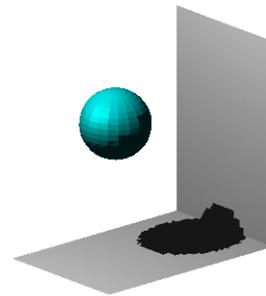
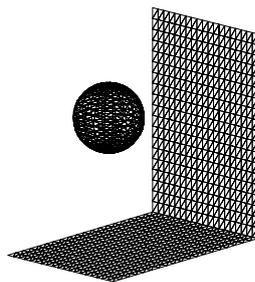


## Projekt 1 - Bildsynthese (Rendering) nach dem Phong-Modell

Bildsynthese (Rendering) bezeichnet in der Computergrafik die Erzeugung einer Szene aus Rohdaten (Gitter):



Die Ausgangs-Szene ist durch eine Triangulierung gegeben, die durch folgende Datenstrukturen beschrieben wird:

- **coordinates**  $\in \mathbb{R}^{n_C \times 3}$ : Die  $k$ -te Zeile enthält die Koordinaten des  $k$ -ten Eckpunkts.
- **elements**  $\in \mathbb{R}^{n_E \times 3}$ : Die  $j$ -te Zeile enthält die Indizes der Eckpunkte in **coordinates** des  $j$ -ten Dreiecks.

Also ergibt der MATLAB-Ausdruck `coordinates(elements(j,:),:)` die Koordinaten aller Eckpunkte des  $j$ -ten Dreiecks. Wir gehen im Folgenden davon aus, dass das erste Element immer die Lichtquelle beschreibt.

Zur Berechnung des Beleuchtung des Szene gibt es zwei Arten von Modellen, lokale Modelle (z.B. das Phong-Modell) und globale Modelle (z.B. das Radiosity-Modell). Bei lokalen Modellen werden nur Interaktionen zwischen Lichtquelle und Objekt berücksichtigt, wohingegen bei globalen Modellen auch Interaktionen zwischen den Objekten berücksichtigt werden (also z.B. wenn ein Lichtstrahl von Objekt A reflektiert wird und auf Objekt B trifft).

# I. Theorie verstehen

## Phong-Modell

Beim Phong-Modell geht man davon aus, dass sich die Reflexion des Lichtes berechnen lässt durch

$$I_{\text{ges}} = I_A + I_D + I_S,$$

wobei wir mit

- $I_A$  ambiente Reflexion (Umgebungslicht)
- $I_D$  ideal diffuse Reflexion
- $I_S$  ideal spiegelnde Reflexion

bezeichnen.

Im Folgenden gehen wir auf alle drei Teilreflexionen genauer ein:

- **ambiente Reflexion:**  
Die ambiente Reflexion ist unabhängig von der Lichtquelle und dem Blickwinkel auf die Szene. Es gilt

$$I_A = \kappa_A \tilde{I}_A,$$

wobei  $\kappa_A$  als Reflexionsfaktor bezeichnet wird und vom jeweiligen Material des Objekts abhängig ist.  $\tilde{I}_A$  ist das konstante Umgebungslicht.

- **ideal diffuse Reflexion:**  
Bei ideal diffuser Reflexion wird das Licht unabhängig vom Standpunkt des Betrachters in alle Richtungen reflektiert (Lambertsches Gesetz).

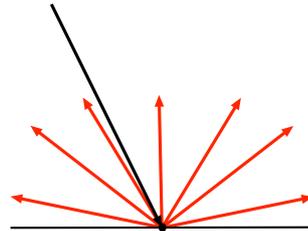


Abbildung 1: Einfallender Strahl schwarz und ausgehender Strahl rot.

Die Lichtstärke des reflektierten Lichts der Punktlichtquelle hängt aber vom Einfallswinkel ab, da sich die Beleuchtungsstärke der Oberfläche mit dem Einfallswinkel ändert:

$$I_D = \tilde{I}_Q \kappa_D \cos \varphi.$$

Somit ist die Lichtstärke der diffusen Komponente  $I_D$  vom Einfallswinkel  $\varphi$  des Lichtstrahls (Winkel zwischen einfallendem Strahl  $\vec{e}$  und Flächennormale  $\vec{n}$ ), einer Materialkonstante  $\kappa_D$  und der Intensität des einfallenden Strahl  $\tilde{I}_Q$  abhängig, jedoch vom Blickwinkel des Beobachters der Szene unabhängig.

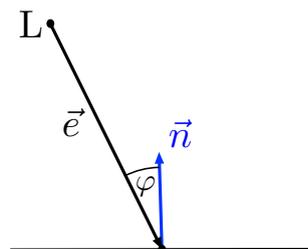


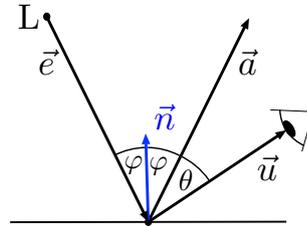
Abbildung 2: Einfallender Strahl  $\vec{e}$  mit Winkel  $\varphi$ .

- ideal spiegelnde Reflexion:

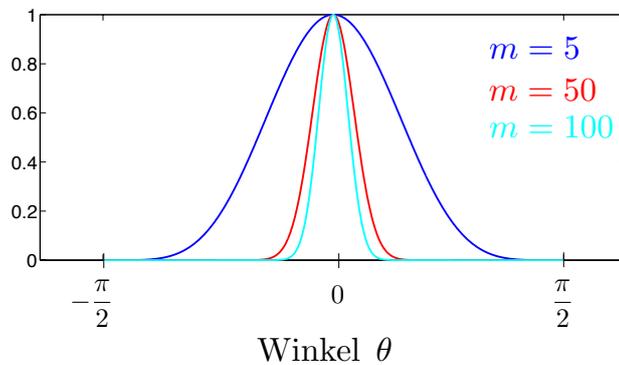
Die ideal spiegelnde Reflexion ist Blickwinkel- und Lichtquellen-abhängig. Man geht davon aus, dass das Licht in einer Umgebung der idealen Reflexionsrichtung reflektiert wird. Es gilt

$$I_S = \tilde{I}_Q \kappa_S \frac{m+2}{2\pi} \cos^m(\theta),$$

wobei wir mit  $\tilde{I}_Q$  die Lichtstärke des einfallenden Strahls, mit  $\kappa_S$  den Reflexionsfaktor für den spiegelnden Anteil und mit  $\varphi$  den Winkel zwischen dem einfallenden Lichtstrahl und der Flächennormale der Oberfläche bezeichnen.



Mit dem Term  $\cos^m(\theta)$  kann die Breite der Umgebung um die ideale Reflexionsrichtung gesteuert werden. Das untenstehende Schaubild zeigt die Funktion  $\cos^m(\theta)$  für verschiedene  $m$ :



Das heißt, je größer  $m$  ist, desto kleiner wird die Umgebung, in der spiegelnde Reflexionen auftreten und wir erhalten einen scharfen spiegelnden Punkt auf dem Objekt. Um sicherzustellen, dass die Helligkeit bei großen Werten von  $m$  nicht abnimmt, wird zusätzlich ein Normierungsfaktor  $\frac{m+2}{2\pi}$  eingeführt.

Bei Elementen, die von der Lichtquellen nicht getroffen werden gilt  $I = I_A$ , d. h. die ideal diffuse und die ideal spiegelnde Komponente fallen weg.

## II. Aufgabenstellung

(i) Laden Sie sich das Material von der Homepage <http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-numerik/lehre/wintersemester-20162017/wima-praktikum-ii-wise-20162017> herunter.

(ii) Modellierung

- Geben Sie Formeln zur Berechnung des Schwerpunkts, der Flächennormale und der Fläche eines Dreiecks in Abhängigkeit der Seitenvektoren und Eckpunkte an.
- Berechnen Sie allgemein den Schnittpunkt eines Lichtstrahls mit einem Dreieck. Geben Sie Kriterien an, mit denen sie überprüfen können, ob der Schnittpunkt im Dreieck liegt oder nicht.
- Geben Sie ein notwendiges Kriterium für die Sichtbarkeit zweier Elemente an.

Achten Sie bei den Berechnungen darauf, dass Sie so wenige Rechenoperationen wie möglich benötigen.

(iii) Implementierung

- Schreiben Sie eine Routine `getGeomParam`, die zu gegebenen `coordinates` und `elements` den Schwerpunkt `s`, die Normale `n` und die Fläche `area` jedes Dreiecks in `elements` berechnet und zurückgibt.
- Schreiben Sie eine Routine `getVisibility`, die einen logischen Vektor `vis`  $\in \mathbb{R}^{n_E}$  zurückgibt, der die Sichtbarkeit der Elemente von der Lichtquelle beschreibt (`vis(j) = 1` falls  $j$ -tes Element von Lichtquelle sichtbar ist, `vis(j) = 0` sonst).
- Schreiben Sie eine Routine `lightingPhong`, die die Intensität des Lichtes für jedes Element nach dem Phong-Modell berechnet.
- Vervollständigen Sie die Routine `plotScene` zur graphischen Darstellung und das Hauptprogramm `mainPhong`.