Berechenbarkeit & Komplexität
SS 2016

Universität Ulm
Schöning/Krüger

Übungsblatt 1 — 26. April 2016

Abgabe bis Dienstag, 3. Mai 2016, 14:00 Uhr

Bitte versehen Sie Ihre Lösungen mit den/dem eigenen Namen sowie dem Namen Ihres Tutors und werfen Sie es in den Briefkasten vor dem H20. Die aktuellen Übungsblätter werden nicht ausgeteilt, sondern Sie finden sie - sowie weitere Informationen zu den Übungen - im Internet unter `rubikon.informatik.uni-ulm.de` → *Berechenbarkeit und Komplexität*.

Aufgabe 1.1: (3 Pkt.)

Im Skipt finden Sie auf Seite 9 die Aussage, dass $\mathbb{N}$ und Σ^* mit $\Sigma = \{0, 1\}$ bijektiv miteinander verknüpft werden können. Finden und geben Sie eine solche Verknüpfung an.

Aufgabe 1.2: (4 Pkt.)

Sei $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Abzählung aller berechenbarer, totaler Funktionen $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Funktion $g \colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $g(x) = f_x(x) + 1$ nicht berechenbar ist.

Aufgabe 1.3: (3 Pkt.)

Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ nicht berechenbar. Sind folgende Funktionen $a, b, c : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ berechenbar? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $a(n) = \begin{cases} 1 & \text{falls } n > 10^{\lfloor \log_{10} n \rfloor} \cdot e \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$

(b) $b(n) = \begin{cases} 1 & \text{am 25. April 2016 war die Anzahl aller Sandkörner in der Sahara eine} \\ & \text{Primzahl (gehen Sie davon aus, dass die Anzahl über den Tag konstant blieb)} \\ f(n) & \text{sonst} \end{cases}$

(c) $c(n) = f(n) \cdot |1 - b(n)|$

Aufgabe 1.4: (5 Pkt.)

Bei einer Einband-Turingmaschine ist das Band links von der Ausgangsposition beschädigt, so dass nur der Bereich von dieser Position an und rechts benutzt werden kann. Begründen Sie, warum jede gewöhnliche Turingmaschine M mit beidseitig unendlichem Band von einer solchen Turingmaschine M' mit einseitig unendlichem Band simuliert werden kann.

Aufgabe 1.5: (3+1 Pkt.)

Gegeben sei die Turing-Maschine $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ mit

- der Zustandsmenge $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_e\}$,
- dem Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1\}$,
- dem Arbeitsalphabet $\Gamma = \{\square, 0, 1\}$,
- dem Startzustand z_0,
- dem Blank-Symbol $\square$,
- der Endzustandsmenge $E = \{z_e\}$,
- sowie der Überführungsfunktion $\delta\colon (Z \setminus \{z_e\}) \times \Gamma \to Z \times \Gamma \times \{L, N, R\}$ gemäß untenstehender Wertetabelle:

δ	0	1	$\square$
z_0	$(z_0, 0, R)$	$(z_1, 1, R)$	$(z_2, \square, L)$
z_1	$(z_1, 0, R)$	$(z_0, 1, R)$	$(z_3, \square, L)$
z_2	$(z_2, \square, L)$	$(z_2, \square, L)$	$(z_e, 0, N)$
z_3	$(z_3, \square, L)$	$(z_3, \square, L)$	$(z_e, 1, N)$

(a) Geben Sie alle Konfigurationen an, die M ausgehend von der Startkonfiguration $z_0101010$ durchläuft.

(b) Beschreiben Sie umgangssprachlich, welche Funktion die Turing-Maschine M berechnet.

Aufgabe 1.6: (6 Pkt.)

Geben Sie eine Einband-Turingmaschine für das Eingabealphabet $\Sigma = \{x\}$ an, welche die Eingabe verdoppelt. Gehen Sie dafür davon aus, dass die Eingabe *am Stück* (also ohne unterbrechende *Blank*-Symbole $\square$) auf dem Band vorhanden ist und der Lesekopf der Maschine zu Beginn auf dem ersten x von links steht.
Beispiel: $\square xxx\square \vdash \ldots \vdash \square xxxxxx\square$