Universität Ulm

Besprechung: Donnerstag, 16.1.2014

Prof. Dr. W. Arendt
Stephan Fackler
Wintersemester 2013/14
Punktzahl: 4

Übungen Dynamische Systeme: Blatt 10

22. Eine Bahn $x : I \to \mathbb{R}^n$ mit $I \supset [0, \infty)$ eines dynamischen Systems heißt *wiederkehrend* oder *rekurrent*, falls $x(t_n) \to x(0)$ für eine Folge $t_n \to \infty$ gilt. Zeige, dass ein Gradientensystem keine nicht-konstanten wiederkehrenden Bahnen besitzt. (1)

23. Sei $V \in C^2(\mathbb{R}^n; \mathbb{R})$ mit $V^{-1}((-\infty, c])$ kompakt für alle $c \in \mathbb{R}$. Wir nehmen zusätzlich an, dass $\operatorname{grad} V$ nur an endlich vielen Punkten $p_1, \ldots, p_m \in \mathbb{R}^n$ verschwindet. Zeige:

(a) Jede Lösung des Gradientensystems $\dot{x}(t) = -\operatorname{grad} V(x(t))$ ist für alle $t \geq 0$ definiert. (1)

(b) Für jede Lösung x existiert der Grenzwert $\lim_{t\to\infty} x(t)$ und stimmt mit einem der Punkte $p_1, \ldots, p_m$ überein. (1)

24. Wir betrachten das zu $V(x, y) = x^2(x-1)^2 + y^2$ gehörende Gradientensystem aus der Vorlesung. Bestimme für alle Gleichgewichtspunkte die Einzugsgebiete. (1)