

---

**Mathematische Grundlagen der Ökonomie II - Übungen**

**Blatt 7**

Abgabe: 9. Juni 2010 vor der Übung bis spätestens 14.10 Uhr

---

1. (4 Punkte)

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Entscheiden Sie, ob diese Matrix diagonalisierbar ist.

2. (6 + 6 + 2 Punkte)

Gegeben seien die beiden Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \\ -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 10 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie jeweils eine Matrix  $S$ , so dass  $S^{-1}AS$  eine Diagonalmatrix ist ( $A$  stehe dabei für eine der obigen Matrizen).

b) Berechnen Sie die  $m$ -te Potenz der beiden Matrizen.

c) Bestimmen Sie die Definitheit der beiden Matrizen.

3. (3 + 3 Punkte)

Das Außenhandelsmodell von Goldberg sei durch folgende Gleichung gegeben:

$$\vec{Y}_n = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \vec{Y}_{n-1} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

mit dem Anfangsvektor  $\vec{Y}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a) Bestimmen Sie den Gleichgewichtszustand  $\bar{Y}$ .

b) Ist der Gleichgewichtszustand attraktiv?

4. (6 + 2 Punkte)

Gegeben sei der funktionale Zusammenhang zwischen dem Bruttoeinkommen  $x$  (in 1000 Euro) und dem Grenzsteuersatz  $f(x)$ . Dabei gilt  $f(x) = 0$  für  $0 \leq x < 20$ , ein von 0.2 auf 0.25 linear ansteigender Satz für  $20 \leq x \leq 40$  und ein weiterer linearer Anstieg für  $40 \leq x \leq 60$  von 0.25 auf 0.4. Für  $x > 60$  soll ein konstanter Grenzsteuersatz von 0.4 gelten.

a) Wie hoch ist das Nettoeinkommen bei einem Bruttoeinkommen von 70.000 bzw. 47.000 Euro?

b) Wie hoch ist der jeweilige durchschnittliche Steuersatz bei den beiden Einkommen?