



Übungen Dynamische Systeme : Serie 5

1. Zeigen Sie, dass jede Lösung des Systems (Pendel mit Dämpfung)

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\omega^2 \sin x - \alpha y, \end{cases}$$

mit Konstanten $\omega, \alpha > 0$ global nach rechts beschränkt ist. (5)

2. Es sei $G \subset \mathbb{R}^n$ offen, $f \in C_{loc}^{1-}(G, \mathbb{R}^n)$ und $V \in C(G, \mathbb{R}^n)$ eine strikte Ljapunov-Funktion für $\dot{u} = f(u)$. Ferner sei $u_* \in G$ ein isoliertes Equilibrium mit der Eigenschaft, dass jede Umgebung von u_* wenigstens einen Punkt x enthält, für den $V(x) < V(u_*)$ gilt.

Zeigen Sie, dass u_* instabil ist (Instabilität nach der direkten Methode).

Wenden Sie diesen Satz auf das mathematische Pendel mit Dämpfung an (siehe Aufgabe 1) und zeigen Sie noch einmal auf diesem Wege, dass die obere Ruhelage $(x, y) = (\pi, 0)$ instabil ist. (5)