UNIVERSITÄT ULM

Abgabe: Mittwoch, 29.10.2014

Prof. Dr. W. Arendt
Stephan Fackler
Wintersemester 2014/15
Punktzahl: 15

Übungen Maßtheorie: Blatt 2

3. Sei (Ω, Σ, μ) ein Maßraum. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass $\mu(\cap_{n\in\mathbb{N}} A_n) = \inf_{n\in\mathbb{N}} \mu(A_n)$, falls $A_n \in \Sigma$, $A_{n+1} \subset A_n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $\mu(A_1) < \infty$. (2)

Bleibt die Aussage gültig, falls man auf die Voraussetzung $\mu(A_1) < \infty$ verzichtet? Zeige oder widerlege!

4. (a) Zeige, dass jede abzählbare Menge A von $\mathbb{R}^d$ eine Borelmenge ist. (2)

(b) Zeige, dass jede abzählbare Menge A von $\mathbb{R}^d$ Lebesgue-Maß Null besitzt, d.h. es gilt $\lambda(A) = 0$. Folgere, dass $\mathbb{R}$ überabzählbar ist. (2)

(c) Folgt umgekehrt für eine Borelmenge $A \subset \mathbb{R}^d$ aus $\lambda(A) = 0$, dass A abzählbar ist? (3)

5. Seien $n, m \in \mathbb{N}$. Zeige, dass man eine natürliche Inklusion $\mathcal{B}(\mathbb{R}^n) \times \mathcal{B}(\mathbb{R}^m) \subset \mathcal{B}(\mathbb{R}^{n+m})$ hat. (6)