

## Vortrag zur Diplomarbeit

# Anwendung von Pattern-Database-Heuristiken zum Lösen nichtdeterministischer Planungsprobleme

Autor: Pascal Bercher  
Betreuer: Robert Mattmüller

**gegeben:** Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P}$ .  
**gesucht:** Starker Plan.

**gewählter Ansatz:** Heuristische Suche (mit AO\*-Algorithmus).  
**gewählte Heuristik:** Pattern-Database-Heuristiken  
(Abstraktionsheuristiken).

**gegeben:** Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P}$ .

**gesucht:** Starker Plan.

**gewählter Ansatz:** Heuristische Suche (mit AO\*-Algorithmus).

**gewählte Heuristik:** Pattern-Database-Heuristiken  
(Abstraktionsheuristiken).

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gegeben:**

Nichtdeterministisches Planungsproblem  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  mit:

- $Var$ , endliche Menge von Zustandsvariablen.  
 $S = 2^{Var}$  ist der Zustandsraum.
- $A$ , endliche Menge von Aktionen  $a = \langle pre(a), eff(a) \rangle$  und:
  - $pre(a) \subseteq Var$  und
  - $eff(a) = \{ \langle add_i, del_i \rangle \mid add_i, del_i \subseteq Var \text{ und } i \in \{1, \dots, n\} \}$ .
  - Es gilt:  $app(s, a) = \{ (s \cup add) \setminus del \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \}$
  - Die Effektvariablen von  $a$  sind  $effvar(a) = \bigcup_{i \in \{1, \dots, n\}} add_i \cup del_i$
- $s_0 \in S$ , der Initialzustand.
- $G \subseteq S$ , nichtleere Menge von Zielzuständen.

**gesucht:**

Starker Plan, d. h. eine Strategie  $\pi : S \rightarrow A$ , die bei Anwendung  $s_0 \in S$  in Zustände aus  $G \subseteq S$  überführt. (Kann durch Lösungsgraph repräsentiert werden.)

**gesucht:**

Starker Plan, d. h. eine Strategie  $\pi : S \rightarrow A$ , die bei Anwendung  $s_0 \in S$  in Zustände aus  $G \subseteq S$  überführt. (Kann durch Lösungsgraph repräsentiert werden.)

## UND/ODER-Graphen:

$\mathcal{P}$  induziert einen UND/ODER-Graphen (Hypergraph)  $\mathcal{G} = (V, C)$  mit:

- $V = S (= 2^{Var})$ , Menge der Knoten und
- $C$ , Menge der Konnektoren.

Für jedes  $v \in V$  ist  $c = (v, app(v, a)) \in C$ , falls  $pre(a) \subseteq v$ .

Wir nennen  $v = pred(c)$  und  $app(v, a) = succ(c)$ .

## Lösungsgraphen:

Einschränkung auf UND/ODER-Graphen, die einen starken Plan repräsentieren!

## UND/ODER-Graphen:

$\mathcal{P}$  induziert einen UND/ODER-Graphen (Hypergraph)  $\mathcal{G} = (V, C)$  mit:

- $V = S (= 2^{Var})$ , Menge der Knoten und
- $C$ , Menge der Konnektoren.

Für jedes  $v \in V$  ist  $c = (v, app(v, a)) \in C$ , falls  $pre(a) \subseteq v$ .

Wir nennen  $v = pred(c)$  und  $app(v, a) = succ(c)$ .

## Lösungsgraphen:

Einschränkung auf UND/ODER-Graphen, die einen starken Plan repräsentieren!

## UND/ODER-Graphen:

$\mathcal{P}$  induziert einen UND/ODER-Graphen (Hypergraph)  $\mathcal{G} = (V, C)$  mit:

- $V = S (= 2^{Var})$ , Menge der Knoten und
- $C$ , Menge der Konnektoren.

Für jedes  $v \in V$  ist  $c = (v, app(v, a)) \in C$ , falls  $pre(a) \subseteq v$ .

Wir nennen  $v = pred(c)$  und  $app(v, a) = succ(c)$ .

## Lösungsgraphen:

Einschränkung auf UND/ODER-Graphen, die einen starken Plan repräsentieren!

## UND/ODER-Graphen:

$\mathcal{P}$  induziert einen UND/ODER-Graphen (Hypergraph)  $\mathcal{G} = (V, C)$  mit:

- $V = S (= 2^{Var})$ , Menge der Knoten und
- $C$ , Menge der Konnektoren.

Für jedes  $v \in V$  ist  $c = (v, app(v, a)) \in C$ , falls  $pre(a) \subseteq v$ .

Wir nennen  $v = pred(c)$  und  $app(v, a) = succ(c)$ .

## Lösungsgraphen:

Einschränkung auf UND/ODER-Graphen, die einen starken Plan repräsentieren!

## Lösungsgraphen:

Ein Lösungsgraph  $\mathcal{G} = (V, C)$  von  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  ist ein zusammenhängender, *zyklenfreier* UND/ODER-Graph mit:

- $s_0 \in V$ ,
- für alle  $v \in V$  gilt:  
entweder ist  $v \in G$  oder es existiert genau ein  $c \in C$  mit  $pred(c) = v$ .

## Lösungsgraphen:

Ein Lösungsgraph  $\mathcal{G} = (V, C)$  von  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  ist ein zusammenhängender, *zyklenfreier* UND/ODER-Graph mit:

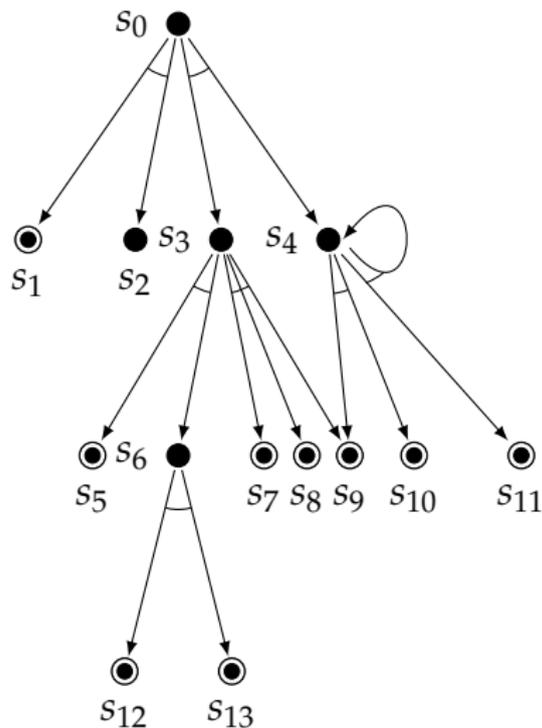
- $s_0 \in V$ ,
- für alle  $v \in V$  gilt:  
entweder ist  $v \in G$  oder es existiert genau ein  $c \in C$  mit  $pred(c) = v$ .

## Lösungsgraphen:

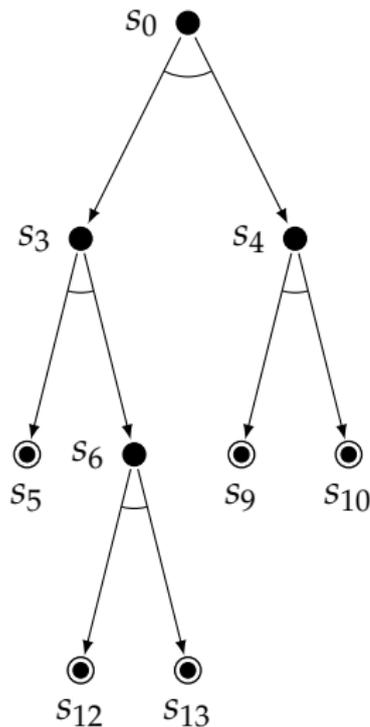
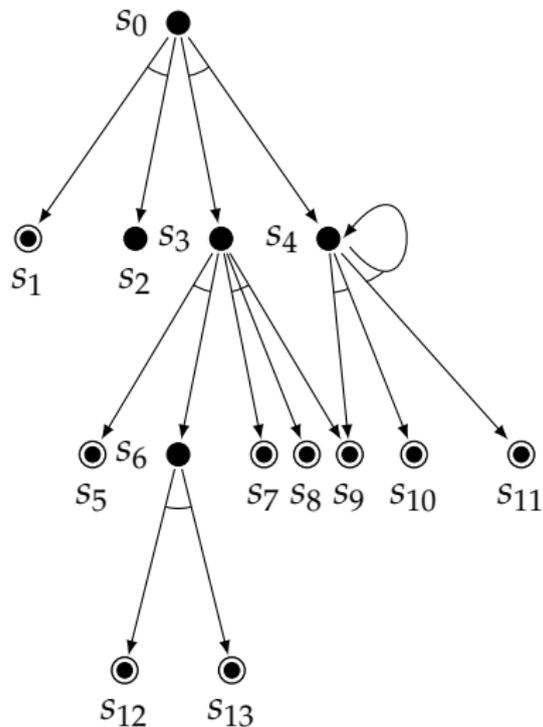
Ein Lösungsgraph  $\mathcal{G} = (V, C)$  von  $\mathcal{P} = (Var, A, s_0, G)$  ist ein zusammenhängender, *zyklenfreier* UND/ODER-Graph mit:

- $s_0 \in V$ ,
- für alle  $v \in V$  gilt:  
entweder ist  $v \in G$  oder es existiert genau ein  $c \in C$  mit  $pred(c) = v$ .

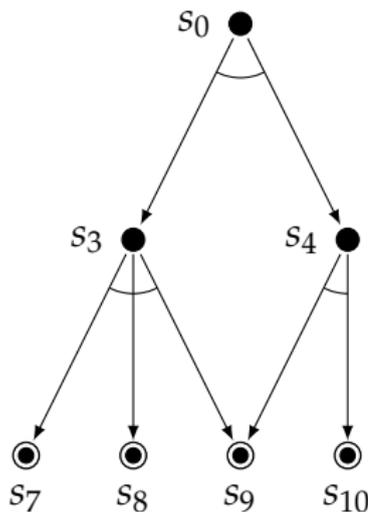
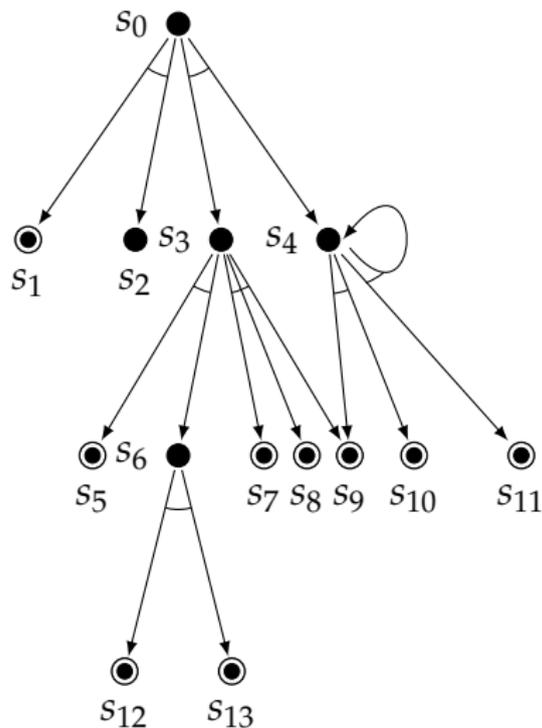
## UND/ODER-Graphen, Lösungsgraphen, Beispiele



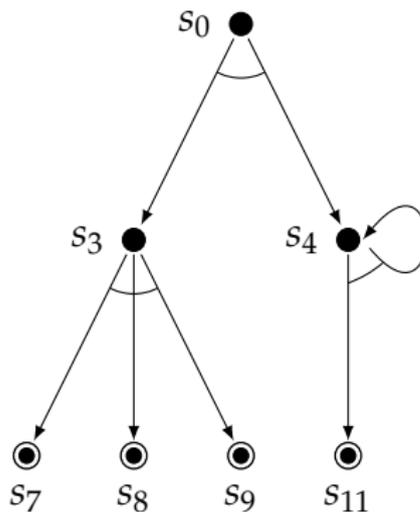
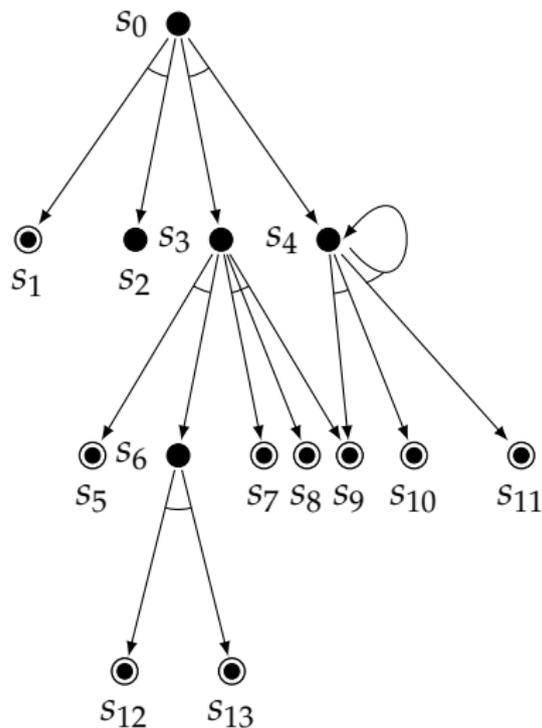
UND/ODER-Graphen, Lösungsgraphen, Beispiele



## UND/ODER-Graphen, Lösungsgraphen, Beispiele



## UND/ODER-Graphen, Lösungsgraphen, Beispiele



## Vorwärtsschritt:

- Traversiere Graphen entlang markierter Konnektoren und finde nichtexpandiertes Blatt mit maximalem Heuristikwert (fail first).
- Expandiere dieses Blatt.

## Rückwärtsschritt:

- Aktualisiere Kostenwerte der Knoten und setze Markierungen um.
- Optimaler Kostenwert für  $v \in V$ :  $cost^*(v) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G})$ , wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $v$  sind.

## Vorwärtsschritt:

- Traversiere Graphen entlang markierter Konnektoren und finde nichtexpandiertes Blatt mit maximalem Heuristikwert (fail first).
- Expandiere dieses Blatt.

## Rückwärtsschritt:

- Aktualisiere Kostenwerte der Knoten und setze Markierungen um.
- Optimaler Kostenwert für  $v \in V$ :  $cost^*(v) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G})$ , wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $v$  sind.

## Vorwärtsschritt:

- Traversiere Graphen entlang markierter Konnektoren und finde nichtexpandiertes Blatt mit maximalem Heuristikwert (fail first).
- Expandiere dieses Blatt.

## Rückwärtsschritt:

- Aktualisiere Kostenwerte der Knoten und setze Markierungen um.
- Optimaler Kostenwert für  $v \in V$ :  $cost^*(v) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G})$ , wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $v$  sind.

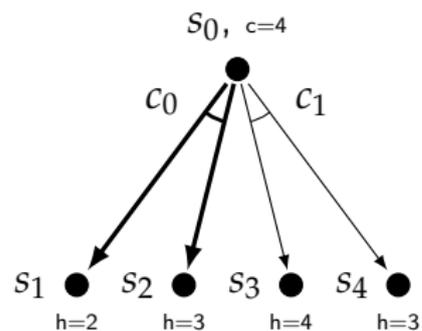
## Vorwärtsschritt:

- Traversiere Graphen entlang markierter Konnektoren und finde nichtexpandiertes Blatt mit maximalem Heuristikwert (fail first).
- Expandiere dieses Blatt.

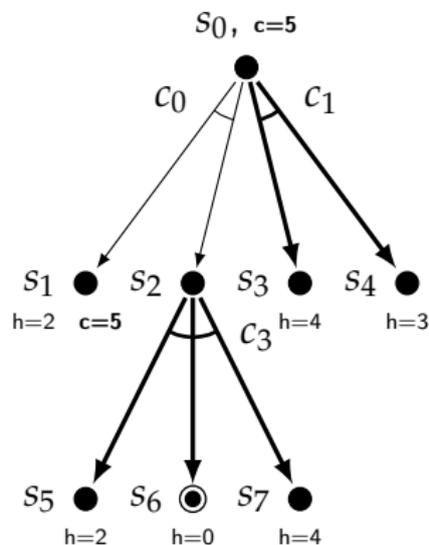
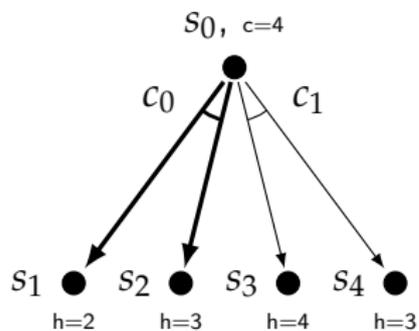
## Rückwärtsschritt:

- Aktualisiere Kostenwerte der Knoten und setze Markierungen um.
- Optimaler Kostenwert für  $v \in V$ :  $cost^*(v) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G})$ , wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $v$  sind.

## AO\*-Algorithmus, Beispiel



## AO\*-Algorithmus, Beispiel



## Vorverarbeitung:

- Problem durch Abstraktion vereinfachen.
- Für jede Abstraktion: Problem vollständig lösen.
- Für jeden abstrakten Zustand: Kosten in Pattern-Database ablegen.

## Während der Suche:

- Zugriff auf die abstrakten Zustände, um Kosten für Heuristik zu verwenden.

## Vorverarbeitung:

- Problem durch Abstraktion vereinfachen.
- Für jede Abstraktion: Problem vollständig lösen.
- Für jeden abstrakten Zustand: Kosten in Pattern-Database ablegen.

## Während der Suche:

- Zugriff auf die abstrakten Zustände, um Kosten für Heuristik zu verwenden.

## Vorverarbeitung:

- Problem durch Abstraktion vereinfachen.
- Für jede Abstraktion: Problem vollständig lösen.
- Für jeden abstrakten Zustand: Kosten in Pattern-Database ablegen.

## Während der Suche:

- Zugriff auf die abstrakten Zustände, um Kosten für Heuristik zu verwenden.

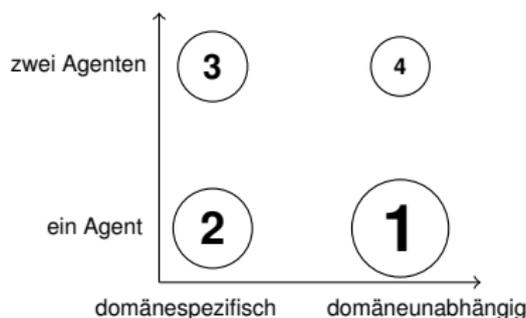
## Vorverarbeitung:

- Problem durch Abstraktion vereinfachen.
- Für jede Abstraktion: Problem vollständig lösen.
- Für jeden abstrakten Zustand: Kosten in Pattern-Database ablegen.

## Während der Suche:

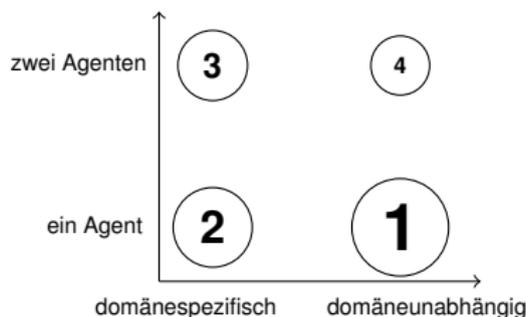
- Zugriff auf die abstrakten Zustände, um Kosten für Heuristik zu verwenden.

## Existierende Arbeiten



- (1) Prieditis (1993), Edelkamp (2001,2002,2006), Felner u.a. (2004), Haslum u.a. (2005, 2007)
- (2) Culberson & Schaeffer (1996,1998), Korf & Felnder (2002), Felner u.a. (2004)
- (3) Samadi u.a. (2008)
- (4) keine bekannt

## Existierende Arbeiten



- (1) Prieditis (1993), Edelkamp (2001,2002,2006), Felner u.a. (2004), Haslum u.a. (2005, 2007)
- (2) Culberson & Schaeffer (1996,1998), Korf & Felnder (2002), Felner u.a. (2004)
- (3) Samadi u.a. (2008)
- (4) keine bekannt

**Definition:**

Die Abstraktion  $\mathcal{P}^i = (Var^i, A^i, s_0^i, G^i)$  ist das Planungsproblem  $\mathcal{P}$ , eingeschränkt auf das Pattern  $P_i \subseteq Var$ .

Es gilt:

- $Var^i := P_i$ ,
- Für  $s \in S$  ist  $s^i := s \cap P_i$ , bzw. für  $var \subseteq Var$  ist  $var^i := var \cap P_i$ .
- $a^i := \langle pre(a)^i, \{ \langle add^i, del^i \rangle \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \} \rangle$  für  $a \in A$ .  
Dann ist  $A^i := \{ a^i \mid a \in A \}$ .
- $G^i := \{ g^i \mid g \in G \}$ .

**Definition:**

Die Abstraktion  $\mathcal{P}^i = (Var^i, A^i, s_0^i, G^i)$  ist das Planungsproblem  $\mathcal{P}$ , eingeschränkt auf das Pattern  $P_i \subseteq Var$ .

Es gilt:

- $Var^i := P_i$ ,
- Für  $s \in S$  ist  $s^i := s \cap P_i$ , bzw. für  $var \subseteq Var$  ist  $var^i := var \cap P_i$ .
- $a^i := \langle pre(a)^i, \{ \langle add^i, del^i \rangle \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \} \rangle$  für  $a \in A$ .  
Dann ist  $A^i := \{ a^i \mid a \in A \}$ .
- $G^i := \{ g^i \mid g \in G \}$ .

**Definition:**

Die Abstraktion  $\mathcal{P}^i = (Var^i, A^i, s_0^i, G^i)$  ist das Planungsproblem  $\mathcal{P}$ , eingeschränkt auf das Pattern  $P_i \subseteq Var$ .

Es gilt:

- $Var^i := P_i$ ,
- Für  $s \in S$  ist  $s^i := s \cap P_i$ , bzw. für  $var \subseteq Var$  ist  $var^i := var \cap P_i$ .
- $a^i := \langle pre(a)^i, \{ \langle add^i, del^i \rangle \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \} \rangle$  für  $a \in A$ .  
Dann ist  $A^i := \{ a^i \mid a \in A \}$ .
- $G^i := \{ g^i \mid g \in G \}$ .

**Definition:**

Die Abstraktion  $\mathcal{P}^i = (Var^i, A^i, s_0^i, G^i)$  ist das Planungsproblem  $\mathcal{P}$ , eingeschränkt auf das Pattern  $P_i \subseteq Var$ .

Es gilt:

- $Var^i := P_i$ ,
- Für  $s \in S$  ist  $s^i := s \cap P_i$ , bzw. für  $var \subseteq Var$  ist  $var^i := var \cap P_i$ .
- $a^i := \langle pre(a)^i, \{ \langle add^i, del^i \rangle \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \} \rangle$  für  $a \in A$ .  
Dann ist  $A^i := \{ a^i \mid a \in A \}$ .
- $G^i := \{ g^i \mid g \in G \}$ .

**Definition:**

Die Abstraktion  $\mathcal{P}^i = (Var^i, A^i, s_0^i, G^i)$  ist das Planungsproblem  $\mathcal{P}$ , eingeschränkt auf das Pattern  $P_i \subseteq Var$ .

Es gilt:

- $Var^i := P_i$ ,
- Für  $s \in S$  ist  $s^i := s \cap P_i$ , bzw. für  $var \subseteq Var$  ist  $var^i := var \cap P_i$ .
- $a^i := \langle pre(a)^i, \{ \langle add^i, del^i \rangle \mid \langle add, del \rangle \in eff(a) \} \rangle$  für  $a \in A$ .  
Dann ist  $A^i := \{ a^i \mid a \in A \}$ .
- $G^i := \{ g^i \mid g \in G \}$ .

## Berechnung der Pattern-Database

Für einen Zustand  $s^i$  und  $s \in S$  ergibt sich die Heuristik  $h^i$  für  $s^i$  durch

$$h^i(s^i) := cost^*(s^i) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G}),$$

wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $s^i$  sind.

Berechnung durch:

- Erstellung des vollständigen UND/ODER-Graphen von  $\mathcal{P}^i$ .
- Lösung durch Value-Iteration.

**Frage:**

Auf welche Weise Heuristik  $h(s)$  berechnen, falls mehrere Patterns gegeben sind?

## Berechnung der Pattern-Database

Für einen Zustand  $s^i$  und  $s \in S$  ergibt sich die Heuristik  $h^i$  für  $s^i$  durch

$$h^i(s^i) := cost^*(s^i) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G}),$$

wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $s^i$  sind.

Berechnung durch:

- Erstellung des vollständigen UND/ODER-Graphen von  $\mathcal{P}^i$ .
- Lösung durch Value-Iteration.

Frage:

Auf welche Weise Heuristik  $h(s)$  berechnen, falls mehrere Patterns gegeben sind?

## Berechnung der Pattern-Database

Für einen Zustand  $s^i$  und  $s \in S$  ergibt sich die Heuristik  $h^i$  für  $s^i$  durch

$$h^i(s^i) := cost^*(s^i) := \min_{\mathcal{G}} height(\mathcal{G}),$$

wobei die  $\mathcal{G}$  Lösungsgraphen für  $s^i$  sind.

Berechnung durch:

- Erstellung des vollständigen UND/ODER-Graphen von  $\mathcal{P}^i$ .
- Lösung durch Value-Iteration.

**Frage:**

Auf welche Weise Heuristik  $h(s)$  berechnen, falls mehrere Patterns gegeben sind?

## Bestimmung des Heuristikwerts (1)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1 \dots, P_m\}$ .

Es gilt:  $h_1(s) := \max_{i \in \{1, \dots, m\}} h^i(s^i)$  ist zulässig.

**Frage:**

Wie kann eine informiertere Heuristik gewonnen werden?

**Antwort:**

Durch Ausnutzung von Additivität.

## Bestimmung des Heuristikwerts (1)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1 \dots, P_m\}$ .

Es gilt:  $h_1(s) := \max_{i \in \{1, \dots, m\}} h^i(s^i)$  ist zulässig.

**Frage:**

Wie kann eine informiertere Heuristik gewonnen werden?

**Antwort:**

Durch Ausnutzung von Additivität.

## Bestimmung des Heuristikwerts (1)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1 \dots, P_m\}$ .

Es gilt:  $h_1(s) := \max_{i \in \{1, \dots, m\}} h^i(s^i)$  ist zulässig.

**Frage:**

Wie kann eine informiertere Heuristik gewonnen werden?

**Antwort:**

Durch Ausnutzung von Additivität.

**Definition:**

Die Menge  $\{P_1, \dots, P_k\}$  mit  $k \in \mathbb{N}$  heißt additiv, falls für alle Zustände  $s \in S$  gilt  $\sum_{i=1}^k h^i(s^i) \leq \text{cost}^*(s)$ .

Im klassischen Planen gilt nach Korf & Felner (2002) und nach Edelkamp (2001):

**Satz:**

Falls für alle  $a \in A$  und für alle Patterns  $P_i \in P$  gilt: Wenn  $P_i \cap \text{effvar}(a) \neq \emptyset$ , dann gilt für alle  $P_j \in P$  mit  $P_j \neq P_i$ , dass  $P_j \cap \text{effvar}(a) = \emptyset$ , dann sind die Patterns aus  $P$  additiv.

Dieser Satz gilt auch für nichtdeterministische Planungsprobleme.

**Definition:**

Die Menge  $\{P_1, \dots, P_k\}$  mit  $k \in \mathbb{N}$  heißt additiv, falls für alle Zustände  $s \in S$  gilt  $\sum_{i=1}^k h^i(s^i) \leq \text{cost}^*(s)$ .

Im klassischen Planen gilt nach Korf & Felner (2002) und nach Edelkamp (2001):

**Satz:**

Falls für alle  $a \in A$  und für alle Patterns  $P_i \in P$  gilt: Wenn  $P_i \cap \text{effvar}(a) \neq \emptyset$ , dann gilt für alle  $P_j \in P$  mit  $P_j \neq P_i$ , dass  $P_j \cap \text{effvar}(a) = \emptyset$ , dann sind die Patterns aus  $P$  additiv.

Dieser Satz gilt auch für nichtdeterministische Planungsprobleme.

**Definition:**

Die Menge  $\{P_1, \dots, P_k\}$  mit  $k \in \mathbb{N}$  heißt additiv, falls für alle Zustände  $s \in S$  gilt  $\sum_{i=1}^k h^i(s^i) \leq cost^*(s)$ .

Im klassischen Planen gilt nach Korf & Felner (2002) und nach Edelkamp (2001):

**Satz:**

Falls für alle  $a \in A$  und für alle Patterns  $P_i \in P$  gilt: Wenn  $P_i \cap \text{effvar}(a) \neq \emptyset$ , dann gilt für alle  $P_j \in P$  mit  $P_j \neq P_i$ , dass  $P_j \cap \text{effvar}(a) = \emptyset$ , dann sind die Patterns aus  $P$  additiv.

Dieser Satz gilt auch für nichtdeterministische Planungsprobleme.

**Definition:**

Die Menge  $\{P_1, \dots, P_k\}$  mit  $k \in \mathbb{N}$  heißt additiv, falls für alle Zustände  $s \in S$  gilt  $\sum_{i=1}^k h^i(s^i) \leq cost^*(s)$ .

Im klassischen Planen gilt nach Korf & Felner (2002) und nach Edelkamp (2001):

**Satz:**

Falls für alle  $a \in A$  und für alle Patterns  $P_i \in P$  gilt: Wenn  $P_i \cap effvar(a) \neq \emptyset$ , dann gilt für alle  $P_j \in P$  mit  $P_j \neq P_i$ , dass  $P_j \cap effvar(a) = \emptyset$ , dann sind die Patterns aus  $P$  additiv.

**Dieser Satz gilt auch für nichtdeterministische Planungsprobleme.**

## Bestimmung des Heuristikwerts (2)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1, \dots, P_m\}$  und Partition  $M$  in additive Patterns, d.h.  $M := \{M_1, \dots, M_m\}$  Mengen von Patterns mit  $\bigcup_{i \in \{1, \dots, m\}} M_i = P$  und die  $M_i$  sind additiv.

(Nun: Identifikation von  $s^{P_i}$  und  $h^{P_i}$  mit  $s^i$  und  $h^i$ .)

Es gilt:

$$h(s) := \max_{M_i \in M} \sum_{P \in M_i} h^P(s^P) \text{ ist zulässig.}$$

## Bestimmung des Heuristikwerts (2)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1, \dots, P_m\}$  und Partition  $M$  in additive Patterns, d.h.  $M := \{M_1, \dots, M_m\}$  Mengen von Patterns mit  $\bigcup_{i \in \{1, \dots, m\}} M_i = P$  und die  $M_i$  sind additiv.

(Nun: Identifikation von  $s^{P_i}$  und  $h^{P_i}$  mit  $s^i$  und  $h^i$ .)

Es gilt:

$$h(s) := \max_{M_i \in M} \sum_{P \in M_i} h^P(s^P) \text{ ist zulässig.}$$

## Bestimmung des Heuristikwerts (2)

**gegeben:**

Menge  $P$  von Patterns  $P := \{P_1, \dots, P_m\}$  und Partition  $M$  in additive Patterns, d.h.  $M := \{M_1, \dots, M_m\}$  Mengen von Patterns mit  $\bigcup_{i \in \{1, \dots, m\}} M_i = P$  und die  $M_i$  sind additiv.

(Nun: Identifikation von  $s^{P_i}$  und  $h^{P_i}$  mit  $s^i$  und  $h^i$ .)

Es gilt:

$$h(s) := \max_{M_i \in M} \sum_{P \in M_i} h^P(s^P) \text{ ist zulässig.}$$

Wie wird die Menge  $P$  der Patterns gefunden, bzw. eine geeignete Partition  $M$  von  $P$ ?

→

(Noch) manuell. Automatisierung mittels lokaler Suche prinzipiell möglich. Vgl. Haslum u.a. (2005,2007), Edelkamp (2006).

## Offene Frage:

Wie wird die Menge  $P$  der Patterns gefunden, bzw. eine geeignete Partition  $M$  von  $P$ ?

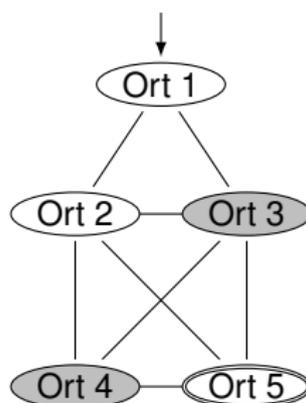
→

(Noch) manuell. Automatisierung mittels lokaler Suche prinzipiell möglich. Vgl. Haslum u.a. (2005,2007), Edelkamp (2006).

- Tireworld  
(keine Additivität)
- Chain-of-Rooms  
(Additivität: sequentielle Subprobleme)
- Coin-Flip  
(Additivität: parallele Subprobleme)

- Tireworld  
(keine Additivität)
- Chain-of-Rooms  
(Additivität: sequentielle Subprobleme)
- Coin-Flip  
(Additivität: parallele Subprobleme)

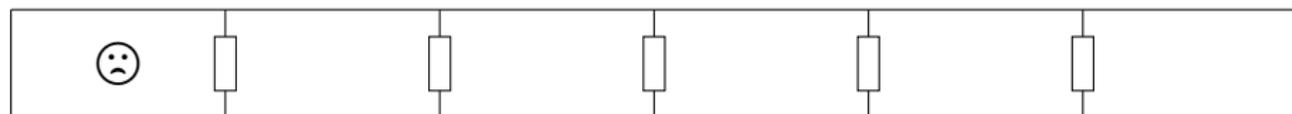
- Tireworld  
(keine Additivität)
- Chain-of-Rooms  
(Additivität: sequentielle Subprobleme)
- Coin-Flip  
(Additivität: parallele Subprobleme)



## Aktionen:

- Straße benutzen (nichtdeterministisch: Platten).
- Ersatzrad aufnehmen (falls vorhanden).
- Rad austauschen (falls Platten und Ersatzrad).

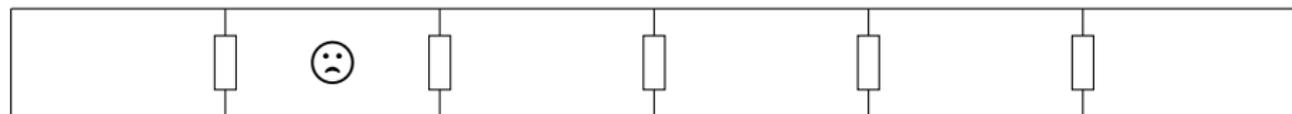
## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

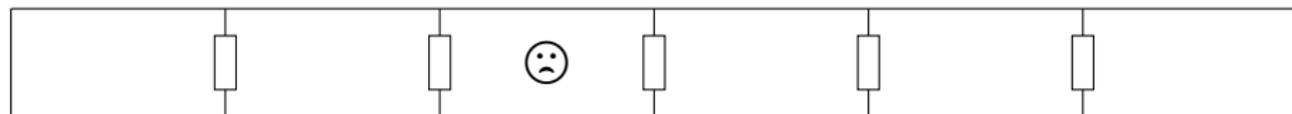
## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



## Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

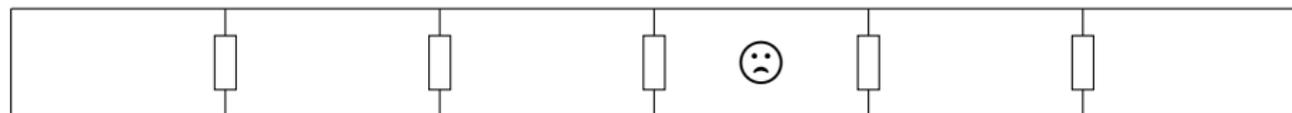
## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

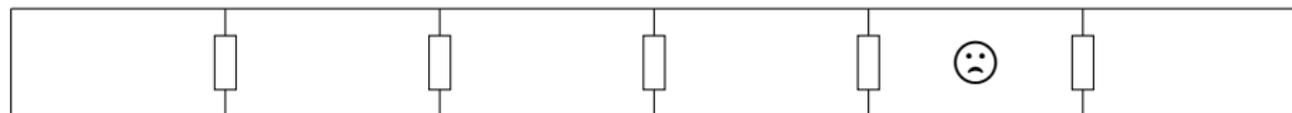
## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



## Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

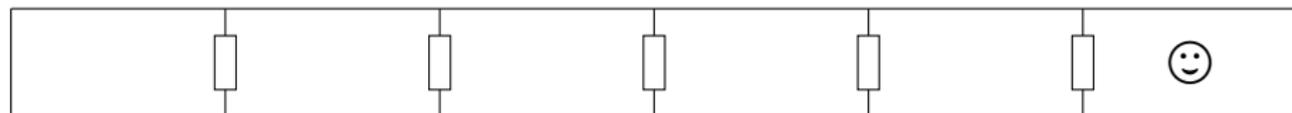
## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



## Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

## Chain-of-Rooms, Problembeschreibung



## Aktionen:

- Gehe in benachbarten Raum, falls Tür offen.
- Schalte das Licht ein, falls es aus ist (nichtdeterministisch: Tür offen/geschlossen).
- Öffne Tür.

## gegeben:

- $n$  Münzen, die sich initial in einem Beutel befinden.
- Aktionen:
  - Münze werfen, falls sie noch nicht geworfen wurde.
  - Münze umdrehen, falls sie bereits geworfen wurde.

## gesucht:

Strategie, damit alle Münzen Kopf zeigen.

## gegeben:

- $n$  Münzen, die sich initial in einem Beutel befinden.
- Aktionen:
  - Münze werfen, falls sie noch nicht geworfen wurde.
  - Münze umdrehen, falls sie bereits geworfen wurde.

## gesucht:

Strategie, damit alle Münzen Kopf zeigen.

## gegeben:

- $n$  Münzen, die sich initial in einem Beutel befinden.
- Aktionen:
  - Münze werfen, falls sie noch nicht geworfen wurde.
  - Münze umdrehen, falls sie bereits geworfen wurde.

## gesucht:

Strategie, damit alle Münzen Kopf zeigen.

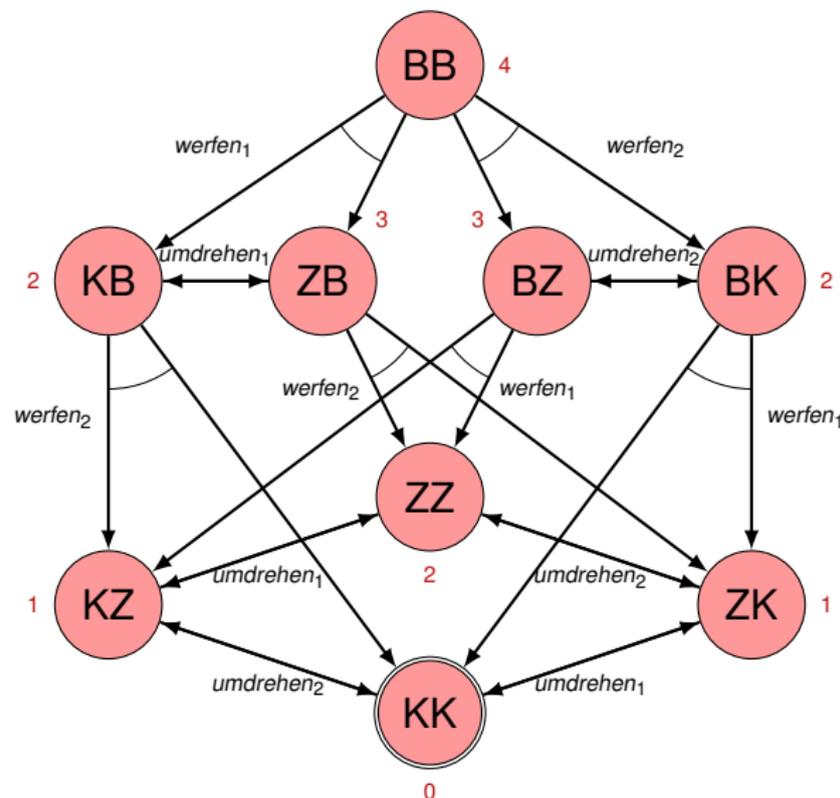
**gegeben:**

- $n$  Münzen, die sich initial in einem Beutel befinden.
- Aktionen:
  - Münze werfen, falls sie noch nicht geworfen wurde.
  - Münze umdrehen, falls sie bereits geworfen wurde.

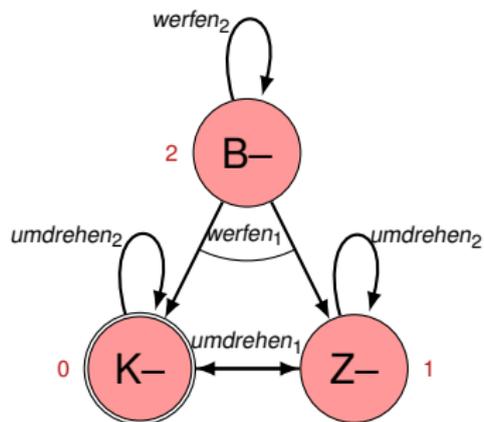
**gesucht:**

Strategie, damit alle Münzen Kopf zeigen.

## Coin-Flip (zwei Münzen), Beispiel für additive Patterns

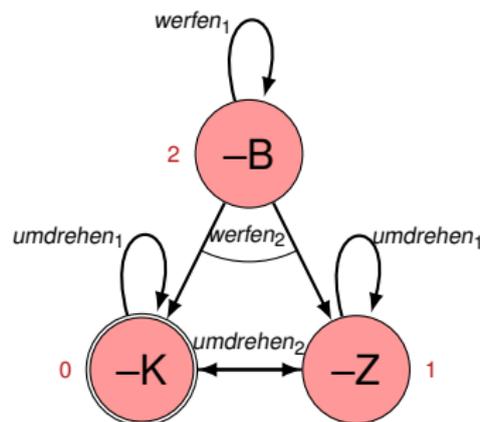


## Coin-Flip (zwei Münzen), Beispiel für additive Patterns



$$h^{P_1}(BB^{P_1}) = h^{P_1}(B-) = 2$$

## Coin-Flip (zwei Münzen), Beispiel für additive Patterns



$$h^{P_2}(BB^{P_2}) = h^{P_2}(-B) = 2 \quad \Rightarrow$$

$$h(BB) = h(BB^{P_1}) + h(BB^{P_2}) = h^{P_2}(B-) + h^{P_2}(-B) = 2 + 2 = 4$$

## Vergleich zwischen:

- AO\*-Algorithmus und *keiner Heuristik*,
- AO\*-Algorithmus und *adversariale FF-Heuristik*,
- AO\*-Algorithmus und *Pattern-Database-Heuristik*,

## Vergleiche möglich mit:

- POND: Partially Observable Nondeterministic Planner (Bryce u.a., 2006)
- MBP: Model Based Planner (Cimatti u.a., 2003)
- Gamer (Edelkamp and Kissmann)

## Vergleich zwischen:

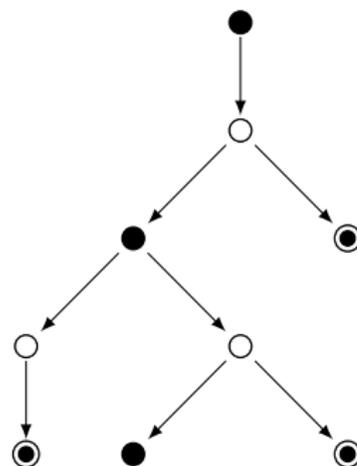
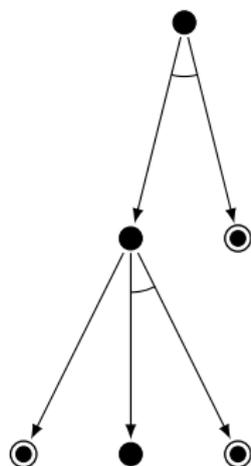
- AO\*-Algorithmus und *keiner Heuristik*,
- AO\*-Algorithmus und *adversariale FF-Heuristik*,
- AO\*-Algorithmus und *Pattern-Database-Heuristik*,

## Vergleiche möglich mit:

- POND: Partially Observable Nondeterministic Planner (Bryce u.a., 2006)
- MBP: Model Based Planner (Cimatti u.a., 2003)
- Gamer (Edelkamp and Kissmann)

## Randbemerkung

Der verwendete Planer nutzt explizite UND- und ODER-Knoten, statt einer Sorte Knoten und Konnektoren.



## Ergebnisse: Tireworld

#Orte	uninformiert			adv. FF-Heuristik			PDB-Heuristik				
	Zeit	RAM	Knoten	Zeit	RAM	Knoten	Zeit pre	Zeit Suche	Zeit	RAM	Knoten
4	0	0	85	0	0	62	0	0	0	0	46
6	0	0	84	0	0	47	2	0	2	8	37
8	0	1	153	0	0	43	1	0	1	6	43
10	0	1	293	0	0	96	2	0	2	7	67
20	0	4	504	0	1	126	2	0	2	8	128
40	93	2097	115541	6	117	6451	3	6	9	243	12827
60	2	196	9088	1	24	1086	2	0	2	41	1565
80	1	163	5924	0	26	915	1	0	2	30	746
100	17	745	20249	1	42	1101	1	0	2	50	1154
120	–	–	–	17	464	10739	1	1	3	81	1632
140	23	1584	33418	5	90	1849	2	0	2	66	1202
160	–	–	–	8	205	3914	2	0	3	72	1175
180	11	552	9599	2	62	1055	2	2	4	136	2239
200	41	1622	22175	5	130	1746	2	1	3	93	1081

– := ungenügend Arbeitsspeicher (4 GB)

Zehn Patterns: Jedes Pattern enthält den Zielort, das Ersatzrad, den Platten und sieben zufällige Orte.

## Ergebnisse: Chain-of-Rooms

#Räume	uninformiert			adv. FF-Heuristik			PDB-Heuristik				
	Zeit	RAM	Knoten	Zeit	RAM	Knoten	Zeit pre	Zeit Suche	Zeit	RAM	Knoten
4	0	0	38	0	0	30	0	0	0	0	30
6	0	0	91	0	0	62	0	0	0	0	57
8	0	1	170	0	0	109	0	0	0	0	81
10	0	1	272	0	1	169	0	0	0	1	147
20	0	6	1142	0	3	643	1	0	1	3	464
40	1	40	4682	8	20	2494	3	0	4	18	2043
60	5	121	10621	40	59	5543	9	1	10	52	4827
80	17	278	18962	122	131	9793	16	3	20	121	8804
100	43	533	29702	300	251	15244	30	9	39	230	13983
120	92	909	42841	609	443	21893	43	19	62	394	20367
140	162	1390	58382	1164	686	29743	63	37	101	617	27944
160	257	2090	76322	2054	994	38794	94	63	157	902	36723
180	468	2986	96661	3369	1457	49043	127	98	225	1283	46707
200	–	–	–	5855	1961	60493	164	154	319	1763	57884

– := ungenügend Arbeitsspeicher (4 GB)

Patterns: Vier benachbarte Räume pro Pattern.

## Ergebnisse: Coin-Flip

#Münzen	uninformiert			adv. FF-Heuristik			PDB-Heuristik				
	Zeit	RAM	Knoten	Zeit	RAM	Knoten	Zeit pre	Zeit Suche	Zeit	RAM	Knoten
4	0	1	349	0	1	313	0	0	0	0	69
6	0	11	4809	0	8	3374	0	0	0	0	161
8	18	145	58377	3	46	18641	0	0	0	1	293
10	1102	1542	588813	77	483	186221	0	0	0	1	465
20	–	–	–	–	–	–	0	0	0	7	1925
40	–	–	–	–	–	–	1	1	2	49	7845
60	–	–	–	–	–	–	3	6	9	161	17765
80	–	–	–	–	–	–	6	18	24	384	31685
100	–	–	–	–	–	–	12	45	57	714	49605
120	–	–	–	–	–	–	18	96	114	1176	71525
140	–	–	–	–	–	–	28	163	192	1784	97445
160	–	–	–	–	–	–	39	289	329	2589	127365
180	–	–	–	–	–	–	58	–	–	–	–
200	–	–	–	–	–	–	74	–	–	–	–

– := ungenügend Arbeitsspeicher (4 GB)

Patterns: Zwei Münzen pro Pattern.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

## Zusammenfassung:

- Additivitätskriterium auch auf nichtdeterministisches Planen übertragbar.
- Pattern-Database-Heuristiken können gute Ergebnisse zeigen. (Insbesondere bei Dekomposition.)

## Ausblick:

- Finden von starken *zyklischen* Plänen.
- Automatisierte Pattern-Selektion
- Umstellung auf mehrwertige Variablen
- Effizienzsteigerung, z.B. durch Umstellung auf Konnektoren, statt UND/ODER-Zuständen.

**Danke für Ihre Aufmerksamkeit!**

## Quellen &amp; Referenzen



Joseph C. Culberson and Jonathan Schaeffer.

Searching with pattern databases.

*In Advances in Artificial Intelligence (Lecture Notes in Artificial Intelligence 1081)*, pages 402–416. Springer-Verlag, 1996.



Joseph C. Culberson and Jonathan Schaeffer.

Pattern databases.

*Computational Intelligence*, 14(3):318–334, 1998.



Stefan Edelkamp.

Planning with pattern databases.

*In Proceedings of the 6th European Conference on Planning (ECP-01)*, pages 13–24, 2001.



Stefan Edelkamp.

Symbolic pattern databases in heuristic search planning.

*In Proceedings of AIPS-02*, pages 274–283, 2002.



Stefan Edelkamp.

Automated creation of pattern database search heuristics.  
*In MoChArt*, pages 35–50, 2006.



Ariel Felner, Richard Korf, and Sarit Hanan.

Additive pattern database heuristics.  
*Journal of Artificial Intelligence Research*, 22:279–318, 2004.



Patrick Haslum, Blai Bonet, and Héctor Geffner.

New admissible heuristics for domain-independent planning.  
*In Proceedings of the 20th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*, volume 20, pages 1163–1168, 2005.



Patrik Haslum, Adi Botea, Blai Bonet, Malte Helmert, and Sven Koenig.

Domain-independent construction of pattern database heuristics for cost-optimal planning.

*In In Proc. AAAI 2007, pages 1007–1012, 2007.*



Richard E. Korf and Ariel Felner.

Disjoint pattern database heuristics.

*Artificial Intelligence Journal (AIJ), 134:9–22, 2002.*



Armand E. Prieditis.

Machine discovery of effective admissible heuristics.

*In Machine Learning, pages 117–141, 1993.*



Mehdi Samadi, Jonathan Schaeffer, Fatemeh Torabi Asr, Majid Samar, and Zohreh Azimifar.

Using abstraction in two-player games.

*In Proceedings of the 18th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'08), pages 545–549, 2008.*

## Tireworld-Domäne

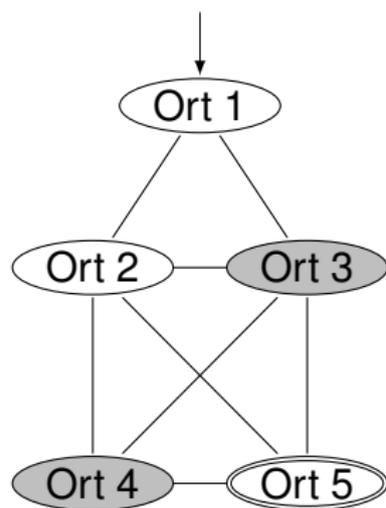
## gegeben:

- Ungerichteter Graph  $(V, E)$  und
  - $v_0 \in V$  Startort,
  - $v_g \in V$  Zielort,
  - $V_E \subseteq V$  Orte mit Ersatzreifen.
- Aktionen:
  - Von  $v$  nach  $v'$  fahren, falls  $(v, v') \in E$ .  
(Nichtdeterministisch: Platten)
  - Ersatzrad aufnehmen (falls vorhanden).
  - Rad austauschen (falls Platten und Ersatzrad)

## gesucht:

Strategie, um von  $v_0$  nach  $v_g$  zu gelangen.

## Beispiel:



**gegeben:**

- Ungerichteter Graph  $(V, E)$  mit
  - $V = \{v_0, \dots, v_n\}$  (Räume) und
  - $E = \{ \{v_i, v_{i+1}\} \mid i \in \{0, \dots, n-1\} \}$  (Türen)
  - $status(e) = unbekannt$  für alle  $e \in E$ .
- Aktionen:
  - Gehe von  $v$  nach  $v'$ , falls  $e = \{v, v'\} \in E$  und falls  $status(e) = offen$ .
  - Betrachte Tür  $e \in E$ , falls  $status(e) = unbekannt$ .  
Nichtdet. Effekt:  $status(e) \in \{offen, geschlossen\}$ .
  - Öffne Tür  $e$ , falls  $status(e) \in \{offen, geschlossen\}$ .  
Effekt:  $status(e) = offen$ .

**gesucht:**

Strategie, um von Raum  $v_0$  zu Raum  $v_n$  zu gelangen.