Universität Ulm
Abgabe:
Mi, 09.07.14
in der Vorlesung

Dr. M. Kunze
Dr. M. Gerlach
Sommersemester 14

14 Punkte

Übungen zu den Elementen der Funktionalanalysis Blatt 11

27. Es sei $m \in L^\infty(0,1)$. Dann definiert $Tf := m \cdot f$ einen beschränkten linearen Operator auf $L^2(0,1)$. Zeige: Ist T kompakt, so ist $T = 0$. (4)

Hinweis: Betrachte zunächst den Fall, dass $|m| > \varepsilon > 0$ fast überall.

28. Wir studieren auf dem Raum $L^2(0,1)$ den durch $(Tf)(t) := tf(t)$ definierten Operator. Aus Aufgabe 27 wissen wir, dass T nicht kompakt ist. Zeige, dass T keine Eigenwerte besitzt. (2)

29. Es sei H ein Hilbertraum. Ein Operator $T \in \mathscr{L}(H)$ heißt *positiv*, falls $\langle Tx, x\rangle \geq 0$ für alle $x \in H$. (8)

Nun sei $T \in \mathscr{L}(H)$ kompakt, selbstadjungiert und positiv. Zeige, dass es genau einen kompakten, selbstadjungierten und positiven Operator $S \in \mathscr{L}(H)$ gibt mit $S^2 = T$.