



Übungen Analysis 1: Blatt 13

1. Sei $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f(x) = x \ln x$ für alle $x \in (0, \infty)$ gegeben.

(a) Finden Sie eine Stammfunktion von f . (2*)

(b) Berechnen Sie das Integral $\int_e^{2e} f(s) ds$. (1*)

(c) Berechnen Sie das Integral $\int_e^{2e} f'(s) ds$. (1*)

2. Für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ definieren wir zwei Funktionen $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und $g_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f_n(x) = \int_0^x t^n e^t dt \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R},$$
$$g_n(x) = \int_1^x (\ln t)^n dt \quad \text{für alle } x \in (0, \infty).$$

(a) Drücken Sie f_{n+1} für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ mit Hilfe von f_n aus. (2*)

(b) Drücken Sie f_n für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ mit Hilfe von g_n aus. (2*)

(c) Berechnen Sie $f_0(1)$, $f_1(1)$, $f_2(1)$ und $f_3(x)$ sowie $g_0(e)$, $g_1(e)$, $g_2(e)$ und $g_3(e)$. (2*)

Weitere Aufgaben für Sie zum Üben:

3. Bestimmen Sie das Integral $\int_0^1 \exp(x + e^x) dx$.
4. Entscheiden Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergieren:
 - (a) $\int_0^1 \sin(\frac{1}{x}) dx$
 - (b) $\int_1^\infty e^{it} dt$
 - (c) $\int_1^\infty \frac{e^{it}}{t} dt$