



Einführung in die Robotik

Differentialsantrieb

Mohamed Oubbati

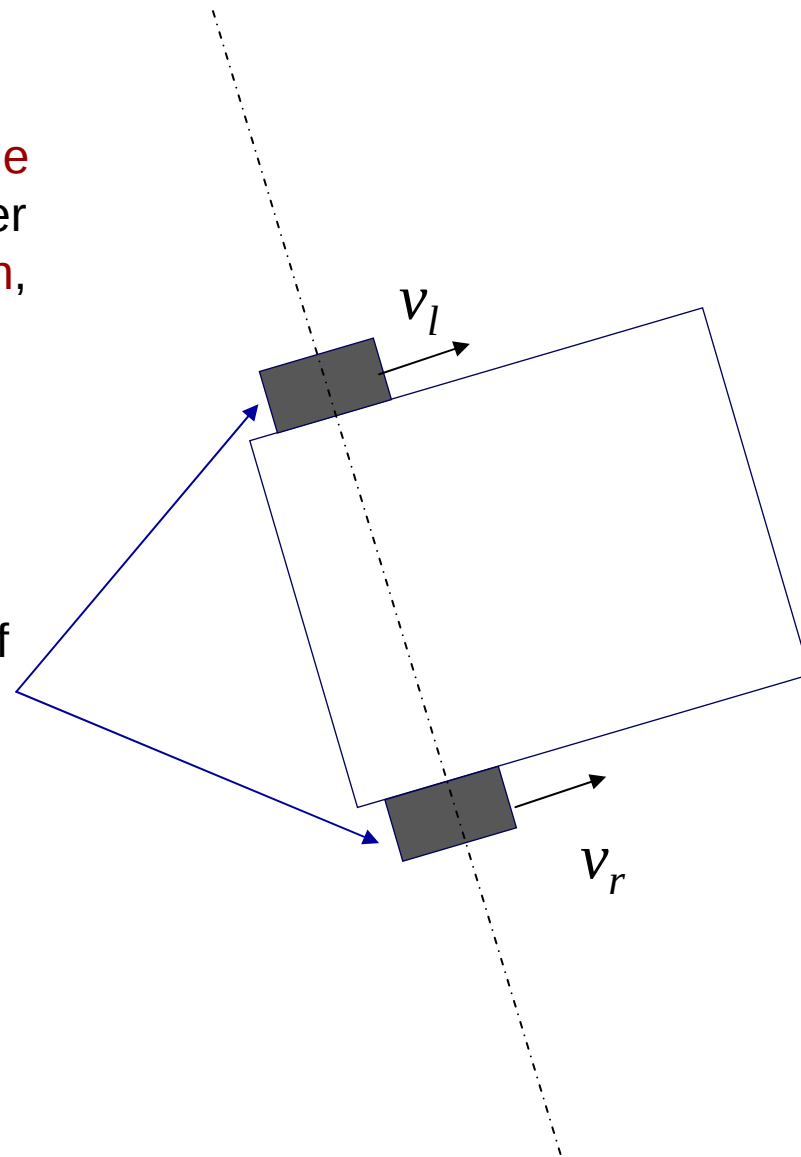
Institut für Neuroinformatik

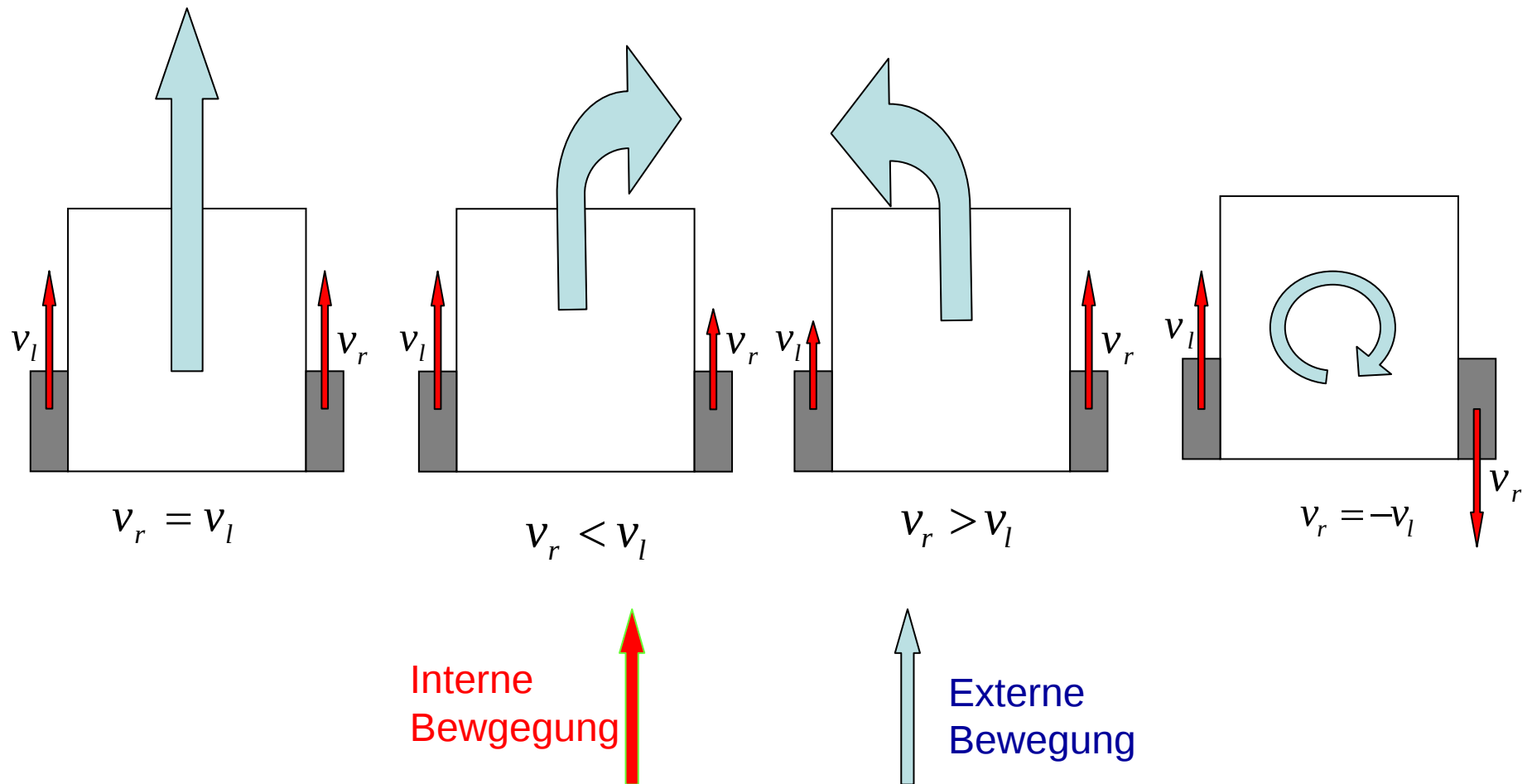
Tel.: (+49) 731 / 50 24153
mohamed.oubbati@uni-ulm.de

27. 11. 2012

Dieses besteht aus **zwei angetriebene Räder** auf einer Achse mit einem oder zwei **passiv mitlaufenden Stützrädern**, die sich frei drehen können.

Zwei angetriebene Räder liegen auf derselben Achse und werden **getrennt angetrieben**

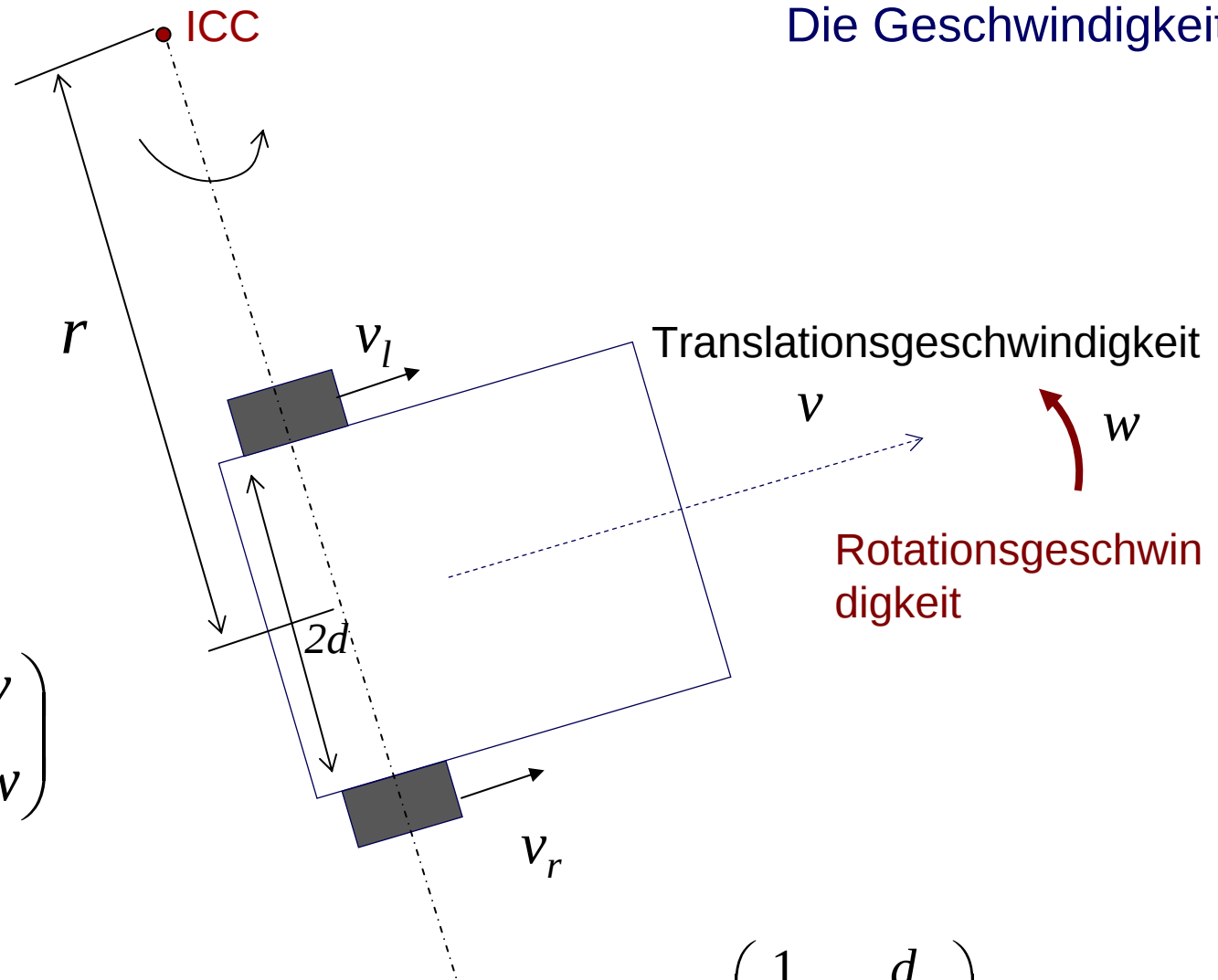




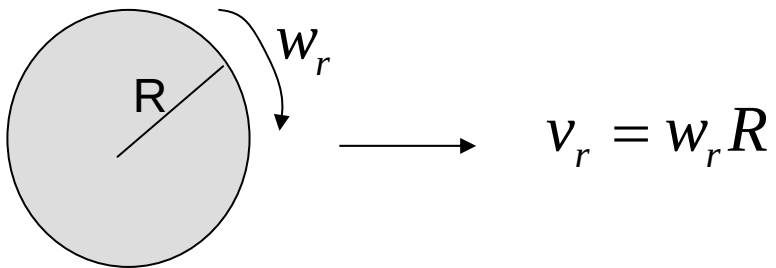
$$v = \frac{v_l + v_r}{2}$$

$$w = \frac{v_r - v_l}{2d}$$

$$\begin{pmatrix} v_r \\ v_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 1 & -d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$$

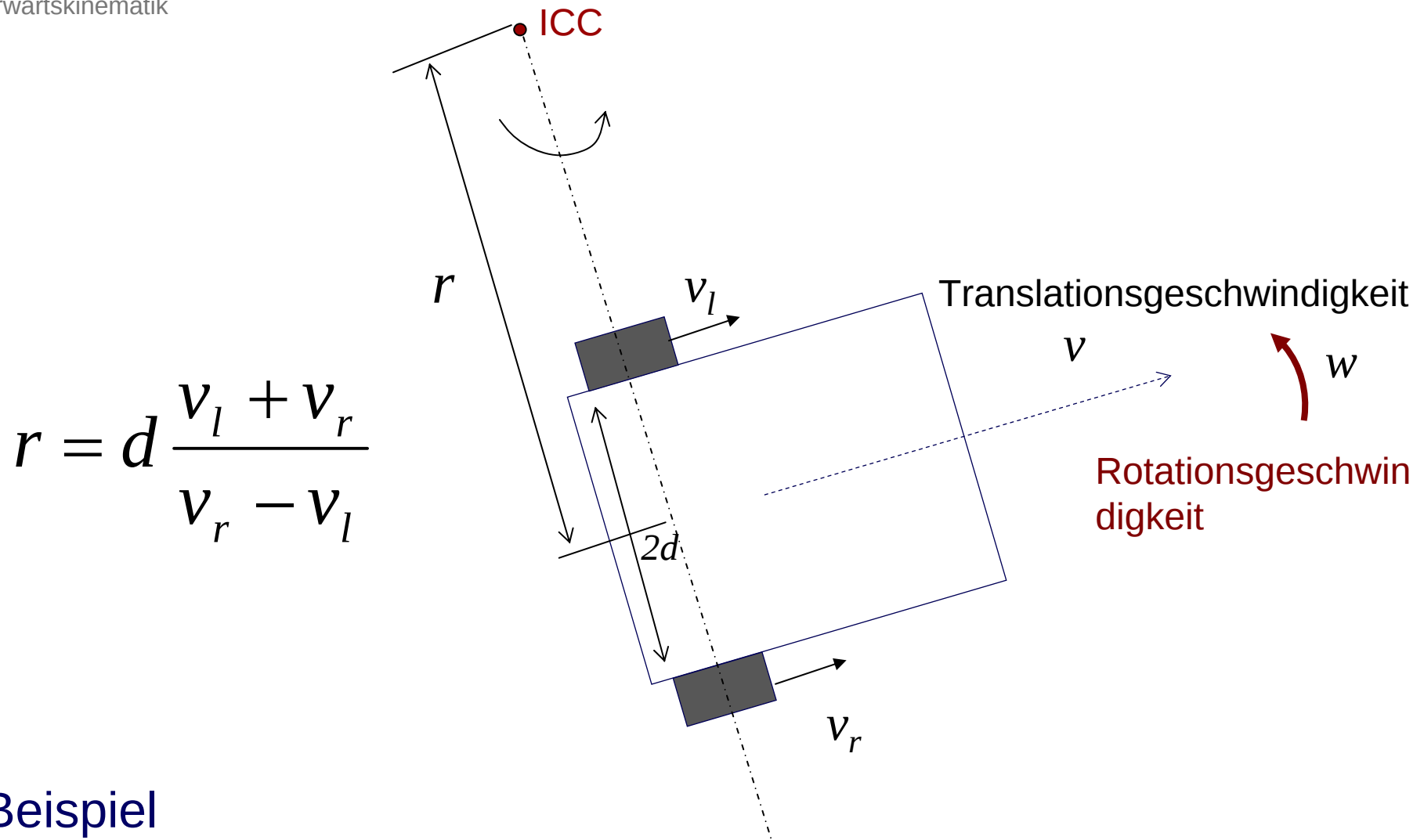


Das Rad



$$\begin{pmatrix} w_r \\ w_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{R} & \frac{d}{R} \\ \frac{1}{R} & -\frac{d}{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$$

Vorwärtskinematik



Beispiel

$v_l = v_r \rightarrow r = \infty$ und $w = 0$: **der Roboter fährt geradeaus**

$v_l = -v_r \rightarrow r = 0$ und $v = 0$: **der Roboter dreht sich auf der Stelle**

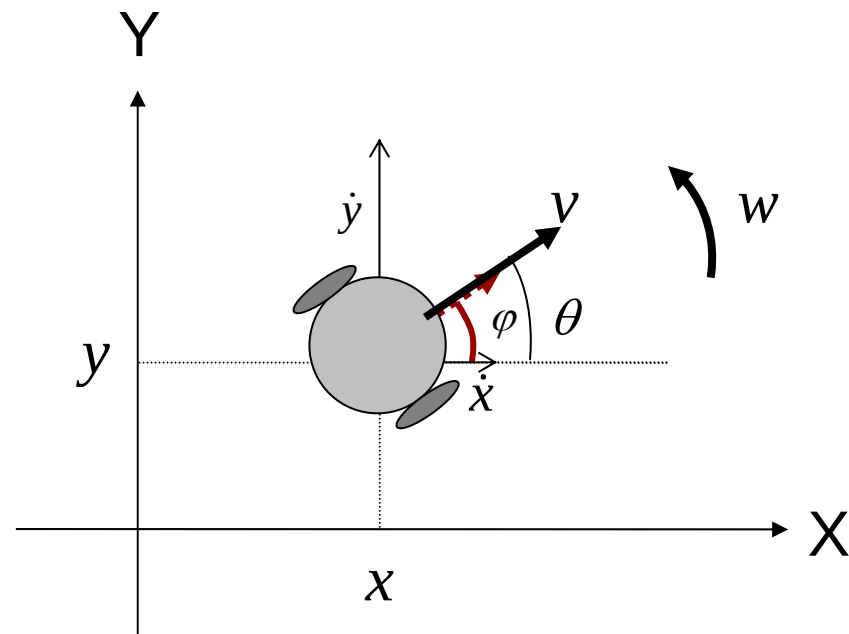
In der **Vorwärtskinematik** berechnet man die **Pose** des Roboters bei **gegebenen Geschwindigkeit V** und Winkelgeschwindigkeit **W** .

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ w \end{pmatrix}$$

$$x(t) = \int_0^t v(\tau) \cos(\theta(\tau)) d\tau$$

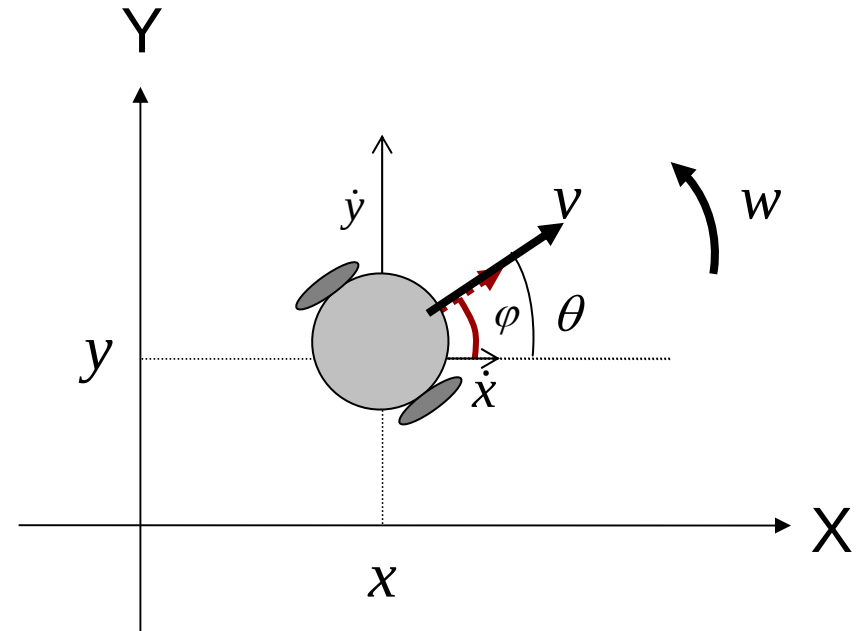
$$y(t) = \int_0^t v(\tau) \sin(\theta(\tau)) d\tau$$

$$\theta(t) = \int_0^t w(\tau) d\tau$$



Pose: (x, y, φ)

Nonholonomic constraint $\theta = \varphi$



Special case when v_r, v_l are constants

$$x(t) = \begin{cases} \frac{v_r + v_l}{v_r - v_l} d \sin\left(\frac{v_r - v_l}{2d} t\right) & , v_r \neq v_l \\ v \cos \theta_0 t & , v_r = v_l \text{ und } \theta(0) = \theta_0 \end{cases}$$

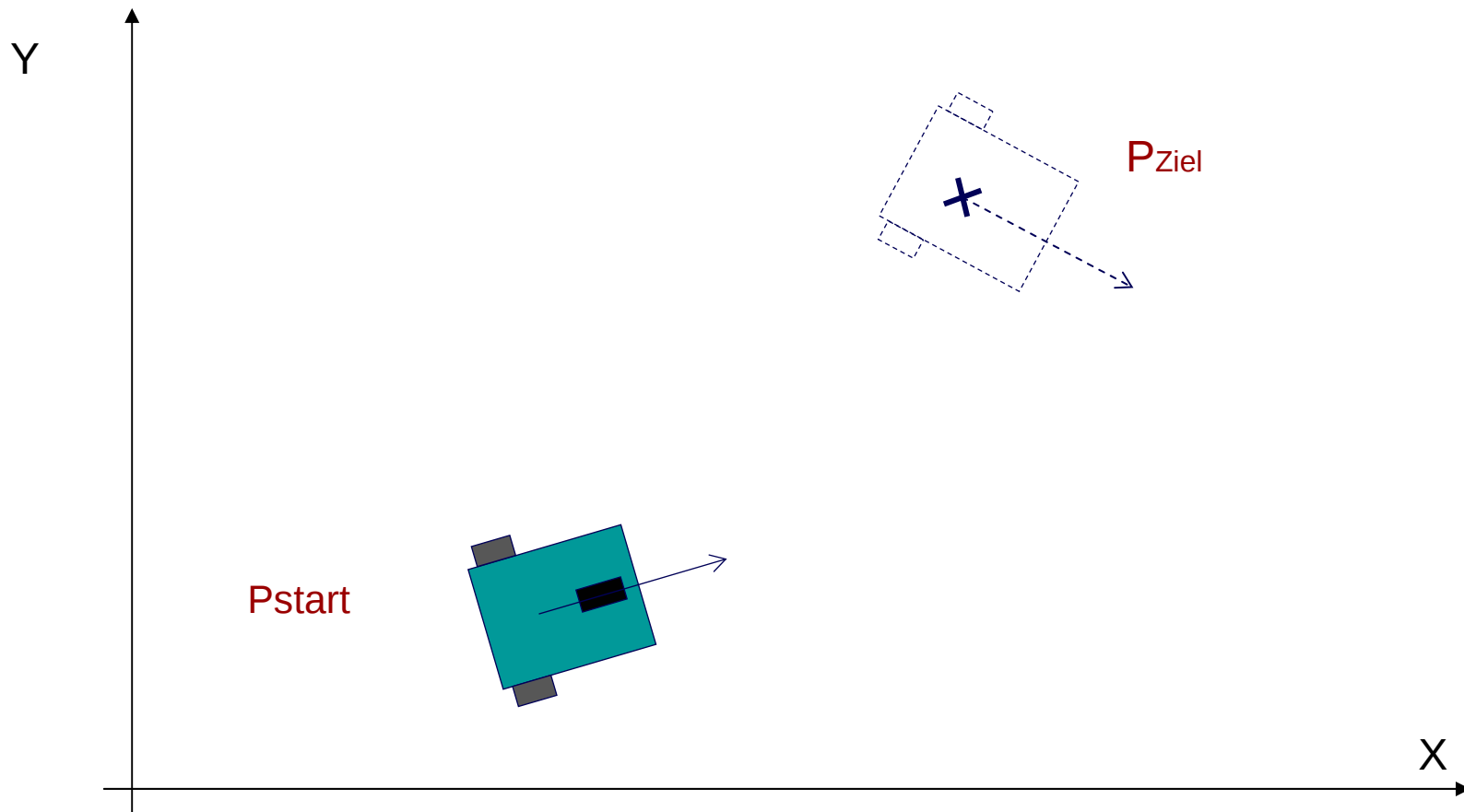
$$y(t) = \begin{cases} \frac{v_r + v_l}{v_r - v_l} d \left(1 - \cos\left(\frac{v_r - v_l}{2d} t\right)\right) & , v_r \neq v_l \\ v \sin \theta_0 t & , v_r = v_l \text{ und } \theta(0) = \theta_0 \end{cases}$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \frac{v_r - v_l}{2d} t$$

Rückwärtskinematik

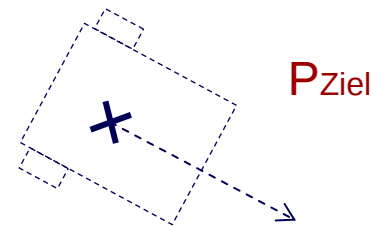
Gegeben: start und ziel Poses sind P_{Start} , P_{Ziel}

Aufgabe: Finde Steuersequenz $\{v_r, v_l\}$, die die Positionsänderung $P_{\text{Start}} \rightarrow P_{\text{Ziel}}$ realisieren.



Die einfachste Lösung → sich drehen Richtung Ziel und dann geradeaus zum Ziel fahren.

In dieser Lösung werden die Bewegungen durch puren Translationen und puren Rotationen geplant (**Rolling without slipping**).

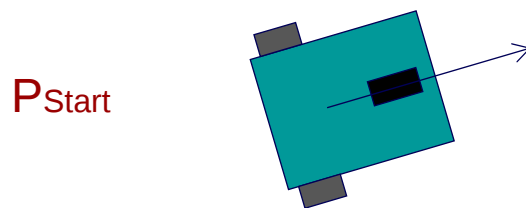


We assume a pure translation

$$v_r = v_l$$

and a pure rotation

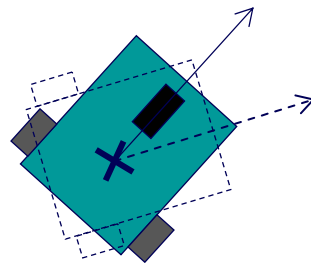
$$v_r = -v_l$$



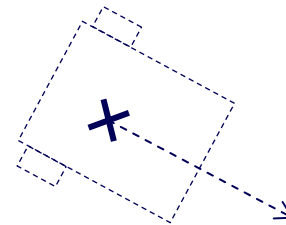
In dieser Lösung werden die Bewegungen durch **puren Translationen** und **puren Rotationen** geplant.

$$v_r = -v_l$$

P_{Start}

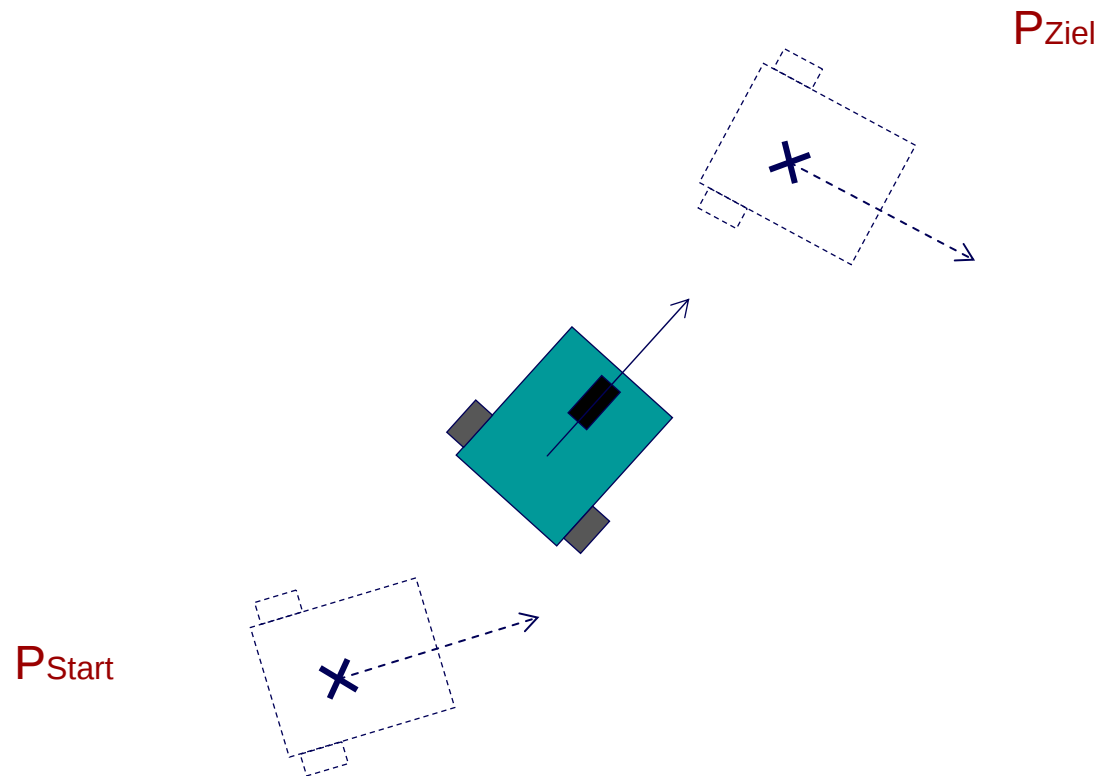


P_{Ziel}



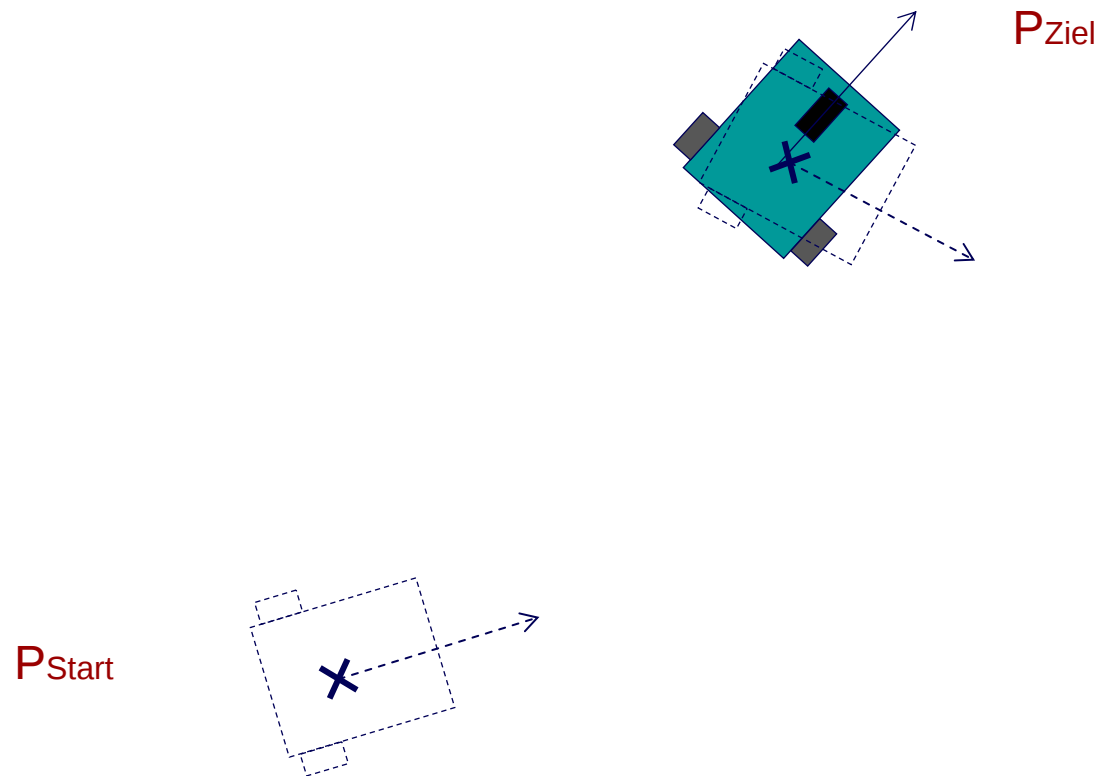
In dieser Lösung werden die Bewegungen durch **puren Translationen und puren Rotationen** geplant.

$$v_r = v_l$$



In dieser Lösung werden die Bewegungen durch **puren Translationen und puren Rotationen** geplant.

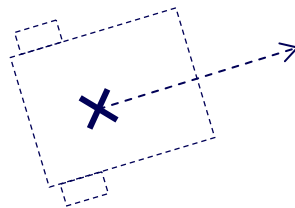
$$v_r = v_l$$



In dieser Lösung werden die Bewegungen durch **puren Translationen und puren Rotationen** geplant.

$$-v_r = v_l$$

P_{Start}



P_{Ziel}

