



UNIVERSITÄT ULM
Abgabe: Dienstag, 25.04.2017

Prof. Dr. Wolfgang Arendt Dr. Jochen Glück Sommersemester 2017 Punktzahl: 10

Übungen Analysis 1: Blatt 1

1. Für welche natürlichen Zahlen gilt $2^n \geq n^2$? Beweisen Sie Ihre Behauptung. (3)

2. Für jede natürliche Zahl n sei $A(n)$ eine Aussage. Es gelte: (3)

(a) $A(1)$ ist richtig.

(b) Ist $n \in \mathbb{N}$ und sind $A(1), \dots, A(n)$ richtig, so ist auch $A(n+1)$ richtig.

Zeigen Sie: Dann ist $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ richtig.

3. Eine natürliche Zahl p heißt *Primzahl*, wenn $p \geq 2$ gilt und wenn p nur durch 1 und durch sich selbst teilbar ist. (4)

Beweisen Sie: Jede natürliche Zahl $n \geq 2$ ist eine Primzahl oder lässt sich als Produkt von Primzahlen schreiben.

Tipp: Aufgabe 2 ist hier sehr hilfreich.

Weitere Aufgaben für Sie zum Üben:

4. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ zwei verschiedene Zahlen.
(a) Zeigen Sie, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Formel

$$\sum_{k=0}^n a^k b^{n-k} = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a - b}$$

gilt.

Hinweis: Man definiert $x^0 = 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

- (b) Schreiben Sie die Formel aus Teilaufgabe (a) für jedes $n \in \{1, 2, 3\}$ explizit aus (ohne das Summenzeichen zu benutzen).
Gilt die Formel aus Teilaufgabe (a) auch für $n = 0$?
5. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ die Formel $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. Können Sie auch eine Formel für $\sum_{k=0}^n k^2$ angeben?