Übungen zur Vorlesung Geometrie

Blatt 04

1. Es sei E eine Hilbertebene. Beweise Satz 1.63 (das SWW-Kriterium), also: (5)
Seien $\triangle(A,B,C)$, $\triangle(P,Q,R)$ zwei Dreiecke mit $\sphericalangle(B,A,C) = \sphericalangle(Q,P,R)$, $\sphericalangle(C,B,A) = \sphericalangle(R,Q,P)$ und $\overline{AC} = \overline{PR}$, so sind die beiden Dreiecke kongruent.

2. Zeige die Eindeutigkeit des Mittelpunktes, um den Beweis von Satz 1.64 abzuschließen. (2)
Hinweis: Es darf Proposition 1.19 verwendet werden.

3. Es sei E eine Hilbertebene.

(i) Ein Dreieck heißt **gleichschenklig**, wenn es zwei gleich lange Seiten besitzt. Zeige, dass ein Dreieck genau dann gleichschenkelig ist, wenn zwei Innenwinkel kongruent sind. (4)

(ii) Für ein Dreieck $\triangle(A,B,C)$ gilt (5)

$$\overline{AB} < \overline{BC} \quad \Leftrightarrow \quad \sphericalangle(A,C,B) < \sphericalangle(B,A,C).$$

(iii) Zeige die Dreiecksungleichung, also dass jede Dreiecksseite höchstens so lang ist wie die Summe der beiden anderen Seiten. (4)