Prof. Dr. Dirk Lebiedz
M.Sc. Pascal Heiter
Dipl.-Math. oec. Klaus Stolle

Universität Ulm
Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2013/14

Numerische Lineare Algebra - Matlabblatt 1

(Besprechung: Freitag, 8. November 2013)

Hinweise

a) Abgabe der Lösungen nur per Email und **nur** an den **jeweiligen Matlabtutor** mit Betreff

```
[NumLA]: Blatt0x - NachnameVorname
```

wobei $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ die Nummer des Übungsblattes ist.

b) Ihre Lösungen werden dann in den Matlabtutorien diskutiert und bewertet. Fehlerhafte Programme führen zu Punktabzug.

Aufgabe 1 *(Zahlensysteme)* (6 Punkte)

Im Alltag werden verschiedene Zahlensysteme verwendet. Ein wichtiges System ist z.B. das Binärdarsystem. Dieses spielt im Umgang mit Computern eine enorme Bedeutung. Zunächst beschränken wir uns auf natürliche Zahlen $n \in \mathbb{N}$ und suchen deren Zahlendarstellung zu einer gegeben Basis $b \in \mathbb{N}_{\geq 2} := \{2, 3, 4, ...\}$. Gesucht ist also folgende Darstellung

$$n = \sum_{k=0}^{m} a_k b^k$$

mit den Koeffizienten $a_k \in \{0, 1, ..., b-1\}$ für $k = 0, ..., m$.

a) Schreiben Sie eine Funktion

```
a = convert2basis(b,n)
```

mit Übergabeparameter $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und $n \in \mathbb{N}$, welche die Koeffizienten der Zahldarstellung bzgl. der Basis b zurück gibt, also

$$a = (a_m, a_{m-1}, ..., a_1, a_0).$$

b) Testen Sie die Funktion mit Hilfe des Skriptes `test_convert2basis.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

Aufgabe 2 *(Umwandlung von b-adischer Darstellung in Dezimaldarstellung und vice versa)* (7+7=14 Punkte)

Sei $b \in \mathbb{N}_{\geq 2} := \{2, 3, 4, ...\}$ und $x \in [b^{-b^n}, b^{b^n - 1})$ in der (eindeutigen) Darstellung

$$x = b^{\ell} \cdot f = b^{t \cdot \ell(\mathbf{v})} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} d_j b^{-j} \qquad \text{mit} \qquad \ell(\mathbf{v}) = \sum_{j=0}^{n-1} v_j b^j,$$

wobei wir annehmen, dass $d_j < b - 1$ für unendlich viele j.

a) Schreiben Sie eine Funktion

```
x = bad2dez(b,d,v,t)
```

die für eine gegebene Gleitpunktdarstellung, d.h. für folgende Eingabeparameter

- eine Basis `b` $\in \mathbb{N}_{\geq 2}$
- einen Zeilenvektor `d` $= (d_1, d_2, ..., d_m)$
- einen Zeilenvektor `v` $= (v_{n-1}, ...v_1, v_0)$
- `t` $\in \{-1, 1\}$.

den Rückgabewert `x` in Dezimaldarstellung berechnet.

b) Testen Sie die Funktion mit Hilfe des Skriptes `test_bad2dez.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

c) Schreiben Sie eine Funktion (mit Hilfe von Algorithmus 1)

```
[d,v,t] = dez2bad(b,m,n,x)
```

welche für die Eingabeparameter

- `b`: eine Basis $b \in \mathbb{N}_{\geq 2}$
- `m`: die Mantissenlänge
- `n`: die Exponetenlänge
- `x`: die zu konvertierende Zahl

die b-adische Entwicklung (ohne Runden) mit $d_1 \neq 0$ von `x` berechnet und `d`,`v` und `t` zurückliefert. Ein Aufruf sieht wie folgt aus:

```
[d,v,t] = dez2bad(2,3,3,0.0625)
d = [1, 0, 0]
v = [0, 1, 1]
t = -1
```

d) Testen Sie die Funktion mit Hilfe des Skriptes `test_dez2bad.m`, welches auf der Homepage verfügbar ist.

Algorithm 1 Computation of $\mathbf{d} = (d_1, \ldots, d_m)$

if $0 < bx < 1$ **then**
  Find the smallest $k \in \mathbb{N}$ such that $y_1 := b^{k+1}x \geq 1$.
  Set $\ell = \ell(\mathbf{v}) = k$ and $t = -1$.
  for $j = 1, \ldots, m$ **do**
    Compute the smallest $d_j \in \{0, \ldots, b-1\}$ such that $y_j - d_j < 1$.
    Set $y_{j+1} = b(y_j - d_j)$.
  end for
else if $bx \geq 1$ **then**
  Find the smallest $k \in \mathbb{N}_0$ such that $x < b^k$
  Set $\ell = \ell(\mathbf{v}) = k$ and $t = 1$.
  Set $y_1 := bx$.
  for $j = 1, \ldots, m$ **do**
    Compute the smallest $d_j \in \{0, \ldots, b-1\}$ such that $y_j - d_j b^k < b^k$.
    Set $y_{j+1} = b(y_j - d_j b^k)$.
  end for
end if

Mehr Informationen zur Vorlesung und den Übungen finden Sie auf

`http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20132014/numla.html`