Universität Ulm

Abgabe: Donnerstag, 30.10.2014

Prof. Dr. R. Zacher
Marie-Luise Hein
Wintersemester 2014/15
Punktzahl: 10

Übungen Dynamische Systeme : Serie 2

1. (a) Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = \sin(u(t))\sqrt{1+u(t)^2}, \\ u(0) = u_0, \end{cases}$$

für jedes $u_0 \in \mathbb{R}$ eine eindeutig bestimme Lösung besitzt, welche für alle $t \in \mathbb{R}$ existiert. (1)

(b) Zeigen Sie, dass das System

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = \sqrt{2+u(t)^2} + v(t)^3 \sin(u(t)) - u(t)^7, \\ \dot{v}(t) = u(t)\left(1 - v(t)^2 \sin(u(t))\right), \\ u(0) = u_0, \quad v(0) = v_0, \end{cases}$$

für alle $(u_0, v_0) \in \mathbb{R}^2$ genau eine Lösung besitzt, welche für alle $t \geq 0$ existiert. (2)

2. Skizzieren Sie die Phasenporträts zu folgenden Systemen und deuten Sie durch Richtungspfeile den Verlauf der Lösung an. Bestimmen Sie jeweils auch alle Equilibria.
Es sei stets $\omega > 0$ eine Konstante.

(a)

$$\begin{cases} \dot{u} = v, \\ \dot{v} = -\omega^2 u. \end{cases}$$

(2)

(b)

$$\begin{cases} \dot{u} = v, \\ \dot{v} = \omega^2 u. \end{cases}$$

(2)

(c)

$$\begin{cases} \dot{u} = v, \\ \dot{v} = u^3 - u. \end{cases}$$

(3)

Die Skizzen sind zu begründen.