Prof. Dr. Dirk Lebiedz
M.Sc. Pascal Heiter

Universität Ulm
Institut für Numerische Mathematik
Wintersemester 2014/2015

Numerische Optimierung - Übungsblatt 11

(Besprechung: Mittwoch, 29. Januar 2015)

Aufgabe 33 *(Active Set Strategy (ASS))*

Gegeben sei folgendes QP

$$\begin{array}{rrcl} \min\limits_{x\in\mathbb{R}^2} & f(x) & := & (x_1-1)^2+(x_2-2.5)^2 \\ \text{s.t.} & x_1-2x_2+2 & \geq & 0 \\ & -x_1-2x_2+6 & \geq & 0 \\ & -x_1+2x_2+2 & \geq & 0 \\ & x_1,x_2 & \geq & 0. \end{array}$$

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich S und berechnen Sie mittels Active Set Strategy (Algorithmus 6.2) das Optimum. Verwenden Sie als Startpunkt $x^0 := (2,0) \in S$ und skizzieren Sie jeweils die Iterierten in den zulässigen Bereich.

Aufgabe 34 *(QP-Verfahren)*

Gegeben sei folgendes quadratisches Optimierungsproblem

$$\begin{array}{rrcl} \min\limits_{x\in\mathbb{R}^n} & f(x) & := & \frac{1}{2}x^TQx+c^Tx+\gamma \\ \text{s.t.} & Ax & \leq & \alpha \\ & Bx & = & \beta \end{array}$$

mit einer symmetrisch positiv definiten Matrix $Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $c\in\mathbb{R}^n$, $\gamma\in\mathbb{R}$, $A\in\mathbb{R}^{m\times n}$, $\alpha\in\mathbb{R}^m$, $B\in\mathbb{R}^{p\times n}$ und $\beta\in\mathbb{R}^p$.

a) Implementieren Sie in `Matlab` ein QP-Verfahren unter Nutzung einer aktiven Mengen Strategie (ASS) zur Lösung obiger quadratischen Programme mit folgendem Funktionsaufruf

```
[x,lambda,mu,fx,nit] = qp(Q,c,gamma,A,alpha,B,beta,x,lambda,mu)
```

mit den Parametern

- `Q` - die s.p.d. Matrix $Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$
- `c` - der Vektor $c\in\mathbb{R}^n$
- `gamma` - die Konstante $\gamma\in\mathbb{R}$ der Funktion f
- `A,alpha` - die Parameter der Ungleichungsbeschränkungen $Ax\leq\alpha$
- `B,beta` - die Parameter der Gleichungsbeschränkungen $Bx=\beta$
- `x,lambda,mu` - die Startwerte $(x_0,\lambda_0,\mu_0)\in\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^p\times\mathbb{R}^m$

Achten Sie darauf, dass dieses Verfahren sowohl **unbeschränkte, als auch gleichungs- und ungleichungsbeschränkte** quadratische Optimierungsprobleme lösen kann.

b) Laden Sie die Dateien `test_qp.m` und `output_test_qp.txt` von der Vorlesungshomepage herunter und testen Sie damit ihre Funktion.

c) Schreiben Sie ein Skript `test_qp2.m`, dass sowohl das Optimierungsproblem aus Aufgabe 33, als auch

$$\begin{array}{rrcl} \max\limits_{x\in\mathbb{R}^2} & f_2(x) & := & -x_1^2-x_2^2+14x_1+6x_2+7 \\ \text{s.t.} & x_1+x_2 & \leq & 2 \\ & x_1+2x_2 & \leq & 3 \\ & x_2 & = & 0 \end{array}$$

löst.