H. Wunderlich, T. Eibach
Universität Ulm
Institut für Theoretische Informatik

Aufgabenblatt 1 (Abgabe 25.04.08)

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Eine Boolesche Funktion f:$\mathbb{B}^n \to \mathbb{B}$ heißt *symmetrisch*, wenn für jede Permutation π auf $\{1, ..., n\}$ gilt

$$f(x_{\pi(1)}, ..., x_{\pi(n)}) = f(x_1, ..., x_n).$$

Wie viele n-stellige symmetrische Funktionen gibt es?
Hinweis: Eine Permutation ist eine bijektive Abbildung.

Aufgabe 2 (8 Punkte)
Verifizieren Sie die in der Vorlesung angegebenen Gesetze durch Aufstellen von Wahrheitstabellen:

a) Berechnungen mit Konstanten:

$$\begin{array}{ll} x \vee 0 = x, & x \vee 1 = 1 \\ x \wedge 0 = 0, & x \wedge 1 = x \\ x \oplus 0 = x, & x \oplus 1 = \neg x \end{array}$$

b) $\vee$ ist assoziativ.

c) $\wedge$ ist kommutativ.

d) $(\oplus, \wedge)$ sind distributiv.

e) Vereinfachungsgesetze:

$$\begin{array}{ll} x \vee x = x, & x \vee \neg x = 1 \\ x \wedge x = x, & x \wedge \neg x = 0 \\ x \oplus x = 0, & x \oplus \neg x = 1 \end{array}$$

f) Absorptionsgesetz:

$$x \vee (x \wedge y) = x$$

g) deMorgansche Gesetz:

$$\neg x \vee \neg y = \neg(x \wedge y)$$

h) Ersetzen der Implikation und der Äquivalenz:

$$\begin{array}{l} x \to y = \neg x \vee y \\ x \leftrightarrow y = (x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y) = (\neg x \vee y) \wedge (x \vee \neg y) \end{array}$$

Aufgabe 3 (2+2+2 Punkte)
Sei ϕ definiert als $\phi(x_1, x_2, x_3) := x_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_2 x_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \vee x_1$. Stellen Sie ϕ dar

a) als Wertetabelle.

b) in (vollständiger) KNF.

c) in (vollständiger) DNF.

Aufgabe 4 (5 Punkte)
Verwenden Sie ein Karnaugh-Veitch-Diagramm um

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_2 \overline{x}_3 \vee \overline{x}_1 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 x_4$$

zu minimieren.