

$$\begin{aligned}
 a) \int x^3 \cos x \, dx &= \int x^3 (\sin x)' \, dx = -3 \int x^2 \sin x + x^3 \sin x \\
 &= -6 \int x \cos x + 3x^2 \cos x + x^3 \sin x = 6 \int \sin x + 6x \sin x + 3x^2 \cos x + x^3 \sin x \\
 &= -6 \cos x - 6x \sin x + 3x^2 \cos x + x^3 \sin x = \underline{\underline{3 \cos x (-2 + x^2) + \sin x (x^3 - 6x)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \int e^x \sin x \, dx &= \int e^x (-\cos x)' \, dx = + \int e^x \cos x \, dx - e^x \cos x \\
 &= - \int e^x \sin x \, dx + e^x \sin x - e^x \cos x \Rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \int \sqrt{x} \ln x \, dx &= \int \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}\right)' \ln x \, dx = -\frac{2}{3} \int x^{\frac{3}{2}} \frac{1}{x} \, dx + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \ln x \\
 &= -\frac{4}{9} x^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \ln x = \underline{\underline{\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \left(\ln x - \frac{2}{3} \right)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d) \frac{x^4 + x}{-x^4 + 2x^3 + 2x^2} &= (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 2x + 2) + x + 4 \quad \left| \begin{array}{l} 8 - 4 = 4 > 0 \\ \text{Integraltafel} \end{array} \right. \\
 \begin{array}{r} 2x^3 + 2x^2 + x \\ -2x^3 + 4x^2 - 4x \\ \hline 2x^2 - 3x + 4 \\ -2x^2 + 4x + 4 \end{array} & \quad \int \frac{x^4 + x}{(x^2 - 2x + 2)} \, dx = \int x^2 + 2x + 2 \, dx + \int \frac{x \, dx}{(x^2 - 2x + 2)} + 4 \int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 2)} \\
 &= \frac{1}{3} x^3 + x^2 + 2x + \frac{4}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) + \int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 2)} - 4 \int \frac{dx}{(x^2 - 2x + 2)} \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{3} x^3 + x^2 + 2x + \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) - 3 \arctan(x - 1)}}
 \end{aligned}$$

$$e) \int \frac{x^2 + 2}{x^2 + x} \, dx = \int \frac{-1}{(1+x)} + \frac{2}{x} \, dx = 2 \ln|x| - \ln|1+x|$$

$$f) \int \frac{4x^3 + 21x^2 + 36x + 19}{x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 19x + 7} \, dx = \ln|x^4 + 7x^3 + 18x^2 + 19x + 7|$$

$$g) \int x e^{1-3x^2} \, dx = -\frac{1}{6} \int (6x) e^{1-3x^2} \, dx = -\frac{1}{6} e^{1-3x^2}$$

h)

$$h) \int \sqrt{4-x^2} dx = 2 \int \sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2} dx = 4 \int \sqrt{1-\sin^2 y} \cos y dy = 4 \int \cos^2 y dy$$

$$\left(\frac{x}{2} = \sin y, \frac{dx}{dy} = 2 \cos y\right)$$

$$\int \cos^2 y dy = \int \cos y (\sin y)' dy = + \int \sin y \sin y dy + \cos y \sin y$$

$$= \int 1 - \cos^2 y dy + \cos y \sin y \Rightarrow \int \cos^2 y = \frac{1}{2} (y + \cos y \sin y)$$

$$\Rightarrow \int \sqrt{4-x^2} dx = 2 \arcsin \frac{x}{2} + x \sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2} = 2 \arcsin \frac{x}{2} + \frac{1}{2} x \sqrt{4-x^2}$$

$$i) \int \frac{6x^3 + 2x^2 + 3x - 26}{(x-2)(x+2)(x^2+5)} dx = \int \frac{a_1}{(x-2)} + \frac{a_2}{(x+2)} + \frac{a_3x+a_4}{(x^2+5)} dx$$

$$\left(NR: a_1 = \frac{6 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 - 26}{4 \cdot 9} = 1, a_2 = \frac{6 \cdot (-2)^3 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot (-2) - 26}{-4 \cdot 9} = 2 \right)$$

$$\frac{6x^3 + 2x^2 + 3x - 26 - (x+2)(x^2+5) - 2(x-2)(x^2+5)}{(x-2)(x+2)(x^2+5)} = \frac{a_3x+a_4}{(x^2+5)}$$

$$\begin{aligned} & 6x^3 + 2x^2 + 3x - 26 - x^3 - 2x^2 - 5x - 10 - 2x^3 + 4x^2 - 10x + 20 \\ & = (3x^3 + 4x^2 - 12x - 16) : (x^2+5) = (3x+4) \rightarrow a_3 = 3, a_4 = 4 \end{aligned}$$

$$= \ln|x-2| + 2\ln|x+2| + 3 \frac{4}{\sqrt{5}} - \arctan \frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{3}{2} \ln(x^2+5)$$

$$j) \int \sin(2x) \sin(3x) dx = \int \left(\frac{1}{2} \cos(2x) \right)' \sin(3x) dx$$

$$= + \frac{3}{2} \int \cos(2x) \cos(3x) - \frac{1}{2} \cos(2x) \sin(3x)$$

$$= \frac{9}{4} \int \sin(2x) \sin(3x) dx + \frac{3}{4} \sin(2x) \cos(3x) - \frac{1}{2} \cos(2x) \sin(3x)$$

$$\Rightarrow \int \sin(2x) \sin(3x) = -\frac{1}{5} (3 \sin(2x) \cos(3x) - 2 \cos(2x) \sin(3x))$$

$$k) (x^3+1) = (x^2-4)x + 4x + 1$$

$$= \int \frac{x^3+1}{x^2-4} dx = \frac{1}{2}x + \int \frac{4x+1}{(x-2)(x+2)} dx = \frac{1}{2}x + \int \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2} dx$$

$$(a = \frac{9}{4}, b = \frac{7}{4}) = \frac{1}{2}x + \frac{9}{4} \ln|x-2| + \frac{7}{4} \ln|x+2|$$

$$l) \int e^{3x} \cos(4x) dx = -\frac{3}{4} \int e^{3x} \sin(4x) + \frac{1}{4} e^{3x} \sin(4x)$$

$$= -\frac{9}{16} \int e^{3x} \cos(4x) + \frac{3}{16} e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{4} e^{3x} \sin(4x)$$

$$\Rightarrow \int e^{3x} \cos(4x) = \frac{1}{25} (3e^{3x} \cos(4x) + 4e^{3x} \sin(4x))$$

$$m) \int \frac{dx}{x^2-4x+3} = \int \frac{\frac{1}{2}}{(x-3)} + \frac{-\frac{1}{2}}{(x-1)} dx = \frac{1}{2} (\ln|x-3| - \ln|x-1|)$$

$$n) \int \frac{e^x}{e^{2x}+1} = \int \frac{y}{y^2+1} \cdot \frac{1}{y} dy = \arctan e^x$$

$$e^x = y$$

$$x = \ln y$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{y}$$

$$0) \int x e^{3x} \cos(4x) dx = \int x e^{3x} \left(\frac{1}{4} \sin(4x) \right)' dx$$

$$= -\frac{3}{4} \int x e^{3x} \sin(4x) dx - \frac{1}{4} \int e^{3x} \sin(4x) + \frac{1}{4} x e^{3x} \sin(4x)$$

$$= -\frac{9}{16} \int x e^{3x} \cos(4x) dx - \frac{3}{16} \int e^{3x} \cos(4x) + \frac{3}{16} x e^{3x} \cos(4x)$$

$$= -\frac{3}{16} \int e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{16} \int e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{4} x e^{3x} \sin(4x)$$

$$= \frac{16}{25} \left(\frac{3}{16} x e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{16} e^{3x} \cos(4x) + \frac{4}{16} x e^{3x} \sin(4x) - \frac{6}{16} \int e^{3x} \sin(4x) dx \right)$$

$$= \frac{16}{25} \left(\frac{3}{16} x e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{16} e^{3x} \cos(4x) + \frac{4}{16} x e^{3x} \sin(4x) - \frac{6}{16} \int e^{3x} \sin(4x) dx \right)$$

$$= \frac{16}{25} \left(3 x e^{3x} \cos(4x) + \frac{1}{25} e^{3x} \cos(4x) + 4 x e^{3x} \sin(4x) - \frac{6}{25} \int e^{3x} \sin(4x) dx \right)$$

$$= \frac{16}{25} \left(4 \sin(4x) (25x - 6) + \cos(4x) (25x + 7) \right)$$

$$\int_{\mathbb{R}^n} \psi(\omega) q_{\omega} d\omega = \int_{\mathbb{R}^n} [\Delta \times \psi] q_{\omega} d\omega = \int_{\mathbb{R}^n} \psi(\omega) q_{\omega} d\omega$$

Aktionen von ψ auf $\mathbb{R}^n$

Sei ψ eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Sei ψ eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Sei ψ eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

$$\int_{\mathbb{R}^n} \psi(\omega) q_{\omega} d\omega = \int_{\mathbb{R}^n} [\Delta \times \psi] q_{\omega} d\omega = \int_{\mathbb{R}^n} \psi(\omega) q_{\omega} d\omega$$

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.

Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$. Die Funktion ψ ist eine Funktion auf $\mathbb{R}^n$.