Prof. Dr. W. Arendt
F. Stoffers

Wintersemester 2011/2012
28. November 2011

Mathematische Grundlagen der Ökonomie I

7. Übungsblatt

Abgabe: *Montag, 05. Dezember 2011, 10:00 Uhr, O28-H22*

Bitte begründen Sie alle Ergebnisse. Viel Erfolg!

1. Aufgabe (2,5+2,5=5 Punkte)
Eine Arzneimittelfirma stellt ein gewisses Medikament her. Die Produktionskosten in Abhängigkeit von der hergestellten Menge x des Medikaments (in Verpackungseinheiten (VE) gemessen) werden durch ein Polynom vom Grad 2 modelliert, wobei bekannt ist, dass die Fixkosten 200 Euro betragen, die Produktion von 28 VE Kosten von 340 Euro und die Produktion von 72 VE Kosten von 956 Euro verursachen.

(a) Stellen Sie die Kostenfunktion $K(x)$ auf, die die Produktionskosten in Abhängigkeit von der Anzahl der hergestellten Verpackungseinheiten darstellen.

(b) Für eine Verpackungseinheit wird ein Preis von 14 Euro angesetzt. Für welche Werte x macht die Firma einen positiven Gewinn beim Handel mit diesem Medikament?

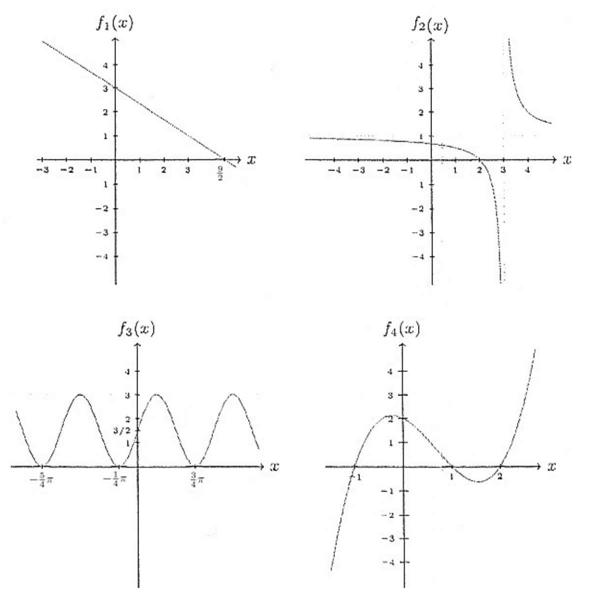
2. Aufgabe (1+2+3+3=9 Punkte)
Es werden im Folgenden drei Typen von Funktionen betrachtet:

I. $f(x) = a\sin(bx) + c,\ a, b, c \in \mathbb{R}$

II. $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a, b, c, d \in \mathbb{R}$

III. $f(x) = \frac{1}{x+a} + b,\ a, b \in \mathbb{R}$

Prüfen Sie jeweils anhand der unten aufgeführten Funktionsgraphen, welchem der drei Typen die dargestellten Funktionen $f_i : D_i \to \mathbb{R}$ mit $D_1 = [-3, 5], D_2 = [-5, 3) \cup (3, 5], D_3 = [-5, 5], D_4 = [-\frac{3}{2}, \frac{11}{4}]$ angehören. Bestimmen Sie anschließend jeweils die Parameter (also die Werte von entsprechenden Elementen aus $\{a, b, c, d\}$) des zugehörigen Funktionentyps.



3. Aufgabe (1+3+2=6 Punkte)

(a) Die Kornvorräte einer Mühle werden durch die Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ \frac{3-t}{2} & \text{für } 1 \leq t < 2 \\ \vdots & \vdots \\ \frac{k+2-t}{2} & \text{für das } k \in \mathbb{N} \text{ mit } k \leq t < k+1 \end{cases}$$

beschrieben.

(i) Zeichnen Sie den zugehörigen Funktionsgraphen.

(ii) An welchen Stellen ist f stetig, unstetig (mit Begründung)? Interpretieren Sie den Verlauf der Funktion.

(b) Prüfen Sie, ob folgende Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{für } x < 0 \\ e^x & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

stetig ist.

4. Aufgabe (3+3+2=8 Punkte)

(a) Es sei $n \in \mathbb{N}$. Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, definiert durch $f(x) = \frac{x^n - 1}{x-1}$.

(i) Ist f stetig?

(ii) Kann man f im Punkte $x = 1$ so definieren, dass f in 1 stetig ist (falls ja, so ist $f(1)$ anzugeben)?

(b) Gegeben ist die Funktion $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$, definiert durch $g(x) = \sin(\frac{1}{x})$.

(i) Ist g stetig?

(ii) Kann man g im Punkte $x = 0$ so definieren, dass g in 0 stetig ist?

(c) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ (d.h. D soll so viele Punkte wie möglich enthalten) der Funktion

$$h(x) = \frac{5x^2 + 7}{\big(-2 + \cos(|4x|)\big)\big(e^x - x\big)}$$

an, so dass h sich auf D definieren lässt und dort stetig ist.