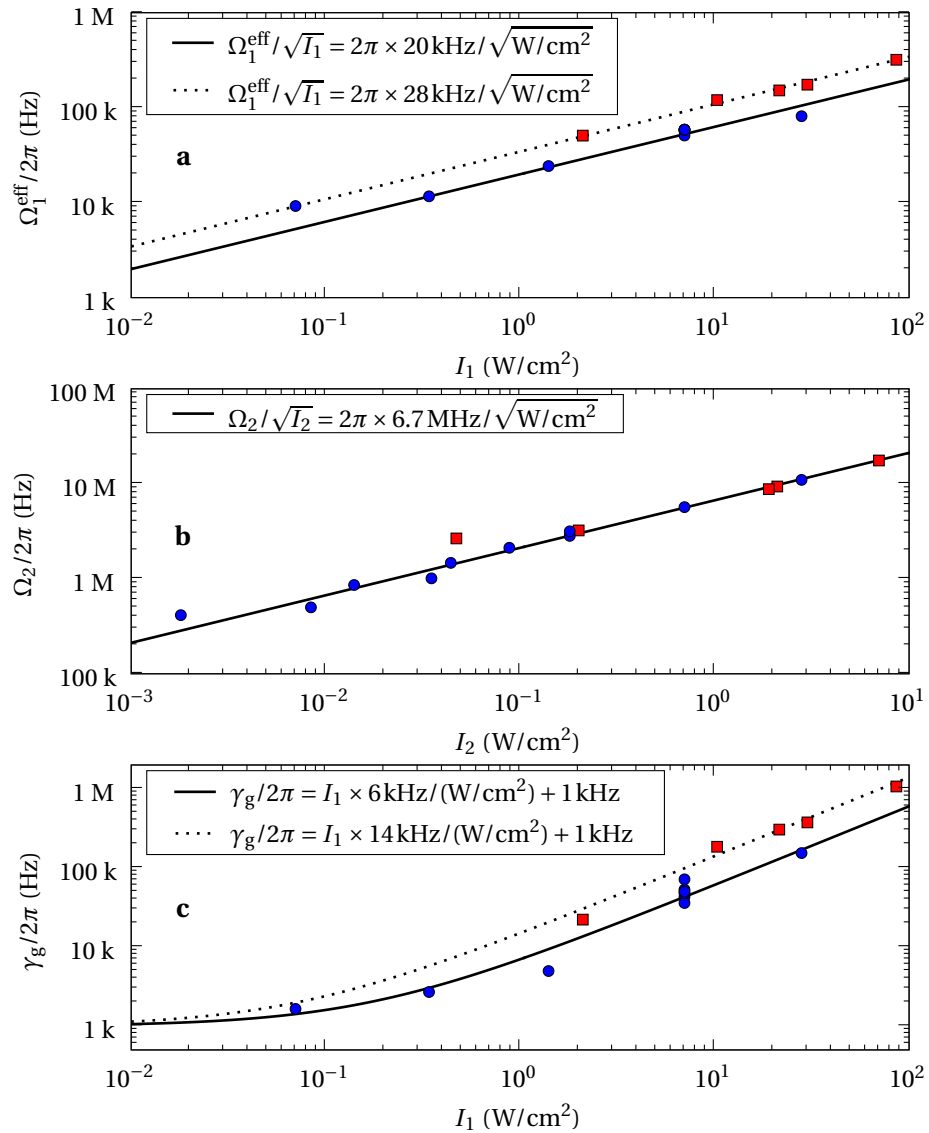
**Schnelle Verluste** Bei Verlusten, die schnell im Vergleich zur Bewegung der Atome in der Falle erfolgen, erfolgt keine räumliche Umverteilung von Atomen und die lokale Dichte folgt der Differentialgleichung (5.1) mit einer Zeitentwicklung wie in (5.27). Räumliche Integration liefert dann (McKENZIE *et al.*, 2002)

$$\frac{N(t)}{N(0)} = \frac{15}{2} \eta^{-\frac{5}{2}} \left( \sqrt{\eta} + \frac{\eta^{\frac{3}{2}}}{3} - \sqrt{1+\eta} \tanh^{-1} \left( \sqrt{\eta/(1+\eta)} \right) \right) \quad (5.31)$$

mit  $\eta = K n_{\max}(0) t$ .

### 5.3 Analyse der Daten

Mithilfe des Modells (5.23) habe ich die experimentellen Daten, wie sie z.B. in den Abbildungen 5.4 und 5.5 gezeigt sind, analysiert und daraus Werte für die Parameter  $\Omega_1^{\text{eff}}$ ,  $\Omega_2$ ,  $\gamma_b$  und  $\gamma_g$  bestimmt. Im Prinzip lassen sich alle Parameter aus einer einzigen Messkurve hinreichend genau bestimmen. Zum Überprüfen, ob das Modell die Daten konsistent beschreibt, haben wir die Intensitäten über weite Bereiche variiert. Ein Teil der Ergebnisse ist in Abbildung 5.8 auf der nächsten Seite gezeigt. Es wurden Daten aus zwei Mess-Serien aufgenommen. Sie unterscheiden sich insbesondere in den typischen Atomdichten und bieten so eine Möglichkeit, auch die Abhängigkeit von der Dichte zu überprüfen.



**Abbildung 5.8:**

Abhängigkeiten der Parameter  $\Omega_1^{\text{eff}}$ ,  $\Omega_2$  und  $\gamma_g$  von den Laserintensitäten. Die blauen Kreise stammen von Messungen bei einer Maximaldichte von typisch  $2 \times 10^{14} / \text{cm}^3$ , die roten Quadrate wurden bei einer Dichte von ca.  $4 \times 10^{14} / \text{cm}^3$  gemessen.



**Atom-Molekül-Kopplung** In Abbildung 5.8a sind die Ergebnisse für die effektive Rabi-Frequenz  $\Omega_1^{\text{eff}}$  dargestellt. Klar erkennbar ist eine deutliche Abhängigkeit von der Dichte. Beide Mess-Serien zeigen die erwartete Proportionalität  $\Omega_1^{\text{eff}} \propto \sqrt{I_1}$ . Die Werte von  $\Omega_1^{\text{eff}}/2\pi = 20$  kHz bzw. 28 kHz bei  $I_1 = 1$  W/cm<sup>2</sup> unterscheiden sich um einen Faktor 1.4, der mit den Erwartungen aufgrund der unterschiedlichen Dichten (Faktor von ca. 1.3 gemäß der Abhängigkeit  $\Omega_1^{\text{eff}} \propto \sqrt{n}$ ) übereinstimmt.

**Molekül-Molekül-Kopplung** Abbildung 5.8b zeigt die Molekül-Molekül-Rabifrequenz in Abhängigkeit von der Intensität  $I_2$ . Bei  $I_2 = 1$  W/cm<sup>2</sup> finden wir einen Wert von  $\Omega_2 = 2\pi \times 7$  MHz. Dieser ist (bei gleicher Intensität) um rund drei Größenordnungen größer als die effektive Atom-Molekül-Rabifrequenz  $\Omega_1^{\text{eff}}$ . Eine Dichteabhängigkeit ist wie zu erwarten nicht erkennbar.

**Zerfallsrate der Moleküle im Grundzustand** Von den Molekülen im Grundzustand wird eine Zerfallsrate erwartet, die im Bereich von einigen kHz liegen dürfte, falls sie durch inelastische Stöße limitiert wäre (vgl. Abschnitt 3.3.2 auf Seite 79). Damit wäre sie meist zu vernachlässigen. Überraschenderweise ergibt die Analyse der Daten jedoch wesentlich höhere Zerfallsraten mit einer klaren Abhängigkeit von der Intensität von Laser 1.

Nur für geringe Intensitäten beobachten wir eine Zerfallsrate, die beinahe unabhängig ist von  $I_1$ . Wir deuten dies als ein Anzeichen, dass dann die Verluste durch inelastische Stöße dominieren. Die Daten (für niedrigere Dichten von  $n = 2 \times 10^{14}$  cm<sup>-3</sup>) werden recht gut durch  $\gamma_g = 2\pi \times 6$  kHz/(Wcm<sup>-2</sup>) +  $\gamma_0$  beschrieben. Für die Verlustrate durch inelastische Stöße erhalten wir eine grobe Abschätzung von  $\gamma_0 = 2\pi \times 1$  kHz. Das entspricht einem Verlustkoeffizienten durch Atom-Molekül-Stöße von ca.  $K = \gamma_0/n = 3 \times 10^{-11}$  cm<sup>3</sup>/s (bei Annahme eines homogenen Systems).

**Zerfallsrate der angeregten Moleküle** Für die Zerfallsrate des angeregten Zustands erwarten wir zweimal die Zerfallsrate des entsprechenden angeregten atomaren Zustands, d.h. einen Wert von  $\gamma_b/2\pi = 12.1$  MHz. Mit unseren Daten gut verträglich ist der etwas größere Wert von 13 MHz, der Unterschied lässt sich mit der Linienbreite des Photoassoziationslasers erklären. Nur für große Intensitäten von  $I_1$  ab ca. 100 W/cm<sup>2</sup> beobachten wir eine signifikante Verbreiterung.

### 5.3.1 Erweiterungen des Drei-Moden-Modells

Die Messdaten zeigen Abhängigkeiten von den experimentellen Parametern, die im Drei-Moden-Modell nicht enthalten sind. Neben der erhöhten Zerfallsrate der Moleküle beobachten wir weiters insbesondere intensitätsabhängige Verschiebungen der Photoassoziationslinien, die bei der Modellierung der Daten zusätzlich berücksichtigt werden müssen.

**Verschiebung der Ein-Farben-Photoassoziationslinie** Mit zunehmender Intensität beobachten wir eine Verschiebung der Ein-Farben-Photoassoziationslinie zu höheren Frequenzen, die proportional zur Intensität  $I_1$  ist. Die Steigung beträgt 215 kHz/(Wcm<sup>-2</sup>). Die Ein-

Photon-Verstimmung  $\Delta$ , wie sie z.B. in Abbildung 5.5 angegeben wird, ist immer bezogen auf die Position der beobachteten Linie.

**Verschiebung der Dunkelresonanz** Die Position der Dunkelresonanz verschiebt sich mit zunehmender Intensität  $I_1$  von Laser 1 hin zu größeren Werten von  $\delta$  mit einer Steigung von 20 kHz/(Wcm<sup>-2</sup>). Dies steht im Gegensatz zum Drei-Moden-Modell, wo die Dunkelresonanz immer bei  $\delta = 0$  liegt. Eine Abhängigkeit der Position der Dunkelresonanz von  $I_2$  lässt sich nicht angeben, da mit größeren Werten von  $I_2$  auch die Breite der Dunkelresonanz zunimmt (siehe Abbildung 5.4 auf Seite 103) und deshalb die Positionsbestimmung ungenauer wird.

Diese intensitätsabhängigen Verschiebungen der Photoassoziationslinien sind ein Hinweis auf unberücksichtigte Niveaus und Kopplungen. Dazu gehört z.B. die Rotationslinie  $|J = 0\rangle$ , die ca. 290 MHz unterhalb des angeregten Molekülzustands  $|b\rangle$  liegt (siehe auch Abschnitt 5.3.3 auf Seite 119). Für die Beschreibung der Daten im Rahmen des Drei-Moden-Modells genügt es jedoch, die Verstimmungen entsprechend zu korrigieren.

### 5.3.2 Molekülanzahl im Dunkelzustand

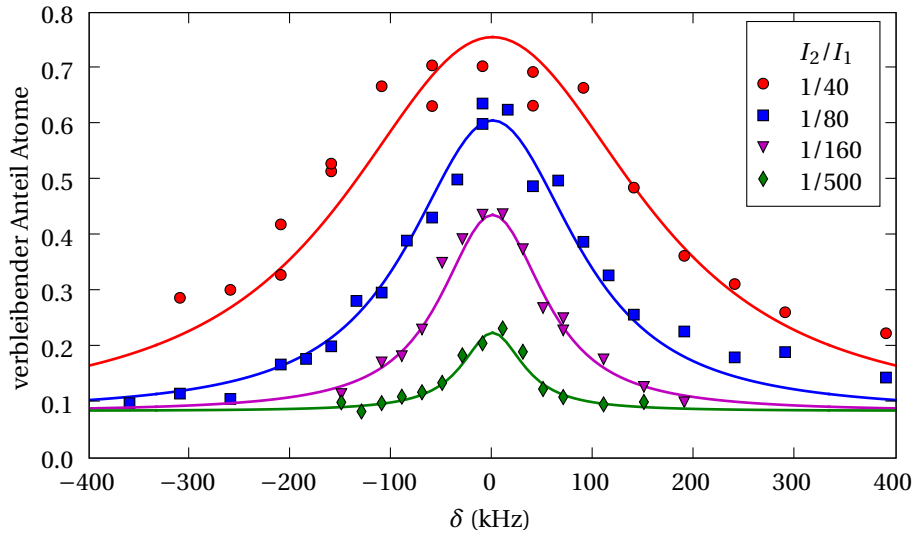
Selbst wenn das einfache Drei-Moden-Modell das System offensichtlich nicht vollständig beschreibt, so lassen sich insbesondere mit der empirisch gefundenen Abhängigkeit der Molekül-Zerfallsrate von der Intensität die Daten gut beschreiben. Durch diese Analyse der Daten kann nun die Frage beantwortet werden, wie viele Moleküle vorliegen und wie sich deren Anzahl maximieren lässt. Zum Abschluss werde ich die Bedeutung dieser Ergebnisse für die Anwendbarkeit von STIRAP diskutieren.

Für ein ideales  $\Lambda$ -System mit  $\gamma_g = 0$  ist der Anteil der Moleküle im Grundzustand durch (5.19) gegeben. Ausgedrückt durch  $\Omega_1^{\text{eff}}$ , wie man es aus der Analyse der Daten erhält, ist der Anteil der Atome, die bei der Dunkelresonanz in Grundzustandsmoleküle gebunden sind, näherungsweise gegeben durch

$$\frac{N_g}{N} = \left( \frac{\Omega_1^{\text{eff}}}{\Omega_2} \right)^2. \quad (5.32)$$

Wie die Analyse ergeben hat, ist  $\Omega_1^{\text{eff}}$ , bei gleichen Intensitäten von  $I_1$  und  $I_2$  und bei einer Dichte von  $2 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , ca. 1000 mal kleiner als  $\Omega_2$ . Die Besetzung des Molekülzustandes ist deshalb typischerweise (z.B. für die in den Abbildungen 5.4 und 5.5 gezeigten Daten) sehr klein.

Zur Erhöhung der Molekülanzahl wäre es nach (5.32) deshalb nötig, die Intensität  $I_2$  von Laser 2 stark zu reduzieren. Die Messungen ergeben jedoch (in Übereinstimmung mit den Berechnungen unseres Modells), dass für geringe Intensitäten von  $I_2$  die Dunkelresonanz verschwindet, siehe Abbildung 5.9 auf der nächsten Seite. Verluste aus dem angeregten Zustand werden nicht mehr effizient unterdrückt. Es macht deshalb keinen Sinn,  $I_2$  stärker als bis auf ein Verhältnis von ungefähr  $I_2/I_1 = 1/500$  abzuschwächen, da für kleinere Werte kein Dunkelzustand mehr beobachtet werden kann.

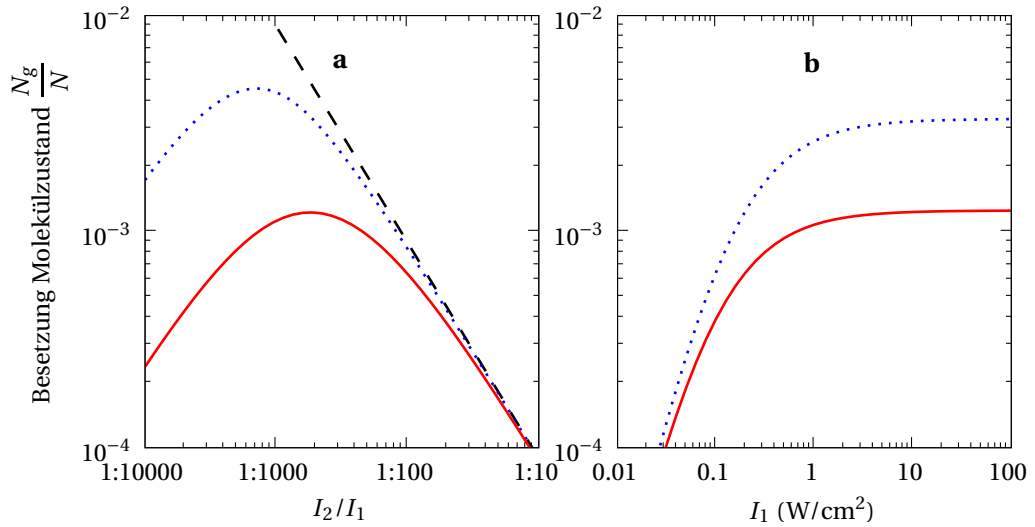
**Abbildung 5.9:**

Verschwinden der Dunkelresonanz bei geringen Intensitäten von Laser 2. Gezeigt ist nur ein kleiner Ausschnitt rund um  $\delta = 0$  von Zwei-Farben-Photoassoziationsmessungen wie in Abbildung 5.4. Die Intensitäten sind  $I_1 = 7 \text{ W/cm}^2$  und  $I_2/I_1$  wie im angegebenen Verhältnis. Die durchgezogenen Linien wurden gerechnet mit Parametern  $\Omega_1^{\text{eff}} = 59 \text{ kHz}$ ,  $\gamma_g = 50 \text{ kHz}$  und  $\Omega_2 = \sqrt{I_2} \times 6.7 \text{ MHz/(W/cm)}^{1/2}$ .

In diesem Parameterbereich ist auch (5.32) nicht mehr korrekt. Es muss stattdessen die numerische Lösung von (5.23) herangezogen werden. Da der Molekülanteil aufgrund der Nichtlinearität des Modells sowohl von der Zeit als auch (im Rahmen des erweiterten Modells, Abschnitt 5.2.2) vom Ort abhängt, werden im Folgenden die Molekülanteile für kurze Zeiten (siehe Abbildung 5.7 auf Seite 112) für die Maximaldichte angegeben.

Berechnungen des Molekülanteils an der Dunkelresonanz in Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses zeigt Abbildung 5.10a. Entgegen der Erwartung für den Molekülanteil in einem idealen System (Gleichung 5.32) mit  $\gamma_g = 0$  (strichlierte Linie), steigt bei Reduzierung der Intensität  $I_2$  der Molekülanteil nicht unbegrenzt, sondern erreicht ein Maximum von ca.  $10^{-3}$ , um dann wieder abzufallen (durchgezogene Linie). Wäre die Zerfallsrate der Grundzustandsmoleküle geringer (punktirierte Linie), so könnte ein größere Besetzung des Molekülzustands erreicht werden.

Der erzielbare maximale Molekülanteil ist offensichtlich limitiert durch die Zerfallsrate der Moleküle. Eine Verringerung der Intensität von Laser 1 reduziert diese zwar, im gleichen Ausmaß sinkt jedoch die Rabi-Frequenz  $\Omega_1^{\text{eff}}$  und so lässt sich dadurch der Molekülanteil nicht erhöhen. Im Gegenteil, bei geringen Intensitäten dominieren lichtunabhängige Verluste, dies führt zu einem Absinken des Molekülanteils (siehe Abbildung 5.10b).


**Abbildung 5.10:**

Berechneter Molekülanteil an der Dunkelresonanz in Abhängigkeit von den Intensitäten (für Details zur Vorgehensweise siehe Text). (a) Molekülanteil für  $I_1 = 7 \text{ W/cm}^2$  und variabler Intensität  $I_2$ . (b) Molekülanteil in Abhängigkeit von  $I_1$  für ein fixes Verhältnis  $I_2/I_1 = 1/500$ . Für die Berechnung der roten, durchgehenden Linie in beiden Abbildungen wurden die Parameter genommen, die wir aus der Auswertung der Messungen bei niedrigerer Dichte ( $n = 2 \times 10^{14} \text{ /cm}^3$ ) erhalten haben (siehe Abschnitt 5.3 auf Seite 113). Die blaue, punktierte Linie zeigt den Molekülanteil für den Fall, dass eine reduzierte intensitätsabhängige Zerfallsrate  $\gamma_g/2\pi = I_1 \times 1 \text{ kHz/(Wcm}^{-2}) + 1 \text{ kHz}$  vorliegt. Die strichlierte Linie stellt die Ergebnisse für den idealisierten Fall  $\gamma_g = 0$  dar.

**Anwendbarkeit von STIRAP bei der Zwei-Farben-Photoassoziation** Mittels der Verwendung von STIRAP (BERGMANN *et al.*, 1998) lässt sich die Besetzung vollständig zwischen zwei langlebigen Grundzuständen transferieren, die über einen kurzlebigen angeregten Zustand miteinander verbunden sind. STIRAP wurde auch zur effizienten Produktion von Molekülen mittels Zwei-Farben-Photoassoziation vorgeschlagen (MACKIE *et al.*, 2000). Dieser Vorschlag beruht auf der Existenz eines Dunkelzustandes mit verschwindender Besetzung des angeregten Zustands. Dadurch werden Verluste aus dem angeregten Niveau vermieden. Bei STIRAP würde man das Verhältnis der Rabi-Frequenzen von anfangs  $(\Omega_1^{\text{eff}}/\Omega_2) \ll 1$  adiabatisch zu  $(\Omega_1^{\text{eff}}/\Omega_2) \gg 1$  verändern. In einem idealen System (5.6) mit  $\gamma_g = 0$  würde das zu einer vollständigen Umwandlung in ein Molekül-BEC führen. Bei dominierenden Verlusten im Grundzustand wie im von uns untersuchten System ist jedoch die Situation verändert. Ein Dunkelzustand mit verschwindenden Verlusten ist nicht mehr vorhanden. Das System folgt bei adiabatischer Änderung der Intensitäten im Wesentlichen dem Eigenzustand mit den geringsten Verlusten. Den Molekülanteil in diesem Zustand in Abhängigkeit vom In-

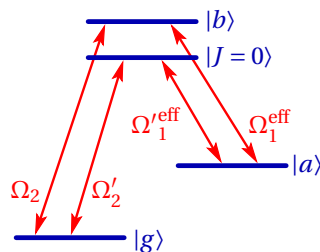
tensitätsverhältnis zeigt die durchgezogene Linie in Abbildung 5.10a. (Diese Berechnung berücksichtigt nicht die Abnahme von  $\Omega_1^{\text{eff}}$  aufgrund einer abnehmenden Atomzahl während eines solchen Vorgangs. Dies würde zu einer weiteren Reduzierung des Molekülanteils führen.) Wie ersichtlich kommt es dabei zu keiner effizienten Produktion von Molekülen.

### 5.3.3 Möglichkeiten zur Reduktion der Verluste

Um effizient Moleküle zu produzieren, muss das Problem der unerwartet großen lichtinduzierten Zerfallsrate der Grundzustands-Moleküle gelöst werden. Ein besseres Verständnis der Ursachen dafür könnte Hinweise auf Verbesserungsmöglichkeiten geben.

Mögliche Ursachen für die beobachtete erhöhte Zerfallsrate der Grundzustandsmoleküle sind nicht berücksichtigte, zusätzliche Niveaus mit kurzer Lebensdauer, an die die Moleküle insbesondere durch das Licht von Laser 1 ankoppeln. Zu den bekannten Niveaus, die im einfachen Drei-Moden-Modell nicht berücksichtigt wurden und die aufgrund ihrer Lage einen signifikanten Einfluss haben können, zählen folgende Zustände:

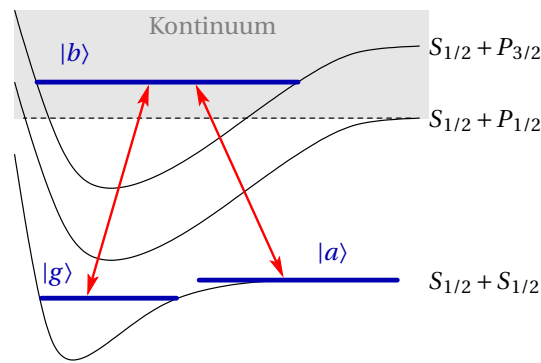
**Rotationslinie  $|J = 0\rangle$**  Aus den Messungen zur Ein-Farben-Photoassoziation (siehe Abbildung 5.2 auf Seite 101) ist die Rotationslinie  $|J = 0\rangle$  bekannt, die ca. 290 MHz unterhalb des angeregten Molekülzustandes  $|J = 2\rangle$  liegt. Da die Bindungsenergie der Grundzustandsmoleküle nur 636 MHz beträgt, ist Laser 1 ebenfalls nur rund 300 MHz gegenüber dem Übergang  $|g\rangle \rightarrow |J = 0\rangle$  verstimmt. Die Intensität von Laser 1 ist typischerweise viel stärker (ca. Faktor 10–100) als Laser 2, deshalb erfolgt die Ankopplung an diesen Zustand vor allem durch Laser 1 und nicht durch Laser 2, wie man aus dem Zustandsdiagramm 5.1 meinen könnte. Damit wäre die Abhängigkeit der Zerfallsrate von der Intensität von Laser 1 verständlich.



**Abbildung 5.11:**

Ungefähr 290 MHz unterhalb des angeregten Molekülzustands  $|b\rangle$  findet sich ein weiteres Rotationsniveau  $|J = 0\rangle$  mit Rabi-Frequenzen  $\Omega_1^{\text{eff}}$  und  $\Omega_2'$ . Die Kopplung an dieses Niveau führt zu einer Reduktion der Lebensdauer der Moleküle im Zustand  $|g\rangle$ .

Durch analoge Messungen und Analysen wie in Abschnitt 5.3 haben wir ermittelt, dass die Rabi-Frequenzen analog zu  $\Omega_1^{\text{eff}}$  und  $\Omega_2$  für den  $|J = 0\rangle$  Zustand (siehe Abbildung 5.11) beide ungefähr um den Faktor 2.7 schwächer sind als für den  $|b\rangle = |J = 2\rangle$  Zustand. Das führt zu einer zusätzlichen Breite des Grundzustandsniveaus  $|g\rangle$  von  $\gamma_b (\Omega_2'/\Delta)^2 \approx 2\pi \times 1 \text{ kHz}$  für  $I_1 = 1 \text{ W/cm}^2$  (mit  $\Omega_2' = 2\pi \times 2.5 \text{ MHz}$  und  $\Delta = 2\pi \times 300 \text{ MHz}$ ). Ähnlich groß ist die Verbreiterung



**Abbildung 5.12:**

Zerfall der Moleküle im Zustand  $|g\rangle$  durch Photodissoziation in das Kontinuum oberhalb der  $D_1$ -Linie.

von  $|g\rangle$  aufgrund der Ankopplung an den angeregten Molekülzustand  $|J = 2\rangle$  mittels Laser 1. Zusammen wird damit allerdings nur ca. ein Drittel der beobachteten Verbreiterung erklärt.

Neben einer Verbreiterung führt die Ankopplung an die  $|J = 0\rangle$  Linie durch Laser 1 auch zu einer Verschiebung des Dunkelzustands, für die wir als Abschätzung einen Wert von  $\Omega_2^2/\Delta \simeq 2\pi \times 21 \text{ kHz}$  für  $I_1 = 1 \text{ W/cm}^2$  erhalten. Dieser stimmt gut mit dem beobachteten Wert von  $20 \text{ kHz}/(\text{Wcm}^{-2})$  (siehe Abschnitt 5.3.1 auf Seite 116 überein. Dies stützt die Annahme, dass außer der  $|J = 0\rangle$  Linie keine weiteren Linien in der Nähe des angeregten Zustands  $|b\rangle$  vorliegen.

**Kontinuum oberhalb der  $D_1$ -Linie** Oberhalb der angeregten Molekülpotentiale, die asymptotisch mit den Zuständen  $S_{1/2} + P_{1/2}$  verbunden sind, liegt ein Kontinuum von Streuzuständen (siehe Abbildung 5.12). Insbesondere durch den typischerweise stärkeren Laser 1 können Grundzustandsmoleküle  $|g\rangle$  in diese Kontinuumszustände dissoziiert werden (Eite Tiesinga, private Mitteilung). Eine Abschätzung für das Ausmaß der dadurch verursachten Verluste ist uns allerdings nicht bekannt. Dieser Verlustmechanismus ließe sich vermeiden, würde man eine Photoassoziationslinie unterhalb  $D_1$ -Linie bei 795 nm wählen.

**Verbesserungsmöglichkeiten** Ein klar identifiziertes Problem ist die Verwendung des mit 636 MHz nur schwach gebundenen Grundzustandsniveaus  $|g\rangle$ . Dadurch hat Laser 1 auch auf jene Übergänge einen merklichen Einfluss, die eigentlich nur von Laser 2 getrieben werden sollten. Die Verwendung von tiefer gebundenen Molekülniveaus im Grundzustand sollte hier Verbesserungen ermöglichen. Dazu wurde von Stefan Schmid ein System aufgebaut, um zwei Diodenlaser bis zu einem Abstand von ca. 6 GHz (limitiert durch die verwendete Photodiode) miteinander phasenstarr zu koppeln (SCHMID, 2006). Messungen damit sind noch ausständig.

Ein weiteres Problem ist die im Vergleich zur Molekül-Molekül-Kopplung  $\Omega_2$  geringe Stärke der Atom-Molekül-Kopplung  $\Omega_1^{\text{eff}}$ . Diese lässt sich, neben der Wahl eines anderen Übergangs, durch Erhöhen der Dichte vergrößern. Die Verwendung eines dreidimensionalen op-

tischen Gitters, wie dies auch für die Erzeugung von Molekülen mittels Feshbach-Resonanz verwendet wurde, ist ebenfalls eine Verbesserungsmöglichkeit. Wie in Kapitel 3 auf Seite 67 gezeigt wurde, werden dadurch Verluste der Moleküle durch inelastische Stöße vermieden. Weiters ist die Atomdichte in einem doppelt besetzten Gitterplatz mit ca.  $5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  typischerweise deutlich größer als die typischen Dichten im Kondensat von bis zu  $4 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ . Die in diesem Kapitel vorgestellten Messungen wurden zeitlich vor denen von Kapitel 2 durchgeführt. Ein optisches Gitter stand damals noch nicht zur Verfügung.





# Kapitel 6

## Ausblick

In dieser Arbeit habe ich mehrere von uns durchgeführte Experimente mit ultrakalten gepaarten Atomen in kohärenten Lichtfeldern vorgestellt. In diesem Kapitel möchte ich neben einer Zusammenfassung der erhaltenen Resultate mögliche weitere Schritte erörtern, die aufbauend auf diese Experimente in Zukunft durchgeführt werden können.

In den Kapiteln 3 und 5 berichtete ich über Experimente, die sich unmittelbar mit der Bildung von ultrakalten Molekülen beschäftigen. Wir haben unterschiedliche Methoden zur kontrollierten Erzeugung von Molekülen untersucht. Dabei spielten jedesmal kohärente Lichtfelder eine wesentliche Rolle. In einem ersten Zugang studierten wir die direkte Bildung von Molekülen mittels Licht. Im Detail wurden bei diesem Experiment zwei Atome mittels zweier kohärenter Lichtfelder über einen kurzlebigen, elektronisch angeregten Molekülzustand an einen Molekülzustand im elektronischen Grundzustand angekoppelt. Bei diesen Messungen konnten wir einen Atom-Molekül-Dunkelzustand beobachten. Dieser zeigte sich als eine starke Unterdrückung der Verluste aus dem angeregten Zustand. Aus unseren Beobachtungen schließen wir, dass die Bildung von Molekülen mittels Zwei-Farben-Photoassoziation ein kohärenter Prozess ist. Dies impliziert in weiterer Folge das Vorliegen eines entarteten molekularen Quantengases. Die Modellierung und Auswertung der Daten ergab, dass parasitäre, spontane Photonenstreuung die Anzahl der Moleküle limitiert. Sollte es gelingen, durch die am Ende von Kapitel 5 diskutierten Verbesserungsmöglichkeiten den Molekülanteil deutlich zu erhöhen, so wäre die Zwei-Farben-Photoassoziation eine attraktive Methode, um kohärent ultrakalte Moleküle in genau definierten Quantenzuständen zu erzeugen. Die Zwei-Farben-Photoassoziation bietet Vorteile gegenüber der Verwendung einer magnetischen Feshbach-Resonanz zur Bildung von Molekülen. Lichtfelder lassen sich in vielen Aspekten flexibler handhaben als Magnetfelder. So sind z.B. bei Licht sowohl die Frequenz als auch die Intensität, die die Kopplungsstärke bestimmt, unabhängig voneinander flexibel und schnell einstellbar. Optische Zwei-Farben-Übergänge zu Molekülzuständen sind zudem immer verfügbar. Selbst ohne weitgehende Beherrschung der unerwünschten Verlustmechanismen sind Atom-Molekül-Dunkelzustände ein nützliches Werkzeug zur Untersuchung von Molekülzuständen. Damit lassen sich z.B. aufgrund der erzielbaren geringen Linienbreite der Dunkelresonanz Bindungsenergien präzise bestimmen. Insbesondere können dadurch auch tiefer gebundene Molekülzuständen adressiert werden.

Vom Gesichtspunkt einer möglichst hohen Effizienz bei der Erzeugung von Molekülen hat sich bei unseren Experimenten die Verwendung von optischen Gittern und magnetischen Feshbach-Resonanzen als sehr vorteilhaft herausgestellt. Durch die Verwendung eines optischen Gitters werden die Feshbach-Moleküle gut vor inelastischen Stößen mit an-

deren Atomen oder Molekülen geschützt. Nach Entfernen ungepaarter, einzelner Atome durch eine Reinigungsprozedur erhalten wir ein reines Ensemble von Molekülen in einem genau definierten Quantenzustand. Die lange Lebensdauer dieser Moleküle von 700 ms ist nicht mehr durch inelastische Stöße mit anderen Atomen oder Molekülen limitiert, sondern durch nicht-resonante Anregungen durch das Fallenlicht zu kurzlebigen Molekülzuständen. Diese lange Lebensdauer der Moleküle erlaubt nun weitere Möglichkeiten zu deren Manipulation und Untersuchung. Wie von JAKSCH *et al.* (2002) vorgeschlagen wurde, können mittels einer Sequenz von mehreren Raman-Übergängen die Feshbach-Moleküle im Gitter in den Vibrations-Grundzustand transferiert werden. Diese Moleküle sind hinreichend stabil gegenüber Zwei-Körper-Stößen. Durch adiabatisches Ausschalten des Gitters ließe sich bei Vorliegen eines Mott-Isolator Zustandes ein stabiles Molekül-BEC erzeugen. Inzwischen konnten wir einen ersten Schritt in diese Richtung zeigen. Mittels eines Zwei-Photon-Übergangs und STIRAP transferierten wir die Feshbach-Moleküle in einem kohärenten Prozess effizient in einen tiefer gebundenen Vibrationszustand (WINKLER *et al.*, 2007). Für die Durchführung dieses Experiments waren die bei der Beobachtung von Atom-Molekül-Dunkelzuständen erworbenen Erfahrungen von Nutzen. Diese Vorgangsweise sollte analog auch zur Erzeugung stark gebundener heteronuklearer und damit polarer Moleküle anwendbar sein. Diese besitzen ein permanentes elektrisches Dipolmoment und sind aufgrund der dadurch vermittelten anisotropen und langreichweitigen Wechselwirkung interessant für die Quanteninformationsverarbeitung (DEMILLE, 2002).

Kalte Atome in optischen Gittern erfüllen wesentliche Voraussetzungen für die Realisierung eines Quantencomputers (JAKSCH UND ZOLLER, 2005). Dabei spielt die kontrollierte Wechselwirkung von zwei Atomen im optischen Gitter eine grundlegende Rolle. Das Verhalten von Atompaaren im optischen Gitter untersuchten wir in einem weiteren Experiment. Hierbei konnten wir erstmals einen neuartigen Bindungszustand beobachten, der auf der abstoßenden Wechselwirkung der Atome beruht. Das weitgehende Fehlen von Dissipationskanälen im optischen Gitter im Vergleich zu realen Festkörpern war eine der Voraussetzungen, die diese Beobachtung ermöglichte. Die gute Kontrolle über die experimentellen Parameter des Gitters sowie die Möglichkeit zur Kontrolle der effektiven Wechselwirkung der Atome ermöglichten eine detaillierte Untersuchung dieser repulsiv gebundenen Paare. Hier gibt es noch etliche offene Fragestellungen, insbesondere in Hinblick auf die Erweiterung dieses Prinzips auf Mehr-Teilchen-Systeme. Nach den gleichen Prinzipien ist ein stabiler Verband aus drei oder mehr, sich gegenseitig abstoßenden Teilchen möglich. Weiters ist es interessant zu klären, inwiefern es möglich ist, ein BEC aus solchen Paaren zu erzeugen. Hierzu gilt es insbesondere die Stabilität der Paare sowie die Wechselwirkung der Paare untereinander genauer zu untersuchen.

Zur Beschreibung der repulsiv gebundenen Paare verwenden wir das Bose-Hubbard-Modell, das auch zur Beschreibung stark korrelierter Systeme aus der Festkörperphysik dient. Wie wir zeigen konnten, verfügen wir über eine vollständige Kontrolle der relevanten Parameter. Damit stellen die Untersuchungen zu den repulsiv gebundenen Paaren eine Grundlage für weitergehende Experimente zu grundlegenden Modellen der Festkörperphysik dar.

Zusammenfassend haben wir durch unseren Arbeiten mit ultrakalten gepaarten Atomen in kohärenten Lichtfeldern neuartige experimentelle Kontroll- und Analysemöglichkeiten entwickelt und untersucht, die Experimente ermöglichen, die über das ursprüngliche Ge-

biet hinausgehen und unter anderem Verbindungen mit der Chemie ultrakalter Atome und Moleküle, der Festkörperphysik sowie der Quanteninformationsverarbeitung haben.



# Anhang A

## Schaltpläne

In diesem Anhang sind die Schaltpläne zu einigen selbst entwickelten Geräten abgedruckt. Zur Erhöhung der Übersichtlichkeit wurden bei den Schaltplänen nicht alle Verbindungen eingezeichnet. Leitungen mit gleicher Netzbezeichnung sind elektrisch verbunden.

### A.1 Portexpander

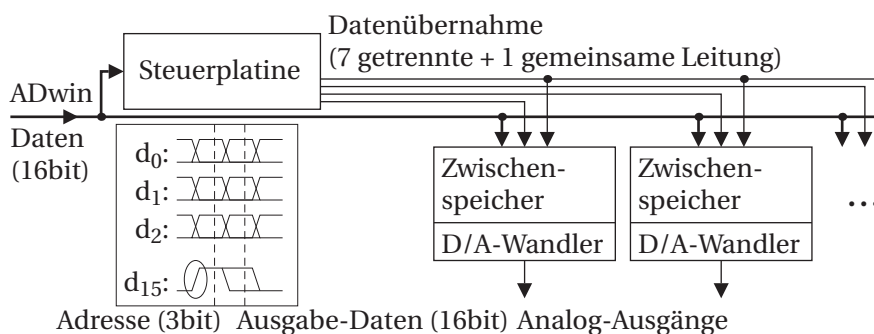
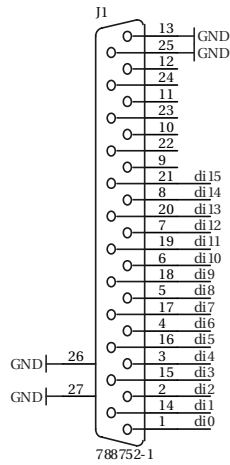


Abbildung A.1: Schematischer Aufbau des Portexpanders für analoge Signale.

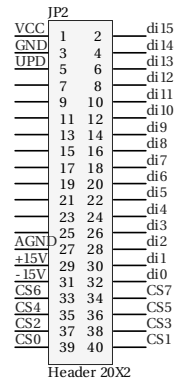
Der selbstgebaute Portexpander dient zur Erhöhung der Anzahl der digitalen und analogen Ausgänge des ADwin-Systems. In der momentan realisierten Version können aus 16 digitalen Ausgängen des ADwin-Systems bis zu  $7 \times 16$  digitale Ausgänge sowie sieben Analogausgänge mit 16-Bit Auflösung gewonnen werden. Abbildung A.1 zeigt den schematischen Aufbau des Portexpanders für die analogen Ausgänge. Der Portexpander für die digitalen Kanäle ist gleich aufgebaut, nur werden anstatt der D/A-Wandler digitale Ausgabe-Speicher benutzt. Der Portexpander besteht aus einer Steuerplatine und mehreren identischen Ausgabeplatinen. Er ist an einen der 16-Bit breiten digitalen Ausgabekanäle des ADwin-Systems angeschlossen. Auf den Ausgabeplatinen befinden sich Zwischenspeicher für die Daten. Die Übernahme der Daten von den gemeinsamen Datenleitungen in die Zwischenspeicher wird von der Steuerplatine kontrolliert. Um die Daten an eine der Ausgabeplatinen zu übertragen, müssen zuerst die Adresse des Ziels und dann unmittelbar anschließend die zu übertragenden Daten vom ADwin-System ausgegeben werden. Als Signal für die Übertragung eines Datenpakets, bestehend aus Adresse und Ausgabe-Daten, dient eine steigende Flanke auf der Datenleitung  $d_{15}$ . Zeitglieder auf der Steuerplatine erzeugen daraus die Signale für die Übernahme von Adresse und Daten. Die Übertragung der Daten vom Zwischenspeicher auf die Ausgänge erfolgt gleichzeitig und wird durch eine gemeinsame Steuerleitung kontrolliert. Dies ist wichtig für eine präzise Steuerung des Experiments.

# Anhang A Schaltpläne

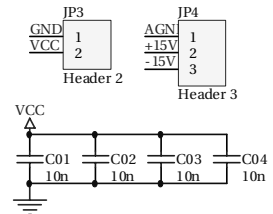
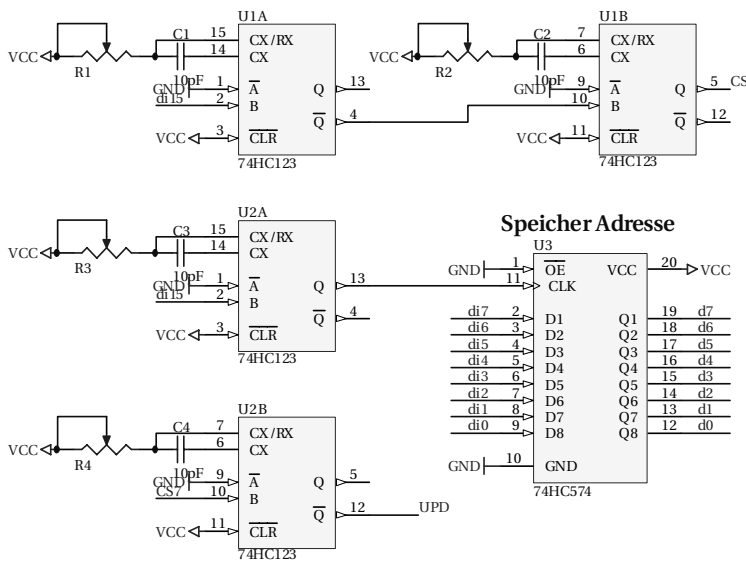
## Anschluss ADwin



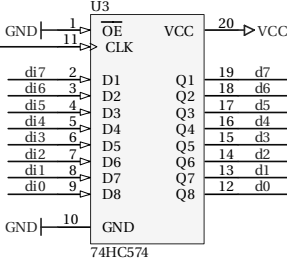
## Anschluss D/A-Wandler



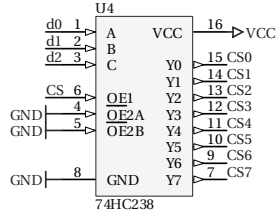
## Zeitglieder



## Speicher Adresse



## Decoder Adresse



**Abbildung A.2:** Schaltplan Portexpander, Steuerplatine. Gezeigt ist die Version für die Kontrolle der Analogausgänge. Die Steuerplatine für die Digitalausgänge unterscheidet sich von dieser nur durch eine andere Belegung des Verbindungssteckers zu den Ausgabe-Platinen.

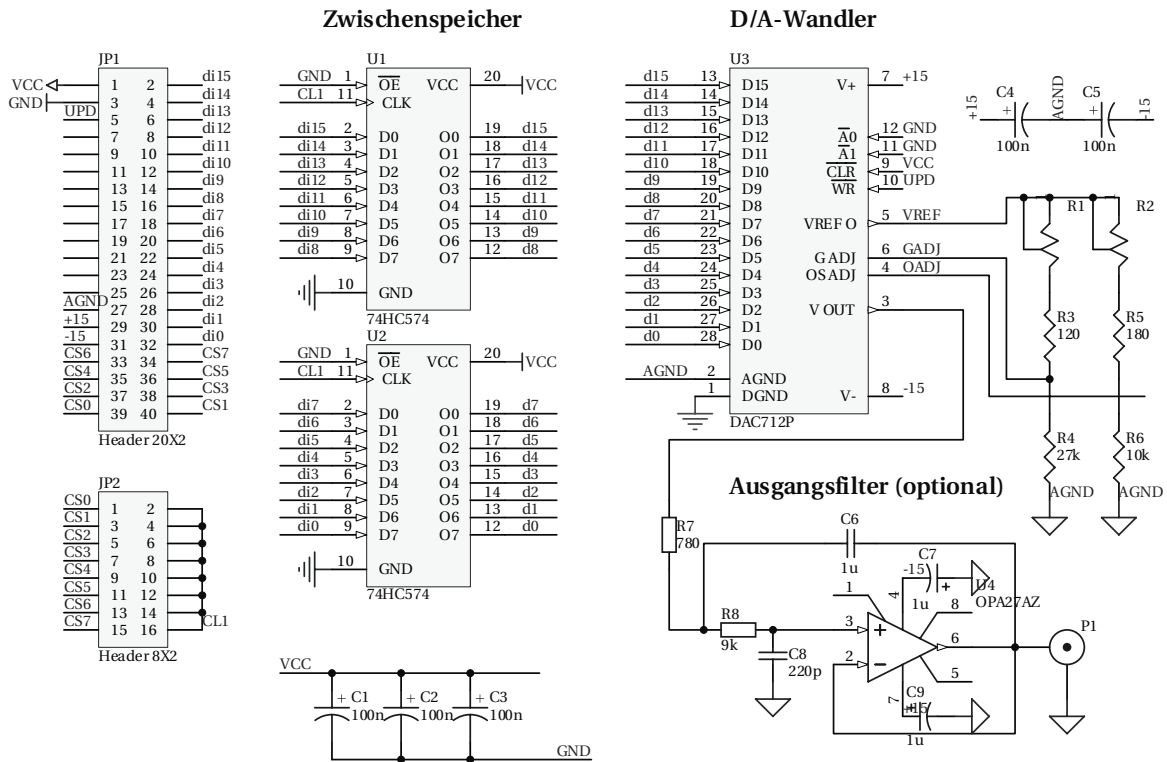


Abbildung A.3: Schaltplan Portexpander, Ausgabeplatine für Analogkanäle.

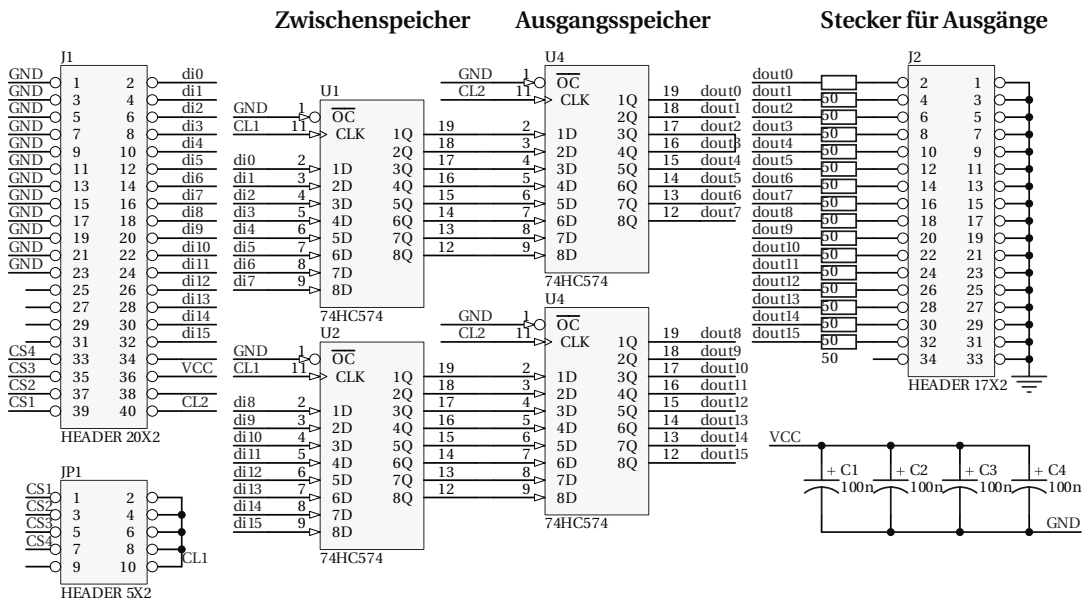


Abbildung A.4: Schaltplan Portexpander, Ausgabeplatine für Digitalkanäle.

## A.2 Intensitätsstabilisierung

Abbildung A.5 auf der nächsten Seite zeigt den Schaltplan für die Intensitätsstabilisierung. Wesentliches Element ist ein schaltbarer PI-Regler mit einstellbarem Anfangswert. Die Anpassung der Regelparameter erfolgt durch die Kapazität  $C_4$  und den Widerstand  $R_{10}$ . Der regelbare Widerstand  $R_{29}$  dient zur Einstellung der Gesamtregelverstärkung und ist von außen her zugänglich. Details zum Verhalten dieser Schaltung finden sich in Abschnitt 1.2.1 auf Seite 17. Dort nicht näher erläutert wurde die Funktion des Verzögerungsgliedes am Schalteingang der Regelung. Damit wird die Regelung erst kurz nach Einschalten des Lichts mit einer einstellbaren Verzögerung von typisch ca. 5  $\mu\text{s}$  aktiviert. Dies gibt der Photodiode, die zur Messung der Intensität verwendet wird, Zeit, damit sie ihren vollen Ausgangspegel erreichen kann.

Ein Überlaufdetektor am Regelausgang kontrolliert, ob die Ausgangsspannung bis auf die Austeuergrößen ansteigt. Dies passiert z.B., falls der Vorgabewert an die Regelung die maximal verfügbare Laserleistung (bei voller Aussteuerung) überschreitet. Das Auftreten eines solchen fehlerhaften Zustands wird durch eine dauerhaft leuchtende LED angezeigt. Ein Reset-Taster setzt diese Fehleranzeige zurück.

Durch eine zusätzliche Diode parallel zum Kondensator  $C_4$  des PI-Reglers (im Schaltplan nicht eingezeichnet) lässt sich ein Absinken der Aussteuerspannung zu großen negativen Werten verhindern. Dies tritt auf, falls die Vorgabe die minimal realisierbare Intensität unterschreitet. Durch diese Modifikation wird die Zeit, die der Regler zur Erholung von solch einem fehlerhaften Zustand benötigt, deutlich reduziert.

## A.3 AOM-Treiber

Der AOM-Treiber (Abbildung A.6 auf Seite 132) dient zur Erzeugung des RF-Signals für die Ansteuerung eines AOMs. Er enthält eine steuerbare Signalquelle (POS-150 von Minicircuits, 75–150 MHz), zwei Video-Operationsverstärker OPA693 zum schnellen Schalten bzw. als Treiber für den Monitorausgang sowie zwei regelbare Abschwächer (TFAS-2SM von Minicircuits) zum Einstellen der Ausgangsleistung. Wir verwenden zwei Abschwächer in Serie, da die maximale Abschwächung eines einzelnen Bauteils mit ca. 30 dB für viele Anwendungsfälle nicht ausreichend ist. Die Verstärkerstufe besteht aus einem Vorverstärker ERA-4SM von Minicircuits und einer Endstufe MHW9267 von Freescale mit max. 2 W Ausgangsleistung. Diese Endstufe neigt (vermutlich aufgrund der hohen Bandbreite von 900 MHz) zu Instabilitäten. Es hat sich für einen zuverlässigen Betrieb als empfehlenswert herausgestellt, die Masseleitungen der Endstufe durch zusätzliche Verbindungen zum Metallgehäuse zu verstärken. Die alternative Endstufe MHW1345 zeigt auch ohne diese Modifikationen ein stabiles Verhalten, bietet aber nur eine maximale Ausgangsleistung von 1 W.



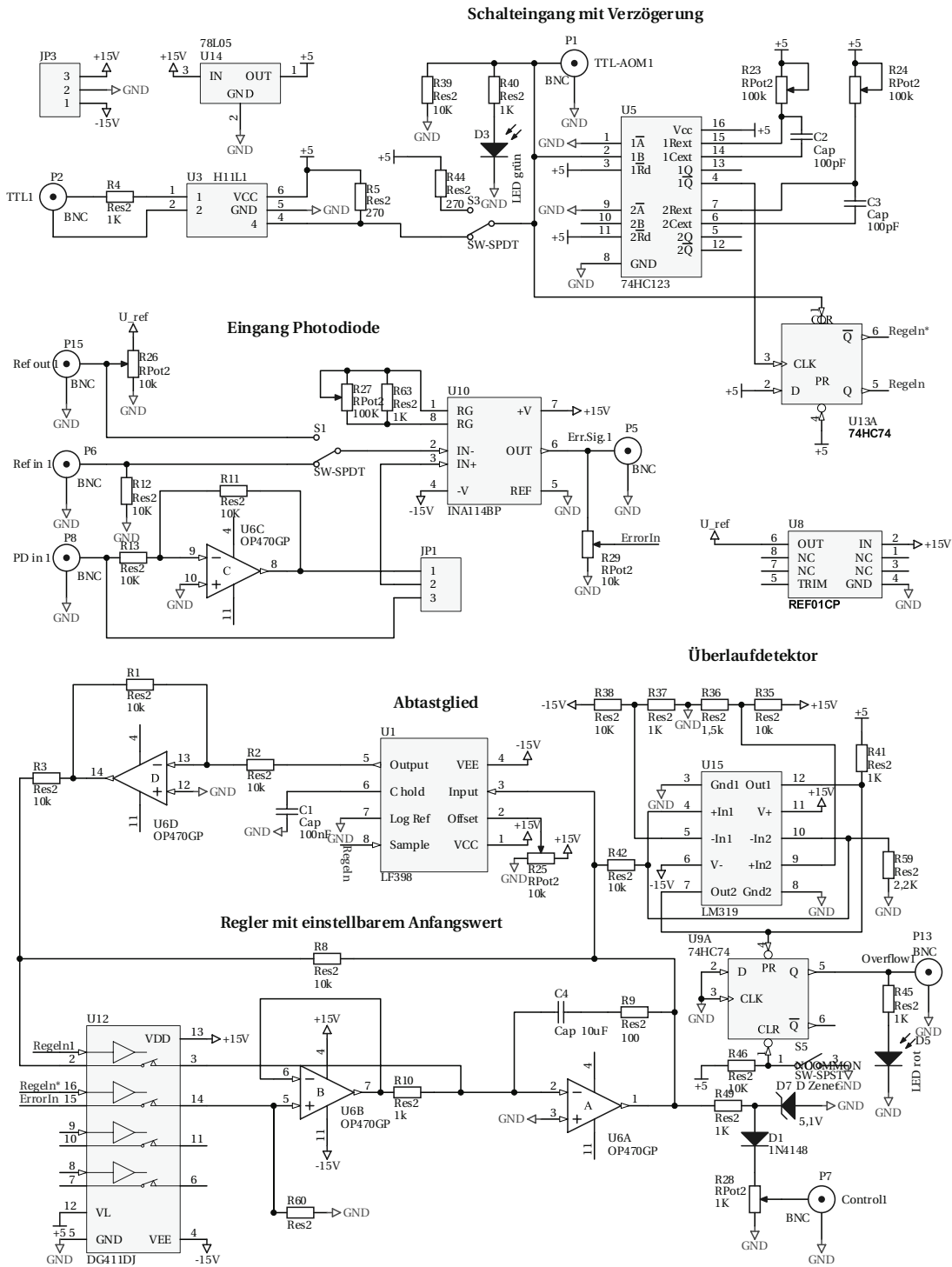


Abbildung A.5: Schaltplan Intensitätsstabilierung

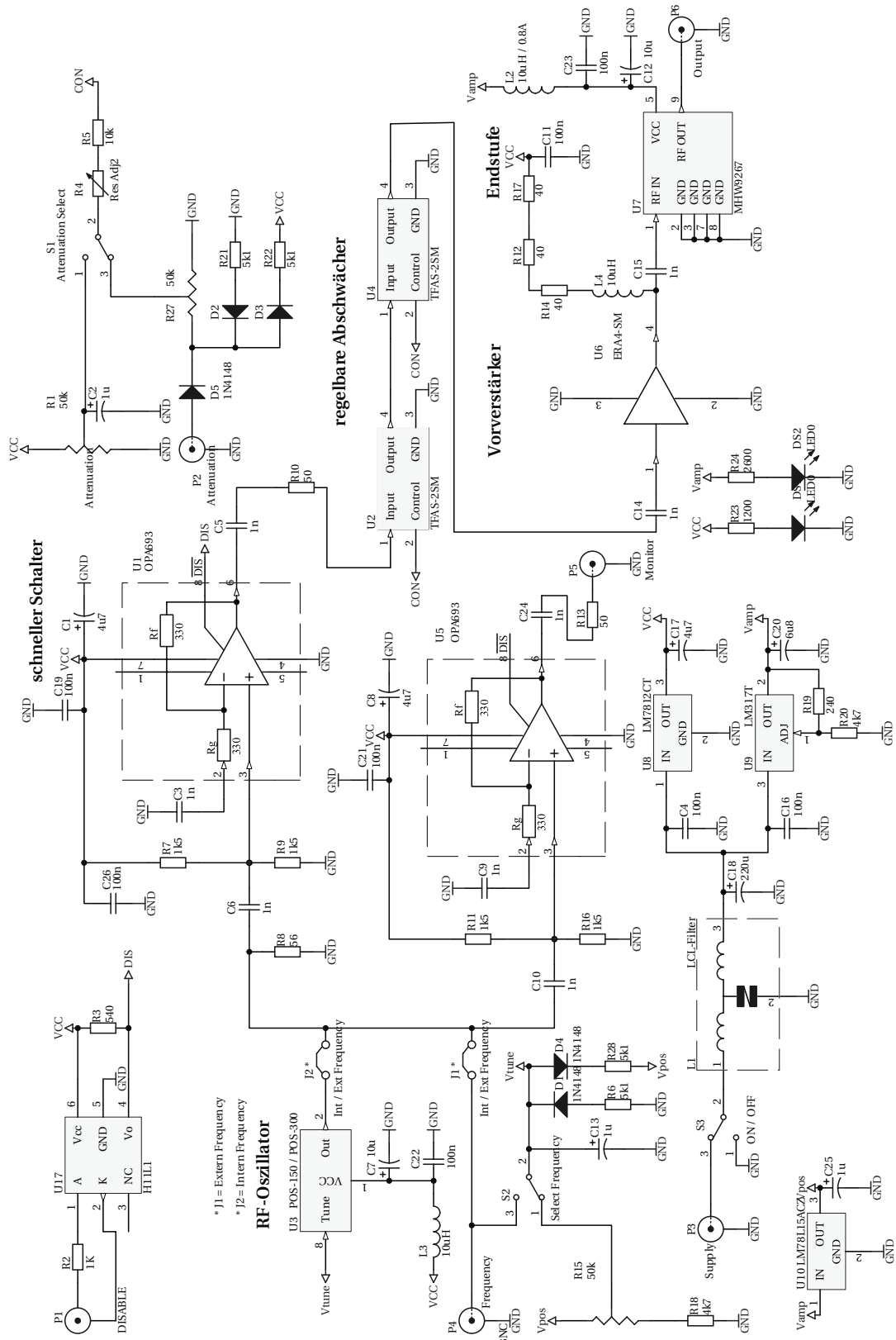


Abbildung A.6: Schaltplan AOM-Treiber.

## A.4 Netzsynchrone Taktquelle

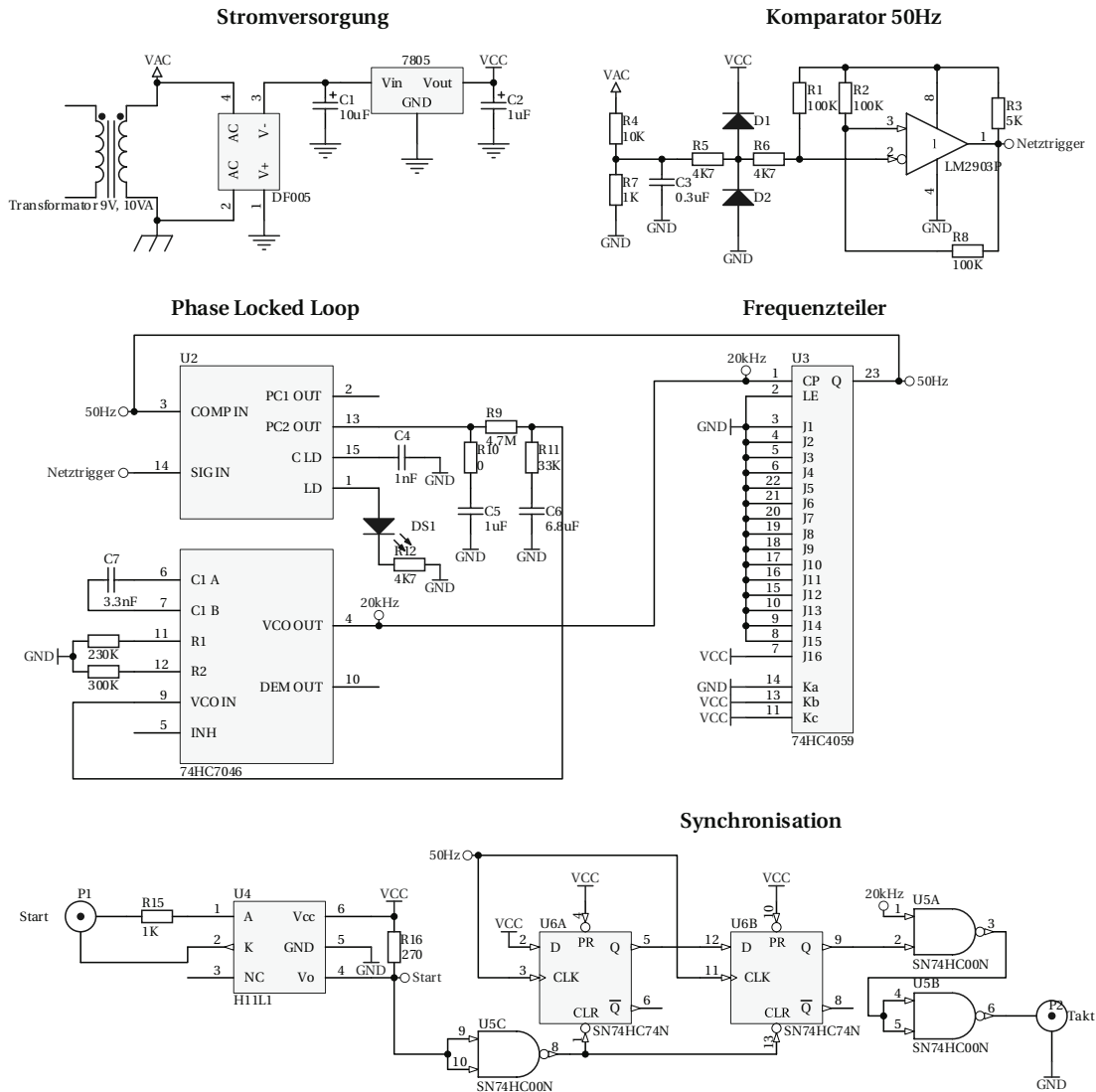
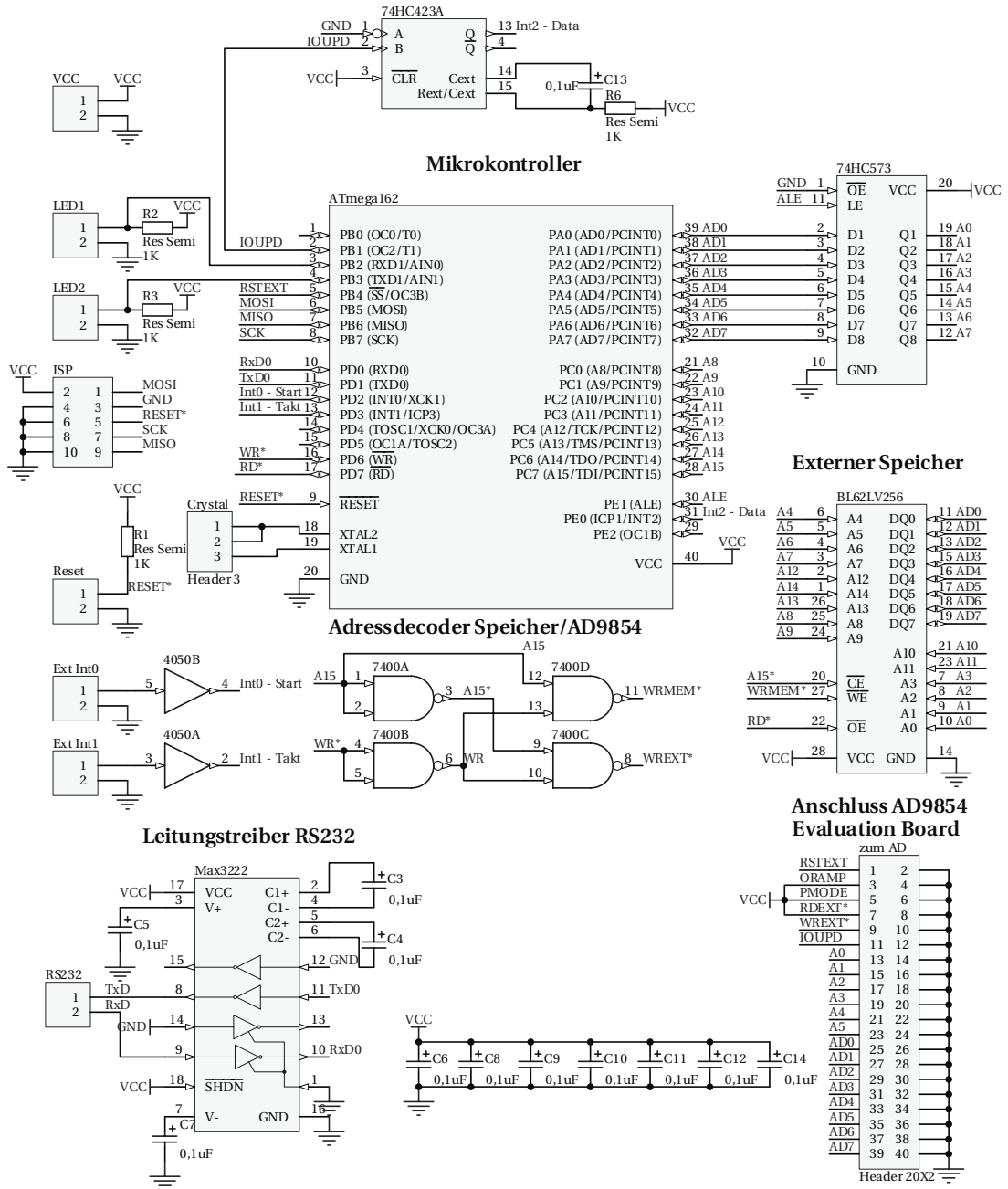


Abbildung A.7:

Schaltplan für die Erzeugung des netzsynchronen Taktsignals (siehe auch Abschnitt 1.6.1 auf Seite 36). Das Taktsignal wird durch Hochmultiplizieren der Netzfrequenz von 50 Hz auf 20 kHz mittels des PLL-Bauteils 74HC7046 und des Frequenzteilers 74HC4059 gewonnen. Die Ausgabe des Taktes beginnt mit dem übernächsten Nulldurchgang der Netzspannung nach Anlegen des Start-Signals und endet sofort mit der Rücksetzung des Start-Signals. Hierzu dient die Synchronisationsschaltung. Das digitale Referenzsignal bei 50 Hz wird mittels eines Komparators aus der runtertransformierten Netzspannung (bezogen aus der eingebauten Stromversorgung) erzeugt.

## A.5 RF-Sweepgenerator



**Abbildung A.8:**

Schaltplan RF-Sweepgenerator. Einen Überblick über die Funktionsweise der Schaltung gibt Abbildung 1.26 auf Seite 39. Anstatt den Synthesizer-Baustein AD9854 direkt in die Schaltung zu integrieren, verwenden wir die fertig aufgebaute Evaluierungs-Platine AD9854/PCB von Analog Devices.

# Literaturverzeichnis

- Anderson, M. H., J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell, 1995.  
*Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor.*  
Science 269 (5221): 198–201.
- Arimondo, E. und G. Orriols, 1976.  
*Nonabsorbing atomic coherences by coherent two-photon transitions in a three-level optical pumping.*  
Lettere al Nuovo Cimento della Societa Italiana di Fisica 17: 333–338.
- Autler, S. H. und C. H. Townes, 1955.  
*Stark effect in rapidly varying fields.*  
Physical Review 100 (2): 703–722.
- Band, Y. B., B. Malomed und M. Trippenbach, 2002.  
*Adiabaticity in nonlinear quantum dynamics: Bose-Einstein condensate in a time-varying box.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 65 (3): 033607.
- Büchler, H., 2005.  
*Exact solution of the two particle problem in an optical lattice.*  
Unveröffentlicht.
- Bergmann, K., H. Theuer und B. W. Shore, 1998.  
*Coherent population transfer among quantum states of atoms and molecules.*  
Reviews of Modern Physics 70: 1003.
- Bjorklund, G. C., M. D. Levenson, W. Lenth und C. Ortiz, 1983.  
*Frequency modulation (FM) spectroscopy. Theory of lineshapes and signal-to-noise analysis.*  
Applied Physics B: Lasers and Optics 32 (3): 145–152.
- Bloch, I., 2005.  
*Ultracold quantum gases in optical lattices.*  
Nature Physics 1: 23–30.
- Bohn, J. L. und P. S. Julienne, 1999.  
*Semianalytic theory of laser-assisted resonant cold collisions.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 60 (1): 414–425.

## Literaturverzeichnis

- Calsamiglia, J., M. Mackie und K.-A. Suominen, 2001.  
*Superposition of macroscopic numbers of atoms and molecules.*  
Physical Review Letters 87 (16): 160403.
- Campbell, G. K., J. Mun, M. Boyd, P. Medley, A. E. Leanhardt, L. Marcassa, D. E. Pritchard und W. Ketterle, 2006.  
*Imaging the mott insulator shells using atomic clock shifts.*  
Science 313: 649–652.
- Camy, G., C. J. Bordé und M. Ducloy, 1982.  
*Heterodyne saturation spectroscopy through frequency modulation of the saturating beam.*  
Optics Communications 41 (5): 325–330.
- Castin, Y. und J. Dalibard, 1997.  
*Relative phase of two bose-einstein condensates.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 55 (6): 4330–4337.
- Choi, D.-I. und Q. Niu, 1999.  
*Bose-Einstein condensates in an optical lattice.*  
Physical Review Letters 82 (10): 2022–2025.
- Clark, S. R. und D. Jaksch, 2004.  
*Dynamics of the superfluid to Mott insulator transition in one dimension.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 70 (4): 043612.
- Clark, S. R. und D. Jaksch, 2006.  
*Signatures of the superfluid to Mott-insulator transition in the excitation spectrum of ultracold atoms.*  
New Journal of Physics 8: 160.
- Cook, R. J. und A. F. Bernhardt, 1978.  
*Deflection of atoms by a resonant standing electromagnetic wave.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 18 (6): 2533–2537.
- Cornell, E. A. und C. E. Wieman, 2002.  
*Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments.*  
Reviews of Modern Physics 74 (3): 875–893.
- Daley, A. J., 2005.  
*Manipulation and simulation of cold atoms in optical lattices.*  
Dissertation, Fakultät für Mathematik, Informatik und Physik der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck.
- Daley, A. J., A. Kantian, H. P. Büchler, P. Zoller, K. Winkler, G. Thalhammer, F. Lang, R. Grimm und J. Hecker Denschlag, 2006.  
*Repulsively bound atom pairs: Overview, simulations and links.*

- In *ATOMIC PHYSICS 20: XX International Conference on Atomic Physics - ICAP 2006*, Band 869, Seiten 212–218.
- Danzl, J., 2007.  
*Towards optical spectroscopy of ultracold Cesium molecules.*  
Diplomarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Experimentalphysik.
- Davis, K. B., M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle, 1995.  
*Bose-Einstein condensation in a gas of Sodium atoms.*  
Phys. Rev. Lett. 75 (22): 3969–3973.
- DeMarco, B., C. Lannert, S. Vishveshwara und T.-C. Wei, 2005.  
*Structure and stability of Mott-insulator shells of bosons trapped in an optical lattice.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 71 (6): 063601.
- DeMille, D., 2002.  
*Quantum computation with trapped polar molecules.*  
Physical Review Letters 88 (6): 067901.
- Demler, E. und S.-C. Zhang, 1995.  
*Theory of the resonant neutron scattering of high- $T_c$  superconductors.*  
Physical Review Letters 75 (22): 4126–4129.
- Drever, R. W. P., J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. Munley und H. Ward, 1983.  
*Laser phase and frequency stabilisation using an optical resonator.*  
Applied Physics B: Lasers and Optics 31 (2): 97–105.
- Dürr, S., T. Volz, A. Marte und G. Rempe, 2004a.  
*Observation of molecules produced from a Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review Letters 92 (2): 020406.
- Dürr, S., T. Volz und G. Rempe, 2004b.  
*Dissociation of ultracold molecules with Feshbach resonances.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 70 (3): 031601(R).
- Drummond, P. D., K. V. Kheruntsyan und H. He, 1998.  
*Coherent molecular solitons in Bose-Einstein condensates.*  
Physical Review Letters 81 (15): 3055.
- Drummond, P. D., K. V. Kheruntsyan, D. J. Heinzen und R. H. Wynar, 2002.  
*Stimulated Raman adiabatic passage from an atomic to a molecular Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 65 (6): 063619.
- Esslinger, T., I. Bloch und T. W. Hänsch, 1998.  
*Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe configuration trap.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 58 (4): R2664.

## Literaturverzeichnis

- Fisher, M. P. A., P. B. Weichmann, G. Grinstein und D. S. Fisher, 1989.  
*Boson localization and the superfluid-insulator transition.*  
Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics 40 (1): 546–570.
- Fölling, S., A. Widera, T. Müller, F. Gerbier und I. Bloch, 2006.  
*Formation of spatial shell structures in the superfluid to Mott insulator transition.*  
Physical Review Letters 97 (6): 060403.
- Galindo, A. und P. Pascual, 1990.  
*Quantum Mechanics I*, Band I von *Texts and Monographs in Physics*.  
Springer-Verlag, 2. Auflage.
- García-Ripoll, J. J., 2006.  
*Time evolution of Matrix Product States.*  
New Journal of Physics 8: 305.
- García-Ripoll, J. J., J. Cirac, P. Zoller, C. Kollath, U. Schollwöck und J. von Delft, 2004.  
*Variational ansatz for the superfluid mott-insulator transition in optical lattices.*  
Optics Express 12 (1): 42–54.
- Góral, K., T. Köhler, S. A. Gardine, E. Tiesinga und P. S. Julienne, 2004.  
*Adiabatic association of ultracold molecules via magnetic-field tunable interactions.*  
Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 37 (17): 3457–3500.
- Greiner, M., 2003.  
*Ultracold quantum gases in three-dimensional optical lattice potentials.*  
Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München.
- Greiner, M., I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger, 2001.  
*Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 63 (3): 031401(R).
- Greiner, M., O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch und I. Bloch, 2002.  
*Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in gas of ultracold atoms.*  
Nature 415 (3): 39–44.
- Grimm, R., M. Weidemüller und Y. B. Ovchinnikov, 2000.  
*Optical dipole traps for neutral atoms.*  
Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics 42: 95–170.
- Hecker Denschlag, J. und A. J. Daley, 2006.  
*Exotic atom pairs: Repulsively bound states in an optical lattice.*  
In *Proceedings of the international school of physics »Enrico Fermi«*, Band CLXIV.
- Hecker Denschlag, J., J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Hel-  
merson, S. L. Rolston und W. D. Phillips, 2002.  
*A Bose-Einstein condensate in an optical lattice.*  
Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 35 (14): 3095–3110.



- Heinzen, D. J., R. H. Wynar, P. D. Drummond und K. V. Kheruntsyan, 2000.  
*Superchemistry: dynamics of coupled atomic and molecular Bose-Einstein condensates.*  
 Physical Review Letters 84 (22): 5029–5033.
- Hellwig, M., 2005.  
*Stabilisierung von Laser-Systemen für Experimente mit ultrakalten Atomen.*  
 Diplomarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Experimentalphysik.
- Herbig, J., T. Krämer, M. Mark, T. Weber, C. Chin, H.-C. Nägerl und R. Grimm, 2003.  
*Preparation of a pure molecular quantum gas.*  
 Science 301: 1510–1513.
- Hope, J. J., M. K. Olsen und L. I. Plimak, 2001.  
*Multimode model of the formation of molecular Bose-Einstein condensates by Bose-stimulated Raman adiabatic passage.*  
 Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 63 (4): 043603.
- Jaksch, D., 1999.  
*Bose-Einstein condensation and applications.*  
 Dissertation, Naturwissenschaftliche Fakultät der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck.
- Jaksch, D., C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner und P. Zoller, 1998.  
*Cold bosonic atoms in optical lattices.*  
 Physical Review Letters 81 (15): 3108.
- Jaksch, D., V. Venturi, J. I. Cirac, C. J. Williams und P. Zoller, 2002.  
*Creation of a molecular condensate by dynamically melting a Mott insulator.*  
 Physical Review Letters 89 (4): 040402.
- Jaksch, D. und P. Zoller, 2005.  
*The cold atom Hubbard toolbox.*  
 Annals of Physics 315: 52–79.
- Jones, K. M., E. Tiesinga, P. D. Lett und P. S. Julienne, 2006.  
*Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering.*  
 Reviews of Modern Physics 78 (2): 483–535.
- Julienne, P. S., E. Tiesinga und T. Köhler, 2004.  
*Making cold molecules by time-dependent Feshbach resonances.*  
 Journal of Modern Optics 51 (21): 1787–1806.
- Jáuregui, R., N. Poli, G. Roati und G. Modugno, 2001.  
*Anharmonic parametric excitation in optical lattices.*  
 Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 64 (3): 033403.
- Kastberg, A., W. D. Phillips, S. L. Rolston und R. J. C. Spreeuw, 1995.  
*Adiabatic cooling of Cesium to 700nK in an optical lattice.*  
 Physical Review Letters 74 (9): 1542–1545.

## Literaturverzeichnis

- van Kempen, E. G. M., S. J. J. M. F. Kokkelmans, D. J. Heinzen und B. J. Verhaar, 2002.  
*Interisotope determination of ultracold Rubidium interactions from three high-precision experiments.*  
Physical Review Letters 88 (9): 093201.
- Ketterle, W., 2002.  
*Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser.*  
Reviews of Modern Physics 74 (4): 1131–1151.
- Ketterle, W., D. S. Durfee und D. M. Stamper-Kurn, 1999.  
*Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates.*  
In M. Inguscio, S. Stringari und C. E. Wieman, Herausgeber, *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, Band CXL von *Proceedings of the International School of Physics »Enrico Fermi«*. IOS Press.
- Ketterle, W. und H.-J. Miesner, 1997.  
*Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 56 (4): 3291–3293.
- Köhler, T., K. Góral und P. S. Julienne, 2006.  
*Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances.*  
Reviews of Modern Physics 78 (4): 1311–1361.
- Kittel, C., 1963.  
*Quantum theory of solids.*  
John Wiley & Sons.
- Kohn, W., 1959.  
*Analytic properties of Bloch waves and Wannier functions.*  
Physical Review 115 (4): 809–821.
- Kohn, W., 1973.  
*Construction of Wannier functions and applications to energy bands.*  
Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics 7 (10): 4388–4398.
- Kollath, C., A. Uicci, T. Giamarchi, W. Hofstetter und U. Schollwöck, 2006.  
*Spectroscopy of ultracold atoms by periodic lattice modulations.*  
Physical Review Letters 97 (5): 050402.
- Koster, G. F. und J. C. Slater, 1954.  
*Simplified impurity calculation.*  
Physical Review 96 (5): 1208–1223.
- Koštrun, M., M. Mackie, R. Côté und J. Javanainen, 2000.  
*Theory of coherent photoassociation of a Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 62 (6): 063616.

- Landau, L. D., 1932.  
*Zur Theorie der Energieübertragung II.*  
 Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion 2: 46.
- Lewenstein, M., A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. S. De und U. Sen, 2006.  
*Ultracold atomic gases in optical lattices: Mimicking condensed matter physics and beyond.*  
 arXiv:cond-mat/0606771.
- Luiten, O. J., M. W. Reynolds und J. T. M. Walraven, 1996.  
*Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas.*  
 Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 53 (1): 381–389.
- Mackie, M. und J. Javanainen, 1999.  
*Quasicontinuum modeling of photoassociation.*  
 Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 60 (4): 3174.
- Mackie, M. und J. Javanainen, 2000.  
*Role of Bose enhancement in photoassociation.*  
 Journal of Modern Optics 47 (14/15): 2645–2652.
- Mackie, M., R. Kowalski und J. Javanainen, 2000.  
*Bose-stimulated Raman adiabatic passage in photoassociation.*  
 Physical Review Letters 84 (17): 3803–3806.
- Mann, H., H. Schiffelgen und R. Froriep, 2005.  
*Einführung in die Regelungstechnik.*  
 Hanser, 10. Auflage.
- Marte, A., T. Volz, J. Schuster, S. Dürr, G. Rempe, E. G. M. v. Kempen und B. J. Verhaar, 2002.  
*Feshbach resonances in Rubidium 87: Precision measurement and analysis.*  
 Physical Review Letters 89 (28): 283202.
- McKenzie, C., J. Hecker Denschlag, H. Häffner, A. Browaeys, L. E. E. de Araujo, F. K. Fatemi, K. M. Jones, J. E. Simsarian, D. Cho, A. Simoni, E. Tiesinga, P. S. Julienne, K. Helmerson, P. D. Lett, S. L. Rolston und W. D. Phillips, 2002.  
*Photoassociation of Sodium in a Bose-Einstein condensate.*  
 Physical Review Letters 88 (12): 120403.
- Mies, F. H., E. Tiesinga und P. S. Julienne, 2000.  
*Manipulation of Feshbach resonances in ultracold atomic collisions using time-dependent magnetic fields.*  
 Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 61 (2): 022721.
- Morsch, O. und M. Oberthaler, 2006.  
*Dynamics of Bose-Einstein condensates in optical lattices.*  
 Reviews of Modern Physics 78 (37): 179.

## Literaturverzeichnis

- Newbury, N. R., C. J. Myatt und C. E. Wieman, 1995.  
*s-wave elastic collisions between cold ground-state  $^{87}\text{Rb}$  atoms.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 51 (4): R2680–R2683.
- Ovchinnikov, Y. B., J. H. Müller, M. R. Doery, E. J. D. Vredenburg, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips, 1999.  
*Diffraction of a released Bose-Einstein condensate by a pulsed standing light wave.*  
Physical Review Letters 83 (2): 284–287.
- Raj, R. K., D. Bloch, J. J. Snyder, G. Camy und M. Ducloy, 1980.  
*High-frequency optically heterodyned saturation spectroscopy via resonant degenerate four-wave mixing.*  
Physical Review Letters 44 (19): 1251–1254.
- Ritsch, H.  
Private Mitteilung.
- Schenzle, A., R. G. DeVoe und R. G. Brewer, 1982.  
*Phase-modulation laser spectroscopy.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 25 (5): 2606–2621.
- Schmid, S., 2006.  
*Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice.*  
Diplomarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Experimentalphysik.
- Schmid, S., G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang und J. Hecker Denschlag, 2006.  
*Long distance transport of ultracold atoms using a 1D optical lattice.*  
New Journal of Physics 8: 159.
- Schünemann, U., H. Engler, R. Grimm, M. Weidemüller und M. Zielonkowski, 1999.  
*Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers.*  
Review of Scientific Instruments 70 (1): 242–243.
- Shore, B. W., 1990.  
*Theory of coherent atomic excitation.*  
Wiley.
- Slater, J. C., 1952.  
*A soluble problem in energy bands.*  
Physical Review 87 (5): 807–835.
- Smirne, G., R. Godun, D. Cassettari, V. Boyer, C. Foot, T. Volz, N. Syassen, S. Dürr, G. Rempe, M. Lee, K. Góral und T. Köhler, 2007.  
*Collisional relaxation of Feshbach molecules and three-body recombination in  $^{87}\text{Rb}$  Bose-Einstein condensates.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 75 (2): 020702(R).

- Sørensen, A., L.-M. Duan, J. I. Cirac und P. Zoller, 2001.  
*Many-particle entanglement with Bose-Einstein condensates.*  
Nature 409: 63.
- Spiegelmann, F., D. Pavolini und J. P. Daudey, 1989.  
*Theoretical study of the excited states of the heavier alkali dimers. II. The Rb<sub>2</sub> molecule.*  
Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 22 (16): 2465–2483.
- Stenger, J., S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard und W. Ketterle, 1999.  
*Bragg spectroscopy of a Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review Letters 82 (23): 4569–4573.
- Stöferle, T., H. Moritz, C. Schori, M. Köhl und T. Esslinger, 2004.  
*Transition from a strongly interacting 1D superfluid to a Mott insulator.*  
Physical Review Letters 92 (13): 130403.
- Tchernyshyov, O., M. R. Norman und A. V. Chubukov, 2001.  
*Neutron resonance in high-T<sub>c</sub> superconductors is not the  $\pi$  particle.*  
Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics 63 (14): 144507.
- Thalhammer, G., M. Theis, K. Winkler, R. Grimm und J. Hecker Denschlag, 2005.  
*Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 71 (3): 033403.
- Thalhammer, G., K. Winkler, F. Lang, S. Schmid, R. Grimm und J. Hecker Denschlag, 2006.  
*Long-lived Feshbach molecules in a three-dimensional optical lattice.*  
Physical Review Letters 96 (5): 050402.
- Theis, M., 2005.  
*Optical Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate.*  
Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck.
- Theis, M., G. Thalhammer, K. Winkler, M. Hellwig, G. Ruff, R. Grimm und J. Hecker Denschlag, 2004.  
*Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance.*  
Physical Review Letters 93 (12): 123001.
- Tietze, U. und C. Schenk, 1993.  
*Halbleiter-Schaltungstechnik.*  
Springer, 10. Auflage.
- Trebst, S., H. Monien, A. Grzesik und M. Sigrist, 2006.  
*Quasiparticle dynamics in the Kondo lattice model at half filling.*  
Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics 73 (16): 165101.
- Unterwaditzer, P., 2005.

## Literaturverzeichnis

- Aufbau eines vollständigen Diodenlasersystems zur Laserkühlung und Detektion von gespeicherten Cs-Atomen.*  
Diplomarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Experimentalphysik.
- da Veiga, P. A. E., L. Ioriatti und M. O'Carroll, 2002.  
*Energy-momentum spectrum of some two-particle lattice schrödinger hamiltonians.*  
Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics 66 (1): 016130.
- Vogels, J. M., C. C. Tsai, R. S. Freeland, S. J. J. M. Kokkelmans, B. J. Verhaar und D. J. Heinzen, 1997.  
*Prediction of Feshbach resonances in collisions of ultracold Rubidium atoms.*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 56 (2): 1067–1070.
- Volz, T., S. Dürr, S. Ernst, A. Marte und G. Rempe, 2003.  
*Charakterization of elastic scattering near a Feshbach resonance in  $^{87}\text{Rb}$ .*  
Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics 68 (1): 010702(R).
- Weber, T., 2003.  
*Bose-Einstein condensation of optically trapped Cesium.*  
Dissertation, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck.
- Weiner, J., V. S. Bagnato, S. Zilio und P. S. Julienne, 1999.  
*Experiments and theory in cold and ultracold collisions.*  
Reviews of Modern Physics 71 (1): 1–85.
- Winkler, K., 2002.  
*Aufbau einer magnetischen Transportapparatur für ultrakalte Atome.*  
Diplomarbeit, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, Institut für Experimentalphysik.
- Winkler, K., F. Lang, G. Thalhammer, P. van der Straten und R. Grimm, 2007.  
*Coherent optical transfer of Feshbach molecules to a lower vibrational state.*  
Physical Review Letters 98: 043201.
- Winkler, K., G. Thalhammer, F. Lang, R. Grimm, J. H. Denschlag, A. J. Daley, A. Kantian, H. P. Büchler und P. Zoller, 2006.  
*Repulsively bound atom pairs in an optical lattice.*  
Nature 441: 853–856.
- Winkler, K., G. Thalhammer, M. Theis, H. Ritsch, R. Grimm und J. Hecker Denschlag, 2005.  
*Atom-molecule dark states in a Bose-Einstein condensate.*  
Physical Review Letters 95 (6): 063202.
- Xu, K., T. Mukaiyama, J. R. Abo-Shaeer, J. K. Chin, D. E. Miller und W. Ketterle, 2003.  
*Formation of quantum-degenerate Sodium molecules.*  
Physical Review Letters 91 (21): 210402.
- Zener, C., 1932.  
*Non-adiabatic crossing of energy levels.*

Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character 137 (833): 696–702.