



Übungen Dynamische Systeme: Blatt 7

16. *Mehr Physik.* Wir betrachten wieder das Teilchen aus Aufgabe 15. Zusätzlich zu der Kraft F soll nun noch eine Reibungskraft der Form $-b(x)v$ mit $b \in C^1(\mathbb{R})$, $b \geq 0$ und $b^{-1}(\{0\}) \subset \{0\}$ der Bewegung entgegenwirken, wobei x den Ort und v die Geschwindigkeit des Teilchens bezeichnet.

- (a) Wir nehmen zusätzlich an, dass die Anfangsdaten (x_0, v_0) für die Konstante $K := \min\{\int_0^\infty |F(s)| ds, \int_{-\infty}^0 |F(s)| ds\}$ die Abschätzung

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \int_0^{x_0} F(s) ds < K$$

erfüllen. Zeige, dass dann die Lösung für alle $t \geq 0$ existiert und gegen die Ruhelage im Nullpunkt konvergiert. Insbesondere ist die Ruhelage im Nullpunkt asymptotisch stabil.

- (b) Zeige, dass für jeden Anfangswert die Lösungen für alle $t \geq 0$ existieren. (1)
- (c) Zeige, dass im Allgemeinen nicht jede Lösung gegen die Ruhelage im Ursprung konvergiert. (1)
- (d) Wir nehmen nun zusätzlich an, dass $b(x) = b > 0$ konstant ist. Zeige, dass dann alle Lösungen zu beliebigen Anfangswerten gegen die Ruhelage im Ursprung konvergieren. (1)