Universität Ulm
Dr. G. Baur
M. Gerlach
Wintersemester 13/14

Abgabe:
Bis 20.01.14, 12:30 Uhr
Briefkasten vor H3

22 Punkte

Übungen zur Analysis 2

Blatt 12

52. Bestimme und klassifiziere alle lokalen Extremstellen der folgenden Funktionen. (6+6)

(a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) := -z^2 - e^{-z^2}(x^2 + y^2)$.

(b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) := x^2(x - 1)^2 + y^2(y - 1)^2$.

53. Es sei $M \subset \mathbb{R}^n$ und $f : M \to \mathbb{R}$. (3+3)

(a) Zeige, dass die Menge M genau dann konvex ist, wenn für alle $m \in \mathbb{N}$ folgendes gilt: Für alle $x_1, \ldots, x_m \in M$ und $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \geq 0$ mit $\sum_{k=1}^m \lambda_k = 1$ ist $\sum_{k=1}^m \lambda_k x_k \in M$.

(b) Es sei M konvex. Zeige, dass die Funktion f genau dann konvex ist, wenn für alle $m \in \mathbb{N}$ folgendes gilt:
Für alle $x_1, \ldots, x_m \in M$ und alle $\lambda_1, \ldots, \lambda_m \geq 0$ mit $\sum_{k=1}^m \lambda_k = 1$ ist

$$f\left(\sum_{k=1}^m \lambda_k x_k\right) \leq \sum_{k=1}^m \lambda_k f(x_k).$$

54. Bestimme jeweils eine maximale offene und konvexe Menge $M \subset \mathbb{R}^n$, auf der die angegebenen Funktionen konvex sind, d.h. $f|_M$ ist konvex und für jede offene und konvexe Menge $O \supset M$, $M \neq O$, ist $f|_O$ nicht konvex. (2+2)

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := x^3 - 6x^2 + 1$.

(b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) := 2x^3 + ye^y$.